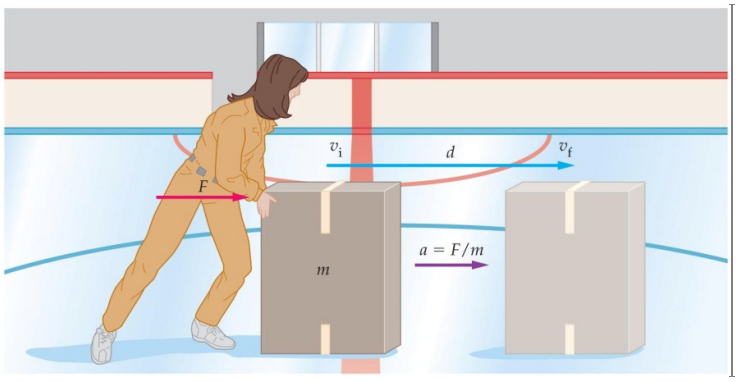
ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ЖИЗЗАХ ДАВЛАТ ПЕДАГОГИКА УНИВЕРСИТЕТИ



МЕХАНИКА

МАЪРУЗАЛАР МАТНИ

ЖИЗЗАХ – 2022

© Жиззах Давлат Педагогика Университети, 2022.

Ушбу маърузалар матни давлат таълим стандарти асосида ишлаб чиқилган ва "Физика ва уни ўқитиш методикаси" кафедрасининг 2021 йил____ _____ _____ -сонли йиғилишида муҳокама қилинган.

© Н.А. Тайланов. *Механика*
© N.A. Taylanov. Mechanics
© Н.А. Тайланов. *Механика*

КИРИШ

Физика материя ҳаракатининг энг умумий кўринишларини ва уларни бир-бирига айланишларини ўрганади. Масалан, ер ва осмон жисмларининг ҳаммаси химиявий жихатдан содда ёки мураккаблигидан қатъий назар бутун дунё тортишиш қонунига бўйсунади. Табиатда бўладиган барча жараёнлар физик қонунга – энергиянинг сақланиш қонунига бўйсунади. Физика барча табиат фанларининг муваффақиятли ривожланиши учун зарур бўлган тадқиқот услубларини ишлаб чиқади ва зарур асбоблар яратишга имкон беради. Масалан, микроскопнинг биология фани тараққиётидаги, спектрал анализнинг кимёдаги, рентген анализнинг тиббиёт тараққиётидаги, телескопнинг астрономиядаги аҳамияти каттадир.

Физика юнонча сўз бўлиб, “phusis”- табиат деган маънони англатади. Физика фанини биринчи бўлиб, қадимги юнон мутафаккири Аристотель (эрамиздан авалги 384-322 йил) ўзининг китобларида баён этган. Ўша даврда физиканинг таркибига ҳозирги химия, астрономия, биология, геология деб ном олган бир қатор табиий фанлар кирган. Кейинчалик, улар мустақил фанлар бўлиб ажралиб чиққан, лекин улар ўртасида кескин чегара йўқ, улар доимо бир-бирларини тўлдириб ҳамиша алоқада бўладилар. Бунинг исботи сифатида табиатдан янги-янги ҳодисаларнинг кашф қилиниши ва уларнинг амалда қўлланиши натижасида физикавий-химия, астрофизика, геофизика, биофизика каби бирлашган фанларнинг вужудга келишини кўрсатиш мумкин. Шунинг учун, физика – барча табиий ва амалий фанларнинг пойдеворидир дейиш мумкин.

Физиканинг ва техниканинг ривожланиши ўзаро чамбарс-чарс боғлиқ. Ажойиб физик кашфётлар эртами-кечми техникада катта ўзгаришлар ясайди. Масалан, электромагнит тўлқинларни тарқатиш ва қайд қилиш, яъни радиоалоқанинг ихтиро қилиниши радиотехникага ҳаёт бағишлади. Иккинчи мисол, нейтронлар ва улар таъсирида оғир ядролар бўлинишининг кашф қилиниши ядровий энергетикага асос солди. Ўз навбатида техника тараққиёти физиканинг ривожланишини рағбатлантирувчи муҳим омилдир. Биринчидан, техника физика фани олдига янги вазифалар қўяди. Иккинчидан физикларни янги материаллар, аниқроқ асбоблар ва қурилмалар билан таъминлайди. Масалан, ҳозирги вақтда ядровий тадқиқотларни замонавий техника тараққиётини ўзида мужассамлаштирган қурилмалар (ядровий реактор, синхрофазотрон, яримўтказгичли микросхемалар, электрон-ҳисоблаш машиналар)сиз тасаввур қилиб бўлмайди, албатта.

Физика фани эришаётган ютуқлар фалсафий дунёқарашларни ривожлантиради. Масалан, XIX аср охири ва XX аср бошидаги физик кашфиётлар (радиоактивлик, электрон массасининг тезликка боғлиқ равишда ўзгариши, энергия ва массанинг ўзаро боғлиқлиги, электрон-позитрон жуфтининг аннигиляцияси, нисбийлик назарияси ва шунга ўхшаш) кўпгина физик тасаввур ва тушунчалардан воз кечишни талаб қилди. Бу эса бир қатор олимлар томонидан дунёни идеалистик талқин қилиш йўлидаги баҳоналардан бири бўлди.

Ваҳоланки, фан ривожланиши билан табиатда содир бўлувчи ҳодисаларнинг моҳиятини аниқлашда инсон билими бойиб боради. Табиий фанларга, хусусан

физикага, тугалланган фан деб қараш мумкин эмас. Физика фани узлуксиз ривожланиб боради, бу ривожланиш жараёнида физик тушунчалар, қонуниятлар бойийди ва чуқурлашади. Материя тузилиши ҳақидаги бирорта ҳам физик тасаввурни тугалланган деб ҳисоблаш мумкин эмас. Физик тасаввурлар объектив реалликдан тахминий нусха (копия) бўлиб, улар кўпқиррали хақиқатнинг айрим босқичларини акс эттиради.

Шунинг учун диалектик материализм позициясидан физика ютуқларига ёндашиш "кризис"ларни бартараф қилади ва фаннинг ривожланишига кўмаклашади. Ўз навбатида, физиканинг ютуқлари диалектик материализмнинг ривожланишига каттагина ҳисса қўшади. Бунда академик С.И. Вавиловнинг қуйидаги сўзларини эслаш ўринли: "Физика принциплари ва қонунларининг, асосий тушунчалари ва таърифларининг ниҳоят кенг ҳарактери бу фанни фалсафа билан яқинлаштиради. Физика фанининг моҳияти ҳақидаги аниқ тасаввурларга эга бўлмасдан туриб фалсафий жиҳатдан маълумотли бўлиш мумкин эмас". Физика фанининг тараққиёти бошқа фанларнинг ривожланишига ҳам ҳисса қўшаяпти. Масалан, химия ва биология фанларида охирги кашфётларнинг аксарияти назарий ва экспериментал физика методларига таянган ҳолда амалга ошаяпти. Шунинг учун ҳам С.И. Вавилов физикани замонавий фаннинг "штаби" деб атаган. Демак, илмий-техник тараққиёт билан баравар қадам ташлайдиган ҳар бир инженер физиканинг асосий қонунларига оид билимини эгаллаши шарт.

Биз яшаб турган, ҳаёт кечираётган галлактикамиз (Қуёш ва уни атрофида айланаётган тўққизта планета ва юлдузлар системаси) жуда кўп асрлардан бери мавжуд. Еримиз, табиатимиз, етти осмонимиз галлактиканинг бир бўлаги бўлиб, тирик организмлар ва одамзод маскани сифатида пайдо бўлди. Табиат ҳодисаларини, жараёнларини ва қонунларини ўрганиш жуда қадимдан бошланган. Табиат сирларини ўрганиш, унинг қонунларини очиш асосида инсоният ўзининг тумуш шароитини, яшаш имконияларини яхшилаб борди. Табиат сирларини ўрганиш ўз навбатида, ўз замонидаги фикрли, мулоҳазали, илғор кишиларни ўзига тортди. Қадимги Юнонистонда табиат ҳодисаларини ўрганувчи табиатшунослик фани вужудга келди.

Физика фанининг ривожланишида буюк ўзбек мутафаккир олимларимизнинг бой илмий меросларни ҳам аҳамияти катта бўлган. Айниқса, Абу Райҳон Берунийнинг фалсафий қарашлари, дунё харитасини яратишдаги уринишлари "Америка" - қитъаси борлигини башорати (Колумбнинг Американи очишида асос бўлган), шунингдек, Аҳмад Ал-Фарғонийнинг Ер меридианини ўлчаб чиқишлари, туташ идиш қонунидан фойдаланиб Нил дарёси сувини ўлчаб берадиган қурилмани яратгани (у ҳозиргача сақланганлиги), Ал-Хоразмий билан биргаликда осмон жисмларини ўрганишдаги тадқиқотлари ҳозиргача ҳам ўз қийматини йўқотганича йўқ. Бизнинг атрофимизни ўраб олган моддий дунё доимо узлуксиз ҳаракатда бўлган материядан иборатдир. Материя икки кўринишда намоён бўлади:

1) Модда кўринишда, масалан, қаттиқ, суюқ, газсимон ва плазма ҳолатидаги жисмлар;

2) Майдон кўринишида, масалан, гравитацион майдон, электромагнит майдон, ядровий кучлар майдони ва бошқалар.

Физика фани материянинг тузилишини ва материя ҳаракатининг энг оддий кўринишидан тортиб, то энг умумий кўринишларигача ўрганади: механик, атом-молекуляр, гравитацион, электромагнит, атом ва ядро ичидаги жараёнлар. Ҳаракат деганда, материянинг табиатда бўладиган барча ўзгаришлари, бир турдан иккинчи турга айланишлари, барча жараёнлар тушунилади. Қонун кенг маънода қандайдир зарурий, ички, такрорланувчи кетма-кетликларни боғланиш асосида бажарилаётган, аниқланган ва умумқоида бўлиши мумкин. Физик қонунлар тажрибалардан олинган маълумотларни умумлаштириш натижасида топилади. Физик қонунлар *физик ҳодисалар* орасидаги объектив ички боғланишни ва физик катталиклар орасидаги реал муносабатларни ифодалайди. Физик ҳодисаларни ўрганиш *тажриба* асосида бошланади. Ҳодисаларни табиий шароитларда ўрганиш асосида тажриба орттириш - *кузатиш* деб, ҳодисаларни сунъий шароитда, яъни *лаборатория* шароитларда амалга ошириб тажриба ўтказишни эса э*ксперимент* деб аташ одат бўлиб қолган. Албатта, эксперимент кузатишга нисбатан бир қатор афзалликларга эга. Биринчидан, экспериментда ахборот олиш учун сарфланадиган вақтни тежаш мумкин. Масалан, табиий шароитларда бирор ҳодиса рўй бериши учун бир неча суткалаб, ҳаттоки ойлаб кутишга тўғри келади. Лабораторияларда эса бу ҳодисани исталган вақтда амалга оширилади. Иккинчидан, табиий шароитларда амалга ошаётган тажрибада ҳодисага бир неча факторларнинг таъсири акс этган бўлади. Лабораторияда эса сунъий равишда шундай шароитлар яратиш мумкинки, натижада факторлардан фақат бирининг ўзгариши ҳодисанинг ўтиш жараёнига қандай таъсир кўрсатишини текшириш имконияти туғилади. Бошқача қилиб айтганда, экспериментда “тозароқ шароитлар” яратиш мумкин. Бу эса тажрибада аниқланаётган катталикларни аниқроқ ўлчашга имконият яратади.

Умуман, тажриба деганда фактларни қайд қилишнигина эмас, балки фактларни системага келтириш, ҳодиса ёхуд жараённи характерловчи физик катталиклар орасидаги боғланишни ҳам сифат, ҳам миқдорий жиҳатдан аниқлашни тушуниш лозим. Тажрибаларда йиғилган ахборотлар ҳодисани тушунтириш учун гипотезалар яратишга асос бўлиб хизмат қилади. Гипотезани мантиқан ривожлантириш туфайли вужудга келадиган натижалар тажрибаларда тасдиқланмаса, бундай гипотеза синовдан ўтмаган, яъни хато гипотеза ҳисобланади.

Аксинча, гипотезадан келиб чиқувчи натижалар тажрибаларда тасдиқланган тақдирда гипотеза *физик назария*га айланади. Физик назария бир соҳадаги бир қатор ҳодисаларни, уларнинг механизмини ва қонуниятларини тушунтира олиши керак. Бундан ташқари, физик назария қайд қилинмаган янги ҳодисаларни олдиндан айтиб бера олади. Агар бу янги ҳодисалар тажрибада қайд қилинса, назария яна синовдан ўтган бўлади. Экспериментал техниканинг ўсиши билан янги ҳодисалар кашф этилиб, уларни тушунтиришга назария ожизлик қилиши мумкин. Бундай ҳолларда назарияга “тузатма” киритилади. Демак, физик назарияларнинг яратилиши ва синалиши тажрибалар билан бошланади ҳамда тажрибалар билан исботланади ва ривожлантирилади.

Физик катталиклар ва уларни ўлчаш.

Материянинг ҳар қандай ўзгаришига ҳаракат дейилади. Жисмларда вақт ўтиши билан содир бўлувчи қонуний боғланган ўзгаришлар мажмуаси физик ҳодисадир. Физик ҳодисадаги ўзгаришлар (ҳаракатлар) кетма-кет тизими жараёндир. Ҳар қандай жараён давомийлиги вақтдир. Қатор ҳодисалар учун умумий бўлган объектив мавжуд боғланишлар физик қонунлар дейилади. Жисмларнинг хоссалари ёки жараёнларнинг характеристикаси (тавсифловчиси) физик катталик дейилади. Бир хил табиатли катталикларни солиштириш ўлчашдир.

Физик тушунча ва катталиклар.

Физик ҳодиса ва жараёнларни тавсифлаш учун физик тушунчалар ва иборалар қабул этилади. Катталиклар учун эса "Физик атамалар" аниқланади ва қабул этилади. Фан ва техника тараққиётига боғлиқ ҳолда тушунча, иборалар ва атамалар такомиллаштирилади.

Бирликлар ва бирликлар системаси

Физик тажрибаларда ўлчаш ишларини қулайлаштириш учун маълум қатталиклар бирлик сифатида қабул этилади ва улар асосий бирликлар ҳисобаланади, улар ёрдамида келтириб чиқарилган бирликлар эса, ҳосилавий бирлик дейилади. Бирликлар мажмуаси бирликлар системаси дейилади. Ҳозир физикадаги кўп қўлланилаётган система Халқаро бирликлар системасидир (СИ). СИ бирликлар системасида 9 та асосий бирлик мавжуд: метр (м), килограмм(кг), секунд (с), ампер (А), Кельвин (К), моль (μ), кандела (kg), радиан (рад), стерадиан (стр).

Физик катталикларни ўлчаш учун ўлчов бирликлари танлаб олинади. Ўлчаш мумкин бўлган физик катталикларнинг бирликлари эталон (намуна) ларга эга. Физик катталикларнинг қиймати деганда, мазкур катталик эталондан (ёки унинг нусхасидан) неча марта фақланишини кўрсатадиган сон тушунилади. Ҳар бир физик катталик ўлчов бирлигини бошқа физик катталикларга боғлиқ бўлмаган ҳолда мустақил танлаш мумкин.

Масалан, еттита физик катталик учунгина, ўлчов бирлиги ихтиёрий танланади. Бу физик катталикларнинг ўлчов бирликлари *асосий бирликлар* деб юритилади. Қолган барча физик катталикларнинг ўлчов бирликлари бу катталикларни асосий катталиклар билан боғловчи қонунлар (формулалар) асосида танланади. Бундай катталикларнинг ўлчов бирликлари *ҳосилавий бирликлар* деб юритилади. 1960 - йил октябрда Халқаро система қабул қилинди. 1961 - йилнинг 24- августида олдинги Совет Иттифоқида “Система Интернациональная” сўзларини бош ҳарфлари бўйича СИ тарзда белгиланган бирликлар системаси тасдиқланди. СИ да *еттита асосий бирлик* ва *икки қўшимча бирлик* қабул қилинган.

Механика материя ҳаракатининг энг содда шакли ҳақидаги таълимотдир. Бундай ҳаракат жисмларнинг ёки жисм қисмларининг бир-бирига нисбатан кўчишидан иборат бўлади. Механика предмети-материя ҳаракатини кўчишдан иборат энг содда шаклини ва ундаги қонуниятларни ўрганишдир. Механика ҳам, ҳамма табиий фанлар каби, ўзининг қонун қоидаларини тажрибалардан олинган маълумотларни умумлаштириш йўли билан аниқлайди. Жисмларнинг кўчишини кузатиш энг содда тажрибалардир. Одамлар кундалик турмушда ва ҳар қандай

ишлаб чиқариш жараёнида жисмларнинг кўчишини кўрадилар. Шунинг учун механик тасаввурлар жуда яққол бўладилар. Механикани бошқа табиий фанлардан олдинроқ кенг ривожланганига ҳам сабаб мана шу.

Механика кинематика, статика ва динамика бўлимларига бўлинади. Кўп адабиётларда кинематика алоҳида ва статика билан динамика бирга қаралади. Кинематика-ўрин алмаштиришнинг ўзини вақтга боғлаб текширади ёки бошқа жисмга нисбатан ҳаракатланувчи жисм ҳаракати шу ҳаракатни келтириб чиқарувчи сабабни қарамаган ҳолда ўрганади. Динамика жисм ҳаракати билан у жисмга таъсир этувчи кучлар орасидаги боғланишни ўрганади. Статика-кучлар таъсирида жисмнинг мувозанат ҳолатини ўрганади, бу ҳолда кучлар бир-бирини мувозанатлайди. Механиканинг тараққиёти кишилик жамиятининг маданий тарихи билан узвий боғлангандир. Миср пирамидалари ва қадимий қурилмаларининг бошқа қолдиқлари қадимий халқлар асосий мувозанат қонунлари ҳақида муайян билимларга эга бўлганлар деб ҳисоблашга мажбур қилади. Чунки, бундай билимга эга бўлмай туриб, бунақа буюк иншоотларни яратиш мумкин бўлмасди.

XYII асрга келибгина Г. Галилей (1564-1642) жисмлар ҳаракатининг асосий қонунини тўғри очиб берди. Бу қонун ҳамда ўз замонидаги олимларнинг ютуқларини билган ҳолда улуғ И. Ньютон (1642-1727) бир неча ўн йиллардан сўнг механик ҳаракатнинг асосий қонуниятларини аниқлади ва уларни шундай равшан ва иҳчам шаклда баён қилдики, у ҳозиргача амалий ва техникавий масалаларни ечишда ҳам, илмий тадқиқотларда ҳам қўлланилмоқда. Эйлер механика қонунларига аналитик кўриниш берди. Кейинги тадқиқотлар механиканинг асосий қонуниятларига умумийроқ шакл бердилар ва мураккаб механикавий ҳодисаларни таҳлил қилиш усулларини такомиллаштирдилар. Аввало Л. Эйлер, Д. Бернулли, Ж. Даламбер, Ж. Лагранж ва бошқа машҳур олимларнинг асарларидан иборат бўлган тадқиқотларнинг буюк натижалари ҳақида назарий механика курсларида гап боради.

Аммо "классик механика" деб аталган, Галилей, Нютон механикаси маълум жисмдаги ҳаракатларини, яъни тезликлари унча катта бўлмаган ва ўлчамлари киши танасининг ўлчамларига яқин бўлган жисмлар (отилган тош) нинг ҳаракати ёки ўзи жуда катта бўлган жисмлар (планеталар) ни ҳаракатини кузатиш натижасида вужудга келган. Классик механиканинг тақрибий характерга эга бўлишига сабаб мана шу. Фаннинг кейинги тараққиёти натижасида маълум бўлдики, агар текширилаётган жисмлар жуда кўп атомлардан иборат бўлса (макроскопик жисмлар) ва уларнинг тезлиги ёруғлик тезлигига қараганда ниҳоят даражада кичик бўлса, классик механика ҳақиқатни жуда аниқ акс эттира олади. Тезлиги ёруқлик тезлигига яқин бўлган макроскопик жисмларнинг ҳаракат қонунлари Эйнштейн томонидан кашф этилган нисбийлик назариясида баён этилади.

Механика тараққиётининг янги босқичи А. Эйнштейн томонидан (1879-1956) ундан олдин ўтган олимларнинг фундаментал ишларидан бошлаган. Бу ишлар ёруғлик тезлигидан кичик ҳар қандай тезлик билан ҳаракатланаётган жисмларнинг ҳаракат қонунларини ўзига олувчи механика қонунларининг улкан

умумлашмасидан иборат бўлиб, эндиликда Ньютон механикасини Эйнштейн механикасининг бир қисми деб ҳисоблаш мумкин.

1 - БОБ
КИНЕМАТИКА

КИРИШ

Табиатдаги мавжуд жисмларнинг вазиятини, хусусиятларини ва ҳаракатларини ўрганишда ҳамда улар билан боғлик бўлган жараёнларни тасвирлашда қўйилган максаднинг моҳиятига кўра физикада ҳар хил соддалаштирилган моделлардан фойдаланилади, яъни мавжуд объектларни уларнинг идеаллашган нусхаси — модели билан алмаштирилади. Шу максадда физиканинг механика бўлимида моддий нуқта, мутлақ (абсолют) қаттиқ жисм, узлуксиз (яхлит) муҳит деб аталадиган механик ўхшатма ёки моделлардан фойдаланилади. Ўрганилаётган шароитда геометрик ўлчамлари ва шакли ҳисобга олинмайдиган ҳамда массаси бир нуқтага тўпланган деб қараладиган ҳар қандай жисм *моддий нуқта* деб аталади. Моддий нуқта тушунчаси илмий абстракция ҳисобланади. Бу тушунчани киритганда биз асосий эътиборни ўрганилаётган ҳодисанинг бош моҳиятини аниқлаб берувчи томонларига каратиб, бошқа хусусиятлар (жисмнинг геометрик ўлчамлари, таркиби, ички ҳолати ва бу ҳолатнинг ўзгариши каби хусусиятлар) ни инобатга олмаймиз. Физика фанида фақат биргина жисм ўрганилмасдан бир неча жисмлар тўплами ҳам ўрганилади. Бу жисмларни моддий нуқталар тўплами (тизими) деб қараш мумкин. Битта макроскопик жисмни ҳам хаёлан майда бўлакчаларга бўлиб, бу бўлакчаларни ўзаро таъсирлашувчи моддий нуқталар тизими (системаси) деб тасаввур килиш мумкин.

Ҳар бир жисмнинг ўзи бир шароитда моддий нуқта бўлиши, иккинчи бир шароитда эса моддий нуқта бўлмаслиги мумкин. Бирор жисмни моддий нуқта деб ҳисоблаш масаласи текширилаётган ҳодисанинг моҳиятига боғлик бўлади. Масалан, Ернинг ўз орбитаси бўйлаб Қуёш атрофидаги йиллик ҳаракатини олиб қараганимизда Ерни моддий нуқта деб ҳисоблаш мумкин, чунки Ернинг диаметри унинг орбитасининг диаметрига нисбатан ҳисобга олмаслик мумкин бўлган даражада кичикдир. Худди шу мулоҳазаларга кўра Ойнинг ўз орбитаси бўйлаб Ер атрофидаги ҳаракатини, бир шаҳардан иккинчи шаҳарга бораётган тайёра ҳаракатини ва ниҳоят, минора тепасидан уфк текислиги бўйлаб (горизонтал) отилган (ёки тик ташланган) тошнинг ҳаракатини кузатганимизда улар моддий нуқта моделига мисол бўла оладилар. Демак, ҳаракат кўламларига нисбатан жисмнинг ўлчамлари ҳисобга олинмайдиган даражада кичик бўлса, бундай жисмни моддий нуқта деб қаралади.

Мутлақ (абсолют) қаттиқ жисм деб ихтиёрий икки нуқтаси орасидаги масофа унинг ҳаракати давомида ўзгармайдиган жисмга айтилади. Табиатда мутлақ каттиқ жисмнинг ўзи мавжуд эмас. Маълумки, ҳар қандай қаттиқ жисм ташқи куч таъсирида деформацияланади, яъни геометрик ўлчамлари, шакли бирор даражада ўзгаради. Лекин қўйилган масаланинг моҳиятига қараб кўп ҳолларда деформация туфайли бўладиган ўзгаришларни ҳисобга олмаса ҳам бўлади. Мутлақ қаттиқ жисм ҳар қандай макроскопик жисм каби бир-бири билан қаттиқ боғланган моддий нуқталар тизимидан иборат деб тасаввур қилинади.

Суюқликлар, газлар ва деформацияланадиган жисмларнинг ҳаракатини ҳамда мувозанатини ўрганишда узлуксиз муҳит тушунчаси қўлланилади. Маълумки, ҳар қандай моддий жисм атом ва молекулалардан ташкил топган бўлиб, дискрет тузилишга эга. Лекин масалани соддалаштириш мақсадида моддани узлуксиз яхлит (муттасил) муҳит деб қараб, унинг атом ва молекулалардан тузилганлиги эътиборга олинмайди.

Жисмларнинг ҳаракат қонунларини ўрганишда фазо ва вақт тушунчаларини аниқ тасаввур қилиш муҳим аҳамият касб этади. Маълумки, ҳамма моддий жисмлар ҳажмга эга бўлганликлари учун улар муайян жойни эгаллайди ва бир-бирларига нисбатан қандайдир тарзда жойлашган бўлади. Жисм ўз ҳаракати туфайли вазиятларини (ўринларини) ўзгартиради. Бу ўзгариш, табиийки, фазода содир бўлади ва маълум вақт оралиғида амалга ошади. Ҳар қандай механик жараён бирор вақт оралиғида фазода содир бўлади. *Вақт* — ҳодисаларнинг кетма-кет ўзгариш тартибини ифодалайдиган физикавий катталикдир. Жисмлар ҳаракатини фазо ва вақтдан ажралган ҳолда тасаввур килиб бўлмайди. Шунинг учун ҳам жисмларнинг мавжудлиги ва уларнинг ҳаракатлари фазода ва вақт ичида содир бўлади, деб қаралади.

Фазо ва вақт Коинотнинг физикавий манзарасини яратишда ҳал қилувчи, тарихий ривожланиб келаётган тушунчалардир. Ньютоннинг бу ҳақдаги таълимоти қуйидагича: ҳеч қандай жараёнга боғлиқ бўлмаган мутлақ (абсолют) фазо ва мутлақ вакт мавжуддир; фазо—абадий мавжуд бўладиган, чегарасиз (чексиз катта), қўзғалмас бўшлиқ бўлиб, бу бўшлиқда материя ҳар хил шаклда бўлади; фазо бир жинсли бўлиб ҳамма йўналишларда хусусиятлари бир хилдир; бу бўшлиқнинг (фазонинг) хусусиятлари унда моддаларнинг қандай таксимланишига ҳамда қандай ҳаракатланишига боғлиқ бўлмайди ва вақт ўтиши билан ўзгармайди. Бундай ўзгармас фазода моддаларнинг тақсимланишини ва уларнинг ҳаракатини бутун олам тортишиш конуни белгилайди. Ньютоннинг нуқтаи назарича вақт мутлақ бўлиб, ташқи муҳитга ва жисм ҳаракатига боғлиқ бўлмаган ҳолда бир текис ўтади. Ньютоннинг фазо ва вақт ҳақидаги таълимоти оддий шароитда кузатиладиган механик ҳаракатлар (жисмлар, юк ташиш воситалари, сунъий йўлдошлар, фазовий кемалар, сайёралар ҳаракати) учун амалий жиҳатдан тўғридир; бу таълимот юнон олими Евклид геометриясига асосланган. Евклид геометриясида учбурчак ички бурчакларининг йиғиндиси 180° га тенг ва икки нуқта орасидаги энг қисқа масофа тўғри чизикдир. Кичик кўламларда (масштабларда, масалан, бир варак коғоз катталигида) чизилган учбурчакнинг ички бурчакларининг йиғиндисини ўлчаш ҳеч қандай қийинчилик туғдирмайди. Анча катта миқёсларда Евклид геометрияси қай даражада тўғри ёки ундан амалда қанчалик аниқлик билан фойдаланиш мумкин деган саволга жавобни бизга албатта тажриба беради.

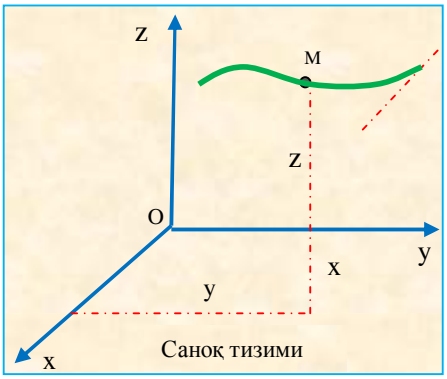
XX аср бошларида А. Эйнштейн нисбийликнинг умумий назариясини яратди. Бу назариядан Коинотнинг ҳақиқий фазоси ноевклид фазо эканлиги келиб чиқади. Мазкур назарияга мувофиқ, фазонинг геометрик хоссалари ҳамда вақтнинг ўтиш тезлиги материянинг фазода тақсимланишига ва унинг ҳаракатига боғлиқ бўлади. Яъни, фазо ва материя ҳаракати бир-бирига узвий боғликдир. Шунинг учун нисбийликнинг умумий назариясини фазо-вақт назарияси деб ҳам

юритилади. Материянинг фазодаги таксимоти ва ҳаракати бир-бирига боғлиқ бўлган фазо-вақт геометриясини ўзгартиради, фазо-вақт геометриясининг ўзгариши эса унда материянинг таксимланишини ва ҳаракатини белгилайди. Нисбийликнинг умумий назарияси Ньютоннинг фазо ва вақт ҳақидаги таълимоти нотўғри деган хулосага олиб келмайди. Тажриба шуни кўрсатадики, Ньютон таълимоти фақат астрономик кўламларда олинган фазонинг кичик соҳаларида ва ўша ўлчовларга нисбатан қисқа вақт оралиқлари учун тўғридир. Катта кўламларда — Метагалактика кўламидаги масофалар билан боғлиқ ҳодисаларда, шунингдек кучли гравитацион майдонлар мавжуд бўлган жойларда, Ньютон конунларидан четланишлар содир бўлади. Шуни айтиш керакки, Коинотнинг айрим унча катта бўлмаган соҳаларида кучли гравитацион майдонлар мавжуд бўлса, бу соҳаларда фазонинг эгриланиши ва вақт ўтиш тезлигининг ўзгариши сезиларли даражада намоён бўлади.

1905 йилда А. Эйнштейн томонидан яратилган нисбийликнинг махсус назариясида худди Ньютон механикасидагидек вақт бир жинсли, фазо эса бир жинсли ҳамда изотроп (барча йўналишларда хусусиятлари бир хил) деб қаралади. Бу назарияда ҳам фазо ва вақтни якка-якка тарзда қараш мумкин эмаслиги, вақт ва фазо бир-бири билан боғлиқ эканлиги, жисмларнинг фазо-вақт тавсифлари уларнинг муайян саноқ тизимига нисбатан аниқланадиган тезликларига боғлиқлиги исбот қилинди. Мазкур назарияга кўра, вақт оралиқлари ва кесма узунликлари нисбий бўлиб, улар қандай саноқ тизимларида ўлчанаётганликларига боғлик, яъни бирор саноқ тизимига нисбатан тинч турган жисмнинг (кесманинг) узунлиги ҳаракатдаги саноқ тизимидаги узунлигидан фарқ қилади.

1.1.Жисмнинг фазодаги вазияти.

Жисмнинг фазодаги вазиятини аниқлаш деб, ушбу жисмнинг фазодаги ўрнини бошқа жисмларга нисбатан аниқланишига айтилади. Ўрганилаётган жисмнинг фазодаги вазиятини аниқлашга имкон берувчи ихтиёрий жисмга *саноқ жисми* дейилади. Умуман ихтиёрий жисм - машина, Ер, Қуёш, юлдузлар саноқ жисми сифатида қаралиши мумкин.

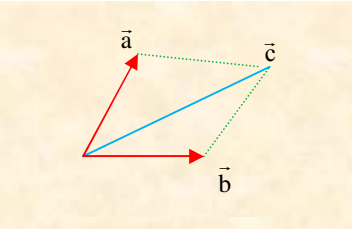


Жисмларнинг фазодаги вазиятини аниқлаш учун саноқ жисмнинг ўзи етарли эмас. Агар саноқ жисми танлаб олинган бўлса, ўрганилаётган жисмнинг вазиятини аниқлаш учун саноқ жисмнинг бирор нуқтасидан ўтувчи координаталар ўқи ўтказилади. Координаталар боши саноқ жисми билан боғланади. Сўнгра жисмнинг ихтиёрий нуқтасининг фазодаги вазияти унинг координаталари орқали аниқланади. Умуман, тўғри чизиқда жойлашган ихтиёрий М моддий нуқтанинг координатаси (вазияти) М(х) кўринишида ифодаланади. Агар х нинг қиймати манфий бўлса, моддий нуқта саноқ боши (0) дан Ох ўқининг йўналишига қарама-қарши томонда жойлашганлигини, мусбат бўлса, Ох ўқи йўналишида жойлашганлигини билдиради. Саноқ боши ва унга боғланган координата ўқлари *координаталар тизими* деб аталади. Координаталар тизими бир ўлчовли, икки ўлчовли, уч ўлчовли бўлиши мумкин. Бир ўлчовли координаталар тизими ихтиёрий жисмнинг тўғри чизиқдаги вазиятини аниқлаш имконини беради. Моддий нуқта текисликда жойлашган бўлса, унинг вазиятини аниқлаш учун битта координата ўқининг ўзи етарли бўлмайди. Бунинг учун саноқ бошидан ўтувчи ва Ох ўқига тик (перпендикуляр) йўналган иккинчи - Оу ўқи ўтказилади ва икки ўлчовли координаталар тизими киритилади.

Умуман моддий нуқтанинг текисликдаги вазияти ОХ ва ОУ ўқларига мос келувчи иккита сон қиймати билан аниқланади ва у М (х; у) ифода билан белгиланади. Турмушда баъзан фазода жойлашган жисмларнинг вазиятини аниқлашга тўғри келади. Масалан, хона шипида осилиб турган электр чироғи, хона ўртасида жойлашган арчанинг учидаги ўйинчоқ ёки партанинг устидаги китоб хонанинг бирор бурчаги (саноқ боши) га нисбатан тўғри чизиқда ҳам, текисликда ҳам, жойлашган эмас. Фазода жойлашган бундай жисмларнинг вазиятини аниқлаш учун яна битта координата ўқи киритилади. Натижада уч ўлчовли координаталар тизими ҳосил бўлади. Уч ўлчовли координаталар тизимида моддий нуқтанинг вазияти учта сон қиймати билан аниқланади ва М (х;у;z) кўринишида ёзилади.

Векторлар алгебраси

Улардан бири ўзининг сон қиймати билан тўла аниқланиб, скаляр миқдорлар ёки *скалярлар катталиклар* дейилади. Бундай катталикларга юза, ҳажм, зичлик, масса, иссиқлик миқдори, энергия миқдори ва бошқалар киради. Иккинчи хил катталикларни тўла ифодалаш учун эса уларнинг сон қийматларидан ташқари йўналишлари ҳам берилган бўлиши керак. Бундай катталиклар вектор катталиклар ёки векторлар дейилади. Кўчиш, тезланиш, куч, куч моменти вектор катталиклардир.

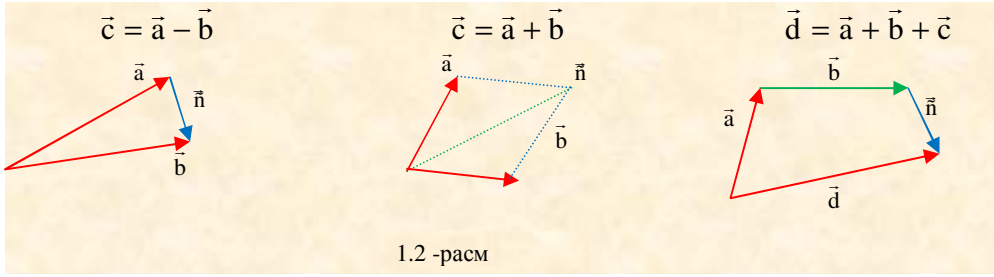


1.1-расм

Векторларнинг ифодаланиши. Чизмада тугаш нуқтаси стрелка қўйиш билан кўрсатилса, ёзувда вектор белгиланган ҳарф устида стрелка қўйилади ($\vec{r}$). Векторнинг сон қиймати унинг модули ёки узунлиги дейилади ва р ёки $|\vec{r}|$ дек кўрсатилади. Узунликлари тенг ва йўналишлари бир хил бўлган векторларга ўзаро тенг векторлар дейилади. Узунлиги бир бирликка тенг бўлган векторга бирлик вектор дейилади ва $\vec{r}_0$ каби белгиланади: $\vec{r} = r \cdot \vec{r}_0$. Бошланғич нуқтаси текислик ёки

фазонинг исталган нуқтасида ётиши мумкин бўлган векторларга *озод векторлар* дейилади. Биз озод векторлар билан иш кўрамиз, яъни векторларни керакли нуқтага кўчирамиз. Бу улар устида амаллар бажарилишини осонлаштиради. Ўз навбатида фазонинг ва вақтнинг бир жинслилиги, яъни уларнинг барча қийматларининг тенг кучлилиги бунга тўла имкон беради.

Векторларни қўшиш. Иккита $\vec{a}$ ва $\vec{b}$ векторларнинг йиғиндиси деб, томонлари шу векторлардан иборат бўлган параллелограммнинг диагоналига тенг бўлган векторга айтилади (1.2-расм):



1.2 -расм

Бунда $\vec{a}$ ва $\vec{b}$ векторлар 0 нуқтага кўчирилган ва уларга параллел бўлган $\vec{a}$ъ ва $\vec{b}$ ъ векторлар ёрдамида параллелограмм ҳосил қилинган. 1.2 - расмдан кўриниб турибдики, $\vec{a}$ ва *б* векторларни қўшиш учун $\vec{b}$ векторнинг бошини $\vec{a}$ векторнинг тугаш нуқтасига кўчириш ва $\vec{a}$ векторнинг бошланиш нуқтасини *б* векторнинг тугаш нуқтаси билан туташтириш кифоя экан. Бир нечта вектор қўшилганда айнан шундай иш тутилади (1.2-расм).

$$\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

Алгебраик йиғинди деганда катталикларнинг сон қийматларини қўшиш, геометрик йиғинди деганда эса сон қийматларидан ташқари йўналишларини ҳам ҳисобга олиб қўшиш назарда тутилади.

Векторларни айириш. $\vec{a}$ вектордан $\vec{b}$ векторни айириш, $\vec{a}$ векторга $(-\vec{b})$ векторни қўшиш каби бажарилади

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

Векторларни сонга кўпайтириш ва бўлиш. Векторни бирор *m* сонга кўпайтириш унинг модулини *m* марта ўзгартириш демакдир

$$\vec{c} = m\vec{a} = ma\vec{a}_0 = (ma)\vec{a}_0$$

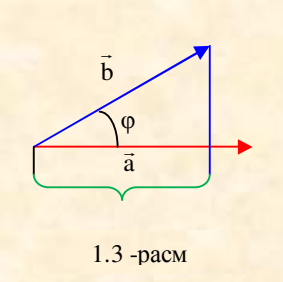
Векторни n га бўлиш уни 1/n га кўпайтиришдек бажарилади, яъни

$$\vec{d} = \frac{\vec{a}}{n} = \frac{1}{n}\vec{a}$$

Икки векторнинг скаляр кўпайтмаси. Икки векторнинг скаляр кўпайтмаси деб, бу векторлар узунликлари билан улар орасидаги бурчак косинуси кўпайтмасига тенг бўлган скаляр катталикка айтилади (1.3 - расм)

$$(\vec{a} \cdot \vec{b}) = a \cdot b \cdot \cos\alpha .$$

Агар $\alpha = \frac{\pi}{2}$ бўлса, $\cos\alpha = 0$ ва $(\vec{a} \cdot \vec{b}) = a \cdot b \cdot \cos\frac{\pi}{2} = 0$ бўлади. Демак, ўзаро перпендикуляр векторларнинг скаляр кўпайтмаси 0 га тенг бўлади.



1.3 -расм

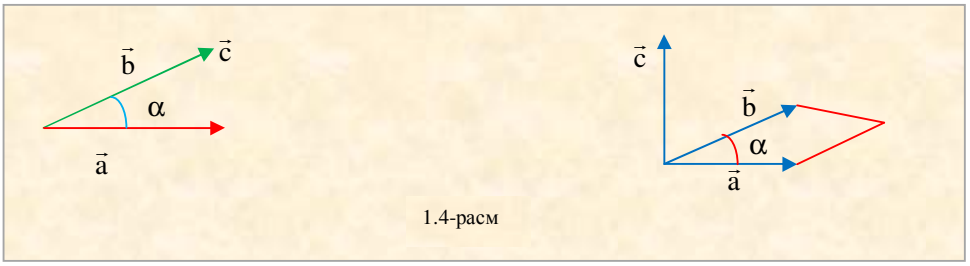
Икки векторнинг вектор кўпайтмаси. *Иккита* $\vec{a}$ *ва* $\vec{b}$ *векторларнинг вектор кўпайтмаси* деб, шундай *с* векторга айтиладики, бу вектор $\vec{a}$ *ва* $\vec{b}$ векторларга перпендикуляр, катталиги эса томонлари $\vec{a}$ ва $\vec{b}$ векторлардан тузилган параллелограмм юзига тенг, йўналиши шундай бўлмоғи керакки, $\vec{c}$ вектор парманинг илгариланма ҳаракати билан мос келса, парма дастасининг ҳаракати $\vec{a}$ вектордан $\vec{b}$ векторга ўтиш йўли билан мос келади, $\vec{c} = \left[\vec{a} \cdot \vec{b}\right]$ (1.4-расм). $\vec{c}$ векторнинг модули $c = a \cdot b \cdot \sin\phi$.

1.2. Траектория ва йўл.

Жисм ҳаракат давомида фазонинг турли нуқталаридан ўтади. Бу нуқталар бир-бири билан туташтирилганда бирор кўринишдаги чизиқ ҳосил бўлади. Бу чизиқ жисмнинг ҳаракат траекториясини билдиради. *Траектория* деб моддий нуқтанинг ҳаракати давомида унинг фазода қолдирган изини ифодаловчи чизиққа айтилади. Масалан, тунги осмонда тушаётган метеорит кўзга кўринадиган траектория – ёруғ из қолдиради. Билярд соққасининг ҳаракат траекторияси синиқ чизиқлардан иборат бўлади. Ҳаво очиқ кунлари жуда баланд учаётган самолёт орқасида оппоқ из қолишини кўп марта кузатгансиз. Бу из самолётнинг ҳаракат траекториясидир. Жисмларнинг ҳаракат траекторияси ихтиёрий кўринишидаги чизиқдан иборат бўлади. Жисм ҳаракатни бошлагунга қадар унинг траекторияси маълум бўлиши мумкин. Масалан, поезд, трамвай, троллейбусларнинг траекторияси олдиндан маълум бўлади. Физикада жисмларнинг ҳаракат траекториясини олдиндан ҳисоблаб топиш муҳим аҳамиятга эгадир. Масалан, олимлар фазога учирилаётган космик кема, сунъий йўлдошларнинг ҳаракат траекторияларини ҳаракат ҳақидаги бошқа маълумотлардан фойдаланиб олдиндан ҳисоблаб қўйишади. Жисм бирор траектория бўйлаб ҳаракатланаётганда маълум масофани босиб ўтади. Моддий нуқтанинг траектория бўйлаб маълум вақт давомида босиб ўтган масофасига *йўл* дейилади. Йўлни ўлчаш мумкин, шунинг учун у физикавий катталикдир. Йўл L ва S ҳарфида белгиланиб, у узунлик

бирликларида ўлчанади. Кўп ҳолларда жисмнинг ҳаракат траекторияси унчалик аҳамиятга эга бўлмайди. Ҳаракат тўғрисида тўла тасаввур ҳосил қилиш учун жисмнинг бошланғич ва охирги вазиятини билиш етарли бўлади.

Моддий нуқтанинг ҳаракати давомидаги бошланғич ва охирги вазиятларини туташтирувчи векторга *кўчиш* дейилади ва у $\vec{S}$ билан белгиланади. Кўчиш вектор катталикдир.



1.4-расм

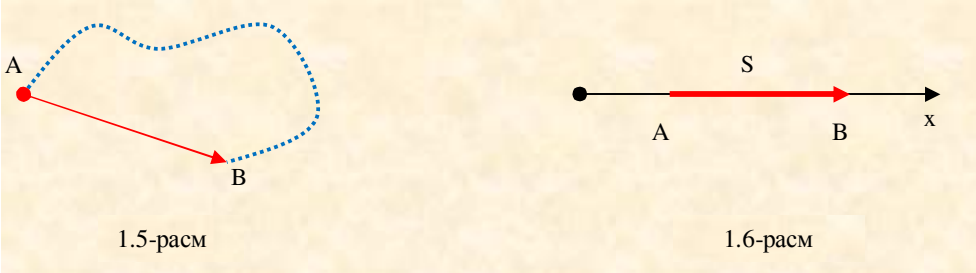
Кўчишда моддий нуқта ҳаракатланиб, бирор вақт оралиғида ўз вазиятини А дан В га ўзгартиради (1.6–расм). Кўчиш доимо жисмнинг бошланғич вазиятидан охирги вазиятига йўналган бўлади. Кўчишнинг бирлиги узунлик бирлигида ифодаланади, яъни $[S]=1$м. Кўчиш вектор катталик бўлганлиги учун унинг сон қиймати координаталар ўқидаги проекциялари ёрдамида аниқланади. Кўриниб турибдики, кўчиш ҳеч қачон траекториядан катта бўла олмайди, лекин кўчиш траекторияга тенг бўлиши мумкин. Траектория ва кўчиш учун доимо $L \geq |\vec{S}|$ тенгсизлик ўринли бўлади. Агар ҳаркатланаётган жисм маълум вақтдан сўнг бошланғич вазиятига қайтиб келса, унинг кўчиши нолга $\left(|\vec{S}|=0\right)$ тенг бўлади.

Тўғри чизиқли ва эгри чизиқли ҳаракат. Табиатда ҳаракатлар хилма-хилдир. Масалан, машинанинг ҳаракат траекторияси тўғри чизиқдан иборат бўлса, пилдироқ четки нуқтасининг траекторияси - айланадан, пармалаш станогидаги парманинг ҳаракат траекторияси эса мураккаб кўринишдаги траекториядан иборатдир. Умуман табиатда мавжуд бўлган барча ҳаракатлар траекториясининг кўринишига қараб икки хил бўлади: *тўғри чизиқли ва эгри чизиқли ҳаракат.*

Траекторияси тўғри чизиқдан иборат бўлган моддий нуқтанинг ҳаракатига *тўғри чизиқли ҳаракат* дейилади. Табиатда мутлақ (абсолют) тўғри чизиқли ҳаракат йўқ. Жисмлар фақат ҳаракатнинг маълум қисмидагина тўғри чизиқ бўйлаб ҳаракатланиши мумкин. Траекторияси эгри чизиқдан иборат бўлган моддий нуқта ҳаракатига *эгри чизиқли ҳаракат* дейилади. Эгри чизиқли ҳаракатнинг энг содда кўриниши айланма ҳаракатдир. Ҳар қандай мураккаб ҳаракатни тўғри чизиқли ва айланма ҳаракатлар йиғиндиси сифатида ўрганиш мумкин. Масалан, билярд соққасининг ҳаракати бир нечта тўғри чизиқли

ҳаракатлар йиғиндисидан иборат бўлса, парманинг ҳаракати тўғри чизиқли ва айланма ҳаракатлар йиғиндисидан иборатдир.

Текис ва нотекис ҳаракат. Механик ҳаракат траектория шаклидан ташқари ҳаракат жадаллиги (тезлиги) га қараб ҳам икки хил бўлади: *текис ва нотекис ҳаракат.* Исталган бир хил вақт орлиқларида бир хил масофани босиб ўтадиган моддий нуқтанинг ҳаракатига *текис ҳаракат* дейилади. Масалан, автомобил биринчи секундда 15 м, иккинчи секундда ҳам 15 м, учинчи секундда ҳам 15 м ва ҳ.к. масофани босиб ўтаяпти. Бундай ҳаракат текис ҳаракатдир. Исталган бир хил вақт оралиқларида турли хил масофаларни босиб ўтадиган моддий нуқта ҳаракатига *нотекис ҳаракат* дейилади. Масалан, поезд бекатдан жўнаётиб бир хил вақт оралиқларида борган сари кўпроқ масофани босиб ўтади. Аксинча, бекатга яқинлашаётганда эса бир хил вақт оралиқларида босиб ўтилаётган масофа борган сари камая боради. Умуман, ҳаракатнинг номидан унинг қандай ҳаракат эканини билиб олиш мумкин. Масалан, «эгри чизиқли текис ҳаракат» деганда, траекторияси эгри чизиқдан иборат ва бир хил вақт оралиқларида бир хил йўлни ўтадиган жисм ҳаракати тушунилади.



1.5-расм 1.6-расм

Биз энди траектория ва кўчиш тушунчаларини векторлар нуқтаи назардан тасвирлашга ҳаракат қиламиз. Бунинг учун 1.7 - расмда тасвирланган тўғрибурчакли декарт координаталар системасидан фойдаланамиз. Бу ерда $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - ортонормаланган координаталар системасининг ортлари - модул бўйича бирлик ва ўзаро перпендикуляр векторлардир. Агар учинчи орт (вектор $\vec{k}$) охиридан биринчи орт ($\vec{i}$) дан иккинчи орт ($\vec{j}$) га энг қисқа масофа орқали айланиш, соат стрелкаси айланишига тескари кўринса, яъни $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ векторларнинг ўзаро йўналиши ўнг қўлнинг учта бош, кўрсатгич ва ўрта бармоқлари ўзаро перпендикуляр жойлашгандаги ўзаро йўналишлари билан мос тушса, бундай координаталар системасини ўнг координаталар системаси дейилади. Моддий нуқта М нинг координата системасига нисбатан ҳолатини иккита эквивалент усул билан бериш мумкин: М нуқтанинг ҳамма x, y, z координаталари қийматларини кўрсатиш ёки унинг радиус вектори $\vec{r}$ - координата боши 0 дан М нуқтага ўтказилган вектор қийматини кўрсатиш билан. Векторларни қўшиш қоидасидан келиб чиқадики, М нуқтанинг радиус векторини $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ базислар ёрдамида қуйидагича ёзиш мумкин

$$\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}, \quad |\vec{r}|=r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}. \tag{1.1}$$

М нуқтанинг координаталари x, y, z базисга нисбатан $\vec{r}$ радиус-векторнинг координаталари (компонентлари), $x\vec{i}, y\vec{j}, z\vec{k}$ - векторлар эса координата ўқлари бўйича ташкил этувчи векторлар дейилади. Бу координаталар системаси ортогонал бўлганлигидан x, y, z ларнинг қийматлари $\vec{r}$ векторнинг декарт координаталар ўқларидаги проекцияларига тенг

$$\left.\begin{aligned} r_x &= \vec{n}p_x\vec{r} = r\cos\alpha = x, \\ r_y &= \vec{n}p_y\vec{r} = r\cos\beta = y, \\ r_z &= \vec{n}p_z\vec{r} = r\cos\gamma = z, \end{aligned}\right\} \tag{1.2}$$

бу ерда α, β ва γ - радиус-вектор $\vec{r}$ билан координата ўқларининг ортлари орасидаги бурчаклар. М нуқтанинг ҳаракати туфайли унинг координаталари ва радиус-вектори вақт ўтиши билан ўзгаради. Шунга кўра М нуқтанинг ҳаракат қонунини билиш учун t вақт бўйича функционал боғланишнинг кўринишини ёки ҳамма учта унинг координатаси:

$$x=x(t), \quad y=y(t), \quad z=z(t) \tag{1.3}$$

ёки унинг радиус-вектори

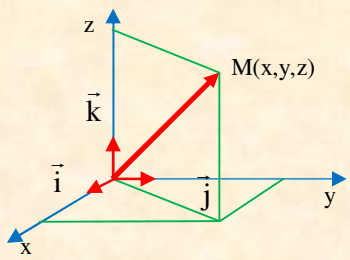
$$\vec{r}=\vec{r}(t) \tag{1.4}$$

учун кўрсатиш зарур. Учта тенглама (1.3) ёки унга эквивалент бўлган битта (1.4) вектор тенгламани нуқта ҳаракатининг *кинематик тенгламаси* дейилади.

Демак, расмдан кўринадики, нуқтанинг траекторияси танланган санақ системасига нисбатан нуқтанинг ўз ҳаракати давомида ҳосил қиладиган чизиқдан иборат экан. Нуқта ҳаракатининг кинематик тенгламалари (1.4) унинг траекториясини параметрик шаклда беради. Параметр бўлиб вақт t хизмат қилади. Нуқта траекторияси тенгламасининг одатдаги, яъни траектория нуқталарининг декарт координаталарини ўзаро боғловчи икки тенглама кўринишидаги шаклини (1.4) тенгламаларни ечиб, параметр t ни чиқариб ташлаш йўли билан олиш мумкин. Масалан, нуқта ҳаракатининг кинематик тенгламаси қуйидаги шаклда берилган бўлсин

$$x = a\cos\omega t, \;\; y = b\sin\omega t, \;\; z = 0,$$

бу ерда $\omega = \text{const}$. Бу нуқта траекториясининг тенгламаси



1.7 расм

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1, \qquad z=0,$$

яъни нуқта z=0 текисликда ярим ўқлари a ва b га тенг эллиптик траектория бўйлаб ҳаракатланади. Траекториянинг шаклига боғлиқ равишда нуқтанинг тўғри чизиқли ва эгри чизиқли ҳаракатларини фарқлайдилар. Нуқта траекторияси ясси эгри чизиқ бўлиб, яъни бутунлай бир текисликда ётса, бундай нуқта ҳаракати *ясси ҳаракат* дейилади. Жисмнинг механик ҳаракати нисбийдир: унинг характери, хусусан, жисм нуқталарининг траекториялари саноқ системасининг танланишига боғлиқ. Масалан, маълумки, Қуёш билан боғланган саноқ системасига нисбатан Қуёш системасидаги сайёралар эллиптик орбита бўйлаб ҳаракатланади. Худди шу вақтда ердаги саноқ системасига нисбатан улар етарлича чалкаш траектория бўйича ҳаракатланади. Умумий ҳолда нуқта траекторияси фазовий чизиқдир. Кинематикада нуқтанинг ихтиёрий траекториясини тавсифлашда уринувчи текислик ва уринувчи айлана, эгрилик маркази ва радиуси, бош нормал ва бошқа тушунчалардан фойдаланилади (1.8 – расм).

Геометриядан маълумки, бирор эгри чизиқ ва уни тортиб турувчи ватар узунлигининг фарқи шу қисм узунлиги озайиши билан камайиб боради. Демак, этарлича кичик dt (t дан $t+\Delta t$ гача) вақт оралигида кўрилаётган траектория бўйича нуқтанинг элементар кўчиш вектори $d\vec{r}=\vec{r}(t+dt)-\vec{r}(t)$ модули билан шу вақтдаги йўл узунлиги $dS=S(t+dt)-S(t)$ нинг фарқини ҳисобга олмаслигимиз мумкин: $d\vec{r}=dS$. Айтилганлардан маълумки, $d\vec{r}$ вектор бирлик уринма вектор $\vec{\tau}$ каби траекторияга уринма равишда нуқта ҳаракати томон йўналган. Шундай қилиб,

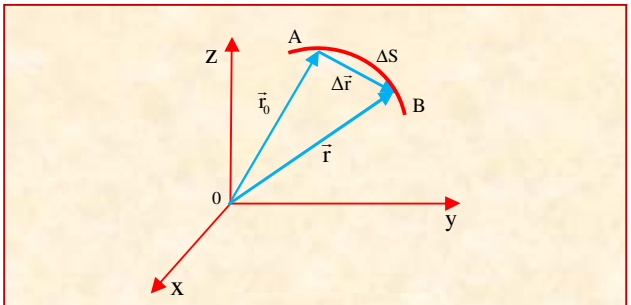
$$d\vec{r}=\left|d\vec{r}\right|\vec{\tau}=dS\cdot\vec{\tau}. \qquad (1.5)$$

(1.5) га асосан t дан $t+\Delta t$ гача ҳар қандай чекли вақт оралигида моддий нуқтанинг кўчиш векторини уч координата ўқлари бўйлаб нуқта силжишларининг геометрик йиғиндиси кўринишида қуйидагича кўрсатиш мумкин

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)=\Delta x\vec{i}+\Delta y\vec{j}+\Delta z\vec{k}.$$

Бу ерда $\Delta x=x(t+\Delta t)-x(t)$, $\Delta y=y(t+\Delta t)-y(t)$, $\Delta z=z(t+\Delta t)-z(t)$ - моддий нуқта координаталарининг кўрилаётган вақт оралигидаги орттирмалари.

Физик катталикнинг ўзгариши. Моддий нуқта ҳаракатланаётганда унинг координатаси вақт ўтиши билан ўзгаради. Масалан, йўловчи $t_0=10\,c$ бўлган бошланғич вақтда координата бошидан 30 м масофада турибди. 20 с ўтгандан



1.8- расм

кейин эса у ҳаракатланиб, координата бошидан 60 м масофага бориб қолди. Унинг координатаси бу вақт давомида қанчага ўзгарганлигини ҳисоблаш керак бўлсин. *Физик катталикнинг ўзгариши* деб катталикнинг охирги қийматидан бошланғич қийматини айирмасига тенг катталикка айтилади ва у шу катталик белгисининг олдига Δ (дельта) харфини қўшиб ёзиш билан ифодаланади. Юқоридаги мисолда вақтнинг ўзгариши

$$\Delta t=t-t_0,$$

координатанинг ўзгариши эса

$$\Delta x=x-x_0$$

формулалар ёрдамида топилади. Бу ифодаларга асосан

$$\Delta t=t-t_0=20\,c-10\,c=10\,c,$$
$$\Delta x=x-x_0=60\,m-30\,m=30\,m.$$

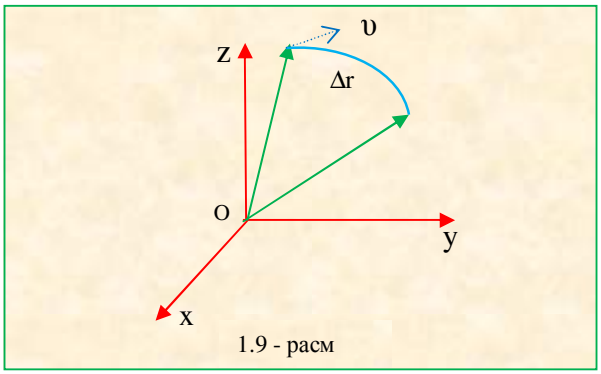
Демак, йўловчининг ҳаракати давомида вақтнинг ўзгариши 10 с га, координатасининг ўзгариши эса 30 м га тенг. Катталикларнинг ўзгаришини билиш физикада муҳим аҳамиятга эга. Жисм координатасининг ўзгаришини билган ҳолда у тинч турибдими, ёки ҳаракатланяптими, ҳаракатланаётган бўлса, у қандай ҳаракатланаяпти, деган саволларга осон жавоб топиш мумкин. Агар моддий нуқта координатасининг вақт ўтиши билан ўзгариш $\Delta x=0$ бўлса, у тинч

ҳолатда турибди, дейилади. Агар ҳаракатни ўрганишда бошланғич вақт тўғрисида алоҳида маълумот бўлмаса, $t_0=0$ деб олинади.

1.3. Жисмнинг тезлиги.

Механикада нуқта ҳаракатининг йўналиши ва жадаллигини характерлаш учун *тезлик* деб аталувчи вектор физик катталик киритилади. Нуқтанинг t вақт моментидаги тезлиги деб, шу нуқтанинг радиус-векторидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага тенг вектор катталик $\vec{\upsilon}$ га айтилади.

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$



1.9 - расм

Траекторияси тўғри чизиқдан, тезлигининг миқдори ўзгармас бўлган ҳаракатга *тўғри чизиқли текис ҳаракат* дейилади. Бундай ҳаракат давомида моддий нуқта ихтиёрий, лекин тенг вақтлар оралиғида тенг кесмаларни босиб ўтади. Табиийки, тўғри чизиқли ҳаракат моддий нуқтанинг босиб ўтган йўли расмда кўрсатилганидек кўчиш билан устма-уст тушади ва улар миқдор жиҳатидан ҳам тенг. Шунинг учун Δr кўчишни у босиб ўтган ΔS йўл билан алмаштириш мумкин. Демак тезлик ифодаси

$$\vec{\vartheta} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt} \qquad (1.6)$$

билан аниқланади. Ҳаракат текис бўлганлиги учун

$$\vartheta = \frac{S}{t} \qquad (1.7)$$

деб ҳам ёзиш мумкин. Демак, тўғри чизиқли текис ҳаракатда тезлик босиб ўтилган йўлни, шу йўлни босиб ўтиш учун кетган вақтга бўлган нисбатига тенг. Бошқача қилиб айтганда тезлик вақт бирлиги оралиғида босиб ўтилган йўл узунлиги билан ўлчанадиган катталикдир.

Тўғри чизиқли текис ҳаракатда йўл. Моддий нуқтанинг тўғри чизиқли текис ҳаракатдаги тезлигини билган ҳолда унинг маълум вақт ичида босиб ўтган йўлини ҳисоблаш мумкин. (1.1) ифодадан фойдаланиб кўчишнинг вуктор ифодасини топайлик

$$\Delta\vec{s}=\vec{s}-\vec{s}_0=\vec{\upsilon}\cdot\left(t-t_0\right).$$

Тўғри чизиқли текис ҳаракатда кўчиш векторининг узунлиги босиб ўтилган йўлга тенглиги учун йўлни ҳисоблаш формуласи

$$\Delta s=s-s_0=v\cdot\left(t-t_0\right)$$

Жисмнинг ихтиёрий t вақтда босиб ўтган йўли эса

$$s=s_0+v\cdot\left(t-t_0\right)$$

формула ёрдамида ҳисобланади. Ҳаракатни ўрганишда саноқ бошини $t_0=0$ қилиб танлаш мумкин. У ҳолда кўчиш формуласи

$$\vec{s}=\vec{s}_0+\vec{v}\cdot t$$

кўринишга келади. Охирги формула *моддий нуқтанинг ҳаракат тенгламаси* деб аталади.

Йўл графигидан фойдаланиб тезликни ҳисоблаш. 1.10-расмдаги графикдан фойдаланиб, тезликни топиш талаб этилсин. Бунинг учун ихтиёрий t га мос келувчи s нинг қиймати аниқланади, яъни A нуқтадан Os ва Ot ўқларига перпендикуляр ўтказилади. Ҳосил бўлган тўғри бурчакли учбурчакдан фойдаланиб, α бурчакнинг тангенси аниқланади

$$tg\alpha=\frac{AB}{s_0B}=\frac{s-s_0}{t}=\upsilon.$$

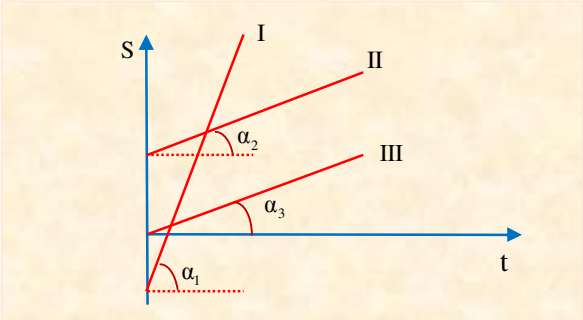
Демак, тўғри чизиқли текис ҳаракатда йўл графигининг вақт ўқи билан ҳосил қилган бурчагининг тангенси шу ҳаракатнинг тезлигини ифодалайди, яъни

$$tg\alpha=\upsilon=\frac{s-s_0}{t} \qquad (1.8)$$

Тригонометриядан маълумки, $0\le\alpha\le 90^0$ ораликда бурчак қанча катта бўлса, бу бурчакнинг тангенси ҳам шунча катта бўлади. Бир нечта жисм учун йўлнинг графикларини солиштириб, уларнинг тезликларини таққослаш мумкин. Расмдаги графикдан фойдаланиб,

$$\alpha_1>\alpha_2>\alpha_3$$

яъни $\upsilon_1>\upsilon_2>\upsilon_3$ эканлигидан биринчи жисмнинг тезлиги энг катта эканлиги келиб чиқади. Демак, йўл графигида қайси жисмнинг ҳаракатини ифодаловчи чизиқ катта бурчак остида йўналтирилган бўлса, шу жисмнинг тезлиги энг катта бўлади.



1.10 - расм

Йўлнинг вақтга боғлиқлигини формула, жадвал ва график ёрдамида ифодалаш табиатда учрайдиган барча ҳаракатларни ўрганишда муҳим аҳамиятга эга.

Тўғри чизиқли текис ҳаракатда тезлик. Жисмларнинг ҳаракати бир-биридан тезлиги билан фарқ қилади: моддий нуқтанинг *тўғри чизиқли текис ҳаракатдаги тезлиги* деб моддий нуқта босиб ўтган йўлнинг шу йўлни ўтиш учун сарфлаган вақтига нисбатини ифодаловчи физикавий катталикка айтилади. Айтайлик, жисм t_0 вақт давомида $\vec{s}_0$ га, t вақт давомида эса $\vec{s}$ га кўчган бўлсин. У ҳолда жисмнинг $\Delta t=t-t_0$ вақт ичидаги кўчиши $\Delta s=\vec{s}-\vec{s}_0$ бўлиб, таърифга асосан тезлик формуласининг вектор ифодаси

$$\vec{\upsilon}=\frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}=\frac{\vec{s}-\vec{s}_0}{t-t_0} \qquad (1.9)$$

скаляр ифодаси эса

$$\upsilon=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{s-s_0}{t-t_o} \qquad (1.10)$$

кўринишга эга бўлади. Тезликнинг бирлиги (1.7) ифода ёрдамида келтириб чиқарилади

$$[\upsilon]=\frac{[s]}{[t]}=\frac{1m}{1s}=1\frac{m}{s}, \qquad [\upsilon]=1\frac{m}{s}.$$

Тезлик бирлиги қилиб шундай жисмнинг текис ҳаракатдаги тезлиги қабул қилинганки, у ҳар бир секундда 1м масофани босиб ўтади.

Тўғри чизиқли нотекис ҳаракатда ўртача тезлик ва йўл. Тўғри чизиқли нотекис ҳаракатда жисм бир хил вақт оралиқларида турли хил масофани босиб ўтади. Шунинг учун унинг ҳаракат давомидаги тезлиги ўзгариб туради. Нотекис ҳаракатни ўрганишда ўртача тезлик катталиги киритилади. *Ўртача тезлик* деб моддий нуқтанинг ҳаракат давомида босиб ўтган умумий йўлининг шу йўлни босиб ўтиш учун сарфлаган умумий вақтига нисбатини ифодаловчи катталикка айтилади. Ўртача тезликнинг вектор ифодаси

$$\vec{\upsilon}_{or} = \frac{\vec{s}_{um}}{t_{um}} = \frac{\vec{s}_1 + \vec{s}_2 + \vec{s}_3 + \ldots}{t_1 + t_2 + t_3 + \ldots} \qquad (1.11)$$

скаляр ифодаси эса

$$\upsilon = \frac{s_{um}}{t_{um}} \ . \qquad (1.12)$$

Сўнгги икки ифодадан нотекис ҳаракатланаётган жисмнинг босиб ўтган умумий йўлини ҳисоблаш формуласининг вектор ифодаси

$$\vec{s}_{um} = \vec{\upsilon}_{or} \cdot t \qquad (1.13)$$

скаляр ифодаси

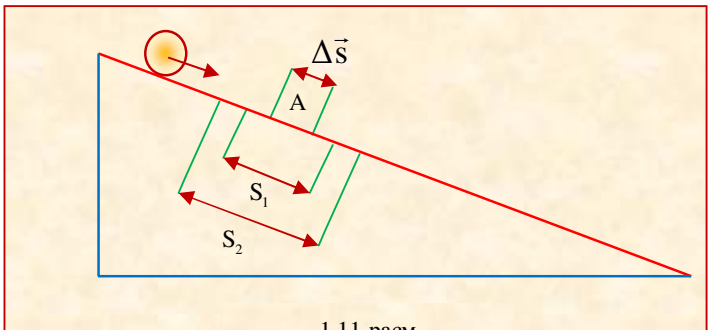
$$s_{um} = \upsilon_{or} \cdot t \qquad (1.14)$$

эканлигига ишонч ҳосил қилиш қийин эмас. (1.11) – (1.14) ифодалар траекторияси тўғри чизиқдан иборат бўлган ихтиёрий ҳаракат учун ўринлидир. Жисмларнинг нотекис ҳаракати таҳлил қилинганда уларнинг тезликлари вақт ўтиши билан узлуксиз ўзгариб туришини кўриш мумкин. Шунинг учун тезликнинг қай тарзда ўзгаришига қараб тўғри чизиқли нотекис ҳаракат икки гуруҳга: ўзгарувчан ва текис ўзгарувчан ҳаракатларга ажратилади. Бир хил вақт оралиқларида тезлигини турли қийматларига ўзгартирадиган моддий нуқтанинг ҳаракатига ўзгарувчан ҳаракат дейилади. Масалан, жисм ўз тезлигини биринчи 2с да 2м/с га, иккинчи 2с да 0.5м/с га, учинчи 2с да 5м/с га ва ҳ.к. ўзгартириб ҳаракатланаяпти. Жисмнинг бундай ҳаракати ўзгарувчан ҳаракатдир. Бир хил вақт оралиқларида ўз тезлигини бир хил қийматга ўзгартириб борадиган моддий нуқтанинг ҳаракатига *текис ўзгарувчан ҳаракат* дейилади.Ўз тезлигини ҳар бир секунда 2м/с га ўзгартирадиган жисмнинг ҳаракати текис ўзгарувчан ҳаракатдир. Лекин жисм ўз тезлигини бир хил вақт оралиқларида бир хил қийматга орттириб бориши ҳам, ва аксинча камайтириб бориши ҳам мумкин. Бир хил вақт оралиқларида ўз тезлигини бир хил қийматга орттириб борувчи моддий нуқтанинг ҳаракатига *текис тезланувчан ҳаракат* дейилади.

Оний тезлик. Кўп ҳолларда вақтнинг аниқ қийматида эришилган тезлигини аниқлаш талаб этилади. Табиатда мутлақ текис ҳаракат йўқ. Барча жисмлар вақт ўтиши билан ўз тезлигини ўзгартириб туради. Ўртача тезлик траекториянинг

маълум қисмидаги ҳаракатни тавсфлайди. Лекин бу тезлик траекториянинг маълум нуқтасидаги ҳаракати тўғрисида маълумот бермайди. Ҳаракат қонунларини ўрганишда эса жисмнинг берилган вақт моментидаги тезлигини билиш муҳим аҳамиятга эга. *Оний тезлик* деб моддий нуқтанинг муайян вақт моментидаги ёки траекториянинг муайян бир нуқтасидаги тезлигига айтилади. Тезликнинг оний қийматини аниқлашда қаралаётган вақт оралиғининг жуда кичик қийматидаги радиус-векторининг ўзгариши ҳисобланади, яъни $\Delta t \to 0$ га интилтириб (1.6) дан лимит оламиз

$$\vec{\vartheta}_0 = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{dr}{dt} \qquad (1.15)$$



1.11-расм

$\vec{\vartheta}_0$ - га оний *тезлик вектори* дейилади. Ҳаракат траекториясининг турли нуқталарида оний тезликнинг қиймати ҳам, йўналиши ҳам турлича бўлиши мумкин. Қия текисликдан думалаб тушаётган шарчанинг ҳаракатини ўрганайлик (1.11-расм). Жисмнинг А нуқтадаги оний тезлигини ҳисоблаш учун унинг кичик t_1 вақт оралиғидаги кичик $\vec{s}_1$ кўчиш ажратилади. Лекин бу қисмда шарчанинг тезлиги маълум қийматга ўзгаради. Агар кўчиш янада қисқароқ олинса ($\vec{s}_2$), тезлик биринчи қисмдагига нисбатан камроқ ўзгаради. Аммо иккинчи кўчиш давомида ҳам тезлик қиймати А нуқтадаги тезлик қийматидан фарқ қилади. Кўчиш қанча кичик олинса, бу қисмдаги тезлик шунча А нуқтадаги оний тезлик қийматига интила боради. Демак, оний тезлик – жуда кичик кўчишни шу кўчиш содир бўлган вақтга нисбатини ифодаловчи вектор катталик бўлиб, у

$$\vec{\upsilon}_o = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$$

ифода ёрдамида аниқланади. Оний тезликнинг модули қуйидагича аниқланади

$$\upsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}: \quad s=s(t). \qquad (1.16)$$

Оний тезликнинг декарт координата тизимидаги мос ўқлардаги проекциялари қуйидаги формулалар орқали аниқланади

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt}, \quad \upsilon_y = \frac{dy}{dt}, \quad \upsilon_z = \frac{dz}{dt}.$$

Тезлик векторининг модули эса

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2}\ .$$

1.4. Жисмнинг тезланиши.

Механик ҳаракатни диққат билан кузатсак битта жисмнинг ўзи вақтнинг турли дақиқаларида турлича тезлик билан ҳаракат қилаётганини пайқашимиз мумкин. Масалан; жойидан қўзғалган автомобил ўз тезлигини маълум қийматгача аста-секин ошириб боради. Тўхташ жойига яқинлашганда эса ўз тезлигини камайтира бошлайди. Тезликнинг вақтга боғлиқ равишда ўзгаришини характерлаш учун тезланиш тушунчаси киритилади. Тезланиш a ҳарфи билан белгиланади. Фараз қилайликки, ҳаракатланаётган жисмнинг t_1 вақтдаги тезлиги v_1, t_2 вақтдан $\Delta\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_2 - \vec{\vartheta}_1$ тезлиги бўлсин. Кузатиш вақти $\Delta t = t_2 - t_1$ оралиғида тезлик векторининг қийматига ўзгарсин. У ҳолда тезланиш деб

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t} = \frac{d\vartheta}{dt} \qquad (1.16)$$

ифодага айтилади. Демак, тезланиш вектори тезлик векторидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага тенг. Жуда қисқа вақт интервалида олинган тезланиш қийматига унинг оний қиймати ҳам дейилади. Халқаро бирликлар тизимида тезланиш м/с^2 ларда ўлчанади. Таъкидлаш керакки, (1.16) ифода тезликни миқдор ва йўналиш жиҳатидан ўзгаришини баҳолайди. Ҳаракат траекторияси тўғри чизиқдан иборат бўлган ҳаракатда тезланиш, тезлигининг фақат сон қийматининг вақт ўтиши билан ўзгаришини кўрсатади. Фақат эгри чизиқли ҳаракатда тезликнинг қиймати ҳам миқдорий жиҳатдан, ҳам йўналиши жиҳатидан ўзгариши мумкин. Шунинг учун, юқорида келтирилган тезлик ва тезланиш каби кинематик катталикларни тўғри чизиқли ва эгри чизиқли ҳаракатларда қандай бўлишини кўриб ўтайлик. Тезликнинг миқдори тенг вақтлар оралиғида танг қийматга ортиб борса, текис тезланувчан ($a>0$), тенг қийматга камайиб борса текис секинлашувчан ($a<0$) ҳаракат дейилади. Агар моддий нуқтанинг тезлиги t вақт оралиғида υ_0 бошланғич тезликдан υ охирги тезликкача текис ортиб борса, тезланиш мусбат ($a>0$) бўлиб,

$$a = \frac{\vartheta - \vartheta_0}{t}$$

га тенг бўлади. Бу формуладан охирги тезликни қуйидагича топилади

$$\vartheta = \vartheta_0 + at .$$

Ҳаракат текис секинлашувчан бўлса, бошланғич тезликка (υ_0) нисбатан охирги тезлик υ кичик бўлади. У ҳолда тезланиш

$$a = \frac{\vartheta_0 - \vartheta}{t}$$

манфий (a<0) бўлади. Тўғри чизиғли текис тезланувчан ҳаракатда тезланиш векторининг йўналиши тезлик векторининг йўналиши билан мос тушади. Текис секинланувчан ҳаракатда эса уларнинг йўналишлари қарама-қарши бўлади. Бундай ҳолда охирги тезлик

$$\vartheta = \vartheta_0 - at$$

ифода орқали топилади. Текис секинланувчан ҳаракатда жисм тўхтаса υ =0, ёки

$$\vartheta = at$$

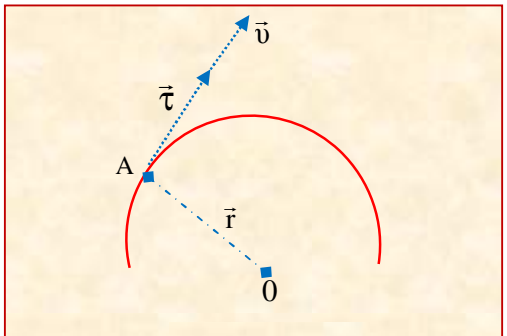
орқали бошланғич тезлик топилади.

1.5. Эгри чизиқли ҳаракатда кўчиш, тезлик ва тезланишлар.

Маълумки, тўғри чизиқли ҳаракатланаётган жисмга ҳаракат йўналишида тескари куч таъсир этса жисмнинг ҳаракат йўналишига тескари бўлса тезлигининг миқдори камаяди, лекин йўналиши ўзгармайди. Энди жисм тезлиги йўналишига бурчак остида куч таъсир этган ҳолни қарайлик. Тўғри чизиқли ҳаракат қилаётган жисмга ип боғланган бўлса ва уни ён томонга тортсак, биз уни эгри чизиқли ҳаракат қилишга мажбур этамиз, бунда куч жисмнинг ҳаракат тезлигига бурчак остида таъсир қилган бўлиши шарт. Демак, йўналиши жисм тезлигининг ўналиши билан бурчак ҳосил қилган куч таъсирида жисм эгри чизиқли ҳаракат қилади. Жисмга таъсир этувчи кучнинг катталиги ва йўналишига қараб эгри чизиқли ҳаракатлар хилма-хил бўлиши мумкин. Айлана, парабола, эллипс ва ҳоказо бўйлаб бўладиган ҳаракатлар эгри чизиқли ҳаракатларнинг энг оддий турларидир. Тажрибаларнинг кўрсатишича эгри чизиқли ҳаракатланаётган жисмга ён томондан таъсир этувчи кучнинг таъсири тўхтаса, у тўғри чизиқ бўйлаб, ҳаракат траекториясига уринма равишда ҳаракатлана бошлайди.

Исталган эгри чизиқли ҳаракатдаги жисмга ҳам бу хулоса ўринли бўлганлиги туфайли айлана бўйлаб ҳаракатланаётган жисмнинг исталган нуқтадаги тезлиги айлананинг шу нуқтасига ўтказилган уринма бўйича йўналган бўлади, деган хулосага келамиз. Айлана бўйлаб, ҳаракат эгри чизиқли ҳаракатнинг энг содда

ҳолидир. Шу ҳаракатни қараб чиқайлик. Фараз қилайликки, моддий нуқта радиуси r бўлган айлана бўйлаб, текис ҳаракат қилаётган бўлсин. Δt вақт оралиғида моддий нуқта ΔS ёйини босиб ўтади ва бу вақтда у $\Delta\varphi$ бурчакка бурилади.



1.12-расм

$$\Delta S = \Delta\varphi r.$$

Ву тенгламанинг ҳаг иккала томонини Δt га бў ламиз.

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = r\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}.$$

Бунда

$$\omega = \lim_{\Delta\to 0}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}. \qquad (1.17)$$

(1.17) ифодага *бурчак тезлик* дейилади. Демак, бурчак тезлик, вақт бирлиги оралиғида бурилиш бурчагининг қанчага ўзгаришини кўрсатади

$$\omega = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}. \qquad (1.18)$$

(1.18) катталикка эса айлана бўйлаб ҳаракатланаётган моддий нуқтанинг чизиқли тезланиши дейилади. Бинобарин, чизиқли тезлик билан бурчакли тезлик қуйидагича боғланган

$$\upsilon = \omega r.$$

Моддий нуқтанинг бир марта тўла айланиши учун кетган вақтга айланиш даври (T) дейилади. Бир даврда айлана бўйлаб ҳаракатланаётган моддий нуқта 2π радиан бурчакка бурилгандан, бурчакли тезлик қуйидагига тенг бўлади

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\ .$$

Бундан эса, бурчакли тезликнинг ўлчов бирлиги радиан эканлиги келиб чиқади. 1 радиан=57^0 3 ёки $360^0=2\pi$ радианга тенг. Бирлик вақтдаги айланиш сонига *частота* дейилади. Частота даврга тескари бўлган катталикдир

$$\nu=\frac{1}{T}\ .$$

Бурчакли тезликни частота орқали ифодаласак

$$\omega=2\pi\nu \qquad (1.19)$$

(1.19) ифодага доиравий частота ҳам дейилади. Моддий нуқтанинг айланиш частотаси маълум бўлса, унинг чизиқли тезлигини топиш мумкин, яъни

$$\upsilon=2\pi\nu r\ . \qquad (1.20)$$

Жисм айлана бўйлаб текис ҳаракатланаётган бўлса, чизиқли тезликнинг модули $\upsilon=const$ ўзгармас бўлади. Бундан айлана бўйлаб текис ҳаракат қилаётган моддий нуқтанинг тезланишсиз ҳаракатда бўлади, деган маъно келиб чиқмайди. Бундай ҳаракатда моддий нуқта чизиқли тезлигини йўналиши узлуксиз ўзгариб туради. Траекториянинг ҳар бу нуқтасида моддий нуқтанинг оний тезлиги шу нуқтага уринма равишда йўналган бўлади. Оний тезланишни топиш учун, (1.20) ифодадан лимит оламиз

$$a=\frac{\upsilon}{r}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}\ . \qquad (1.21)$$

Кузатиш вақти Δt нолга интилганда $(\Delta t\to 0)$ Δl ватарнинг узунлиги ΔS ёй узунлигига, Б нуқта А нуқтага интила бошлайди. Тезланиш эса радиус бўйлаб айлана маркази томон йўналади. Шунинг учун ҳам, тезликнинг йўналиши бўйича ўзгаришини кўрсатадиган бу катталикка марказга интилма тезланиш деб айтилади. Юқоридаги мулоҳазалардан кўринадики,

$$a_n=\frac{\upsilon}{r}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta l}{\Delta t}=\frac{\upsilon}{r}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S}{\Delta t}=\frac{\upsilon}{r}\cdot\upsilon=\frac{\upsilon^2}{r}\ .$$

Шундай қилиб, марказга интилма тезланиш чизиқли тезлик квадратининг радиусга нисбатига тенг. $\upsilon=\omega r$ эканлигини инобатга олсак

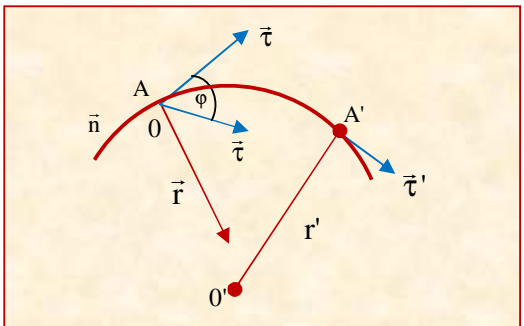
$$a_n=\omega^2 r=\omega\upsilon$$

деб ҳам ёзиш мумкин. Агар айлана бўйлаб ҳаракатланаётган жисмнинг тезлиги вақт ўтиши билан ўзгариб (ортиб ёки камайиб) борса, у ҳолда нормал тезланишдан ташқари тангенциал тезланиш ҳам мавжуд бўлади, яъни

$$a_\tau = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}. \qquad (1.22)$$

Бу формулада $\Delta\upsilon$ - тезлик миқдорининг Δt вақт давомида ўзгаришини характерлайди. Агар айлана бўйлаб ҳаракатланаётган жисмнинг тезлиги ҳам миқдорий ўзгарса у ҳолда (нормал) марказга интилма тезланиш билан биргаликда тангенциал тезланишни ҳам инобатга олиш керак бўлади. Бинобарин, тўла тезланиш қуйидагича аниқланади

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}\ . \qquad (1.23)$$



1.13-расм

Айлана бўйлаб ҳаракатланаётган жисм айланиш бошланишида тезланувчан ҳаракат қилади. Бу тезланишга бурчакли тезланиш ҳам дейилади, яъни

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}. \qquad (1.24)$$

Агар (1.14) ифодани инобатга олсак (1.24) ни қўйидагича ёзишимиз мумкин:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \qquad (1.25)$$

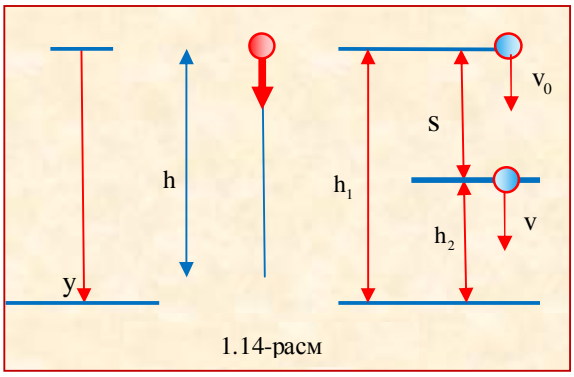
Бу формуладан эса бурилиш бурчагини топиш мумкин, яъни

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2} \ . \qquad (1.26)$$

Шундай қилиб, айлана ҳаракат давомида бурилиш бурчагининг вақтга, бурчакли тезлик ва бурчакли тезланишга боғланиши (1.26) ифода орқали топилади. Бу формулани $S=\upsilon_0 t+\frac{at^2}{2}$ формула билан таққосласак, босиб ўтилган масофа s ўрнида бурилиш бурчаги φ, бошланғич тезлик υ_0 ўрнида, бошланғич бурчакли υ_0 тезлик, тезланиш а ўрнида бурчакли тезланиш ε келганини кўрамиз. Бинобарин, тўғри чизиқли текис тезланувчан ҳаракатда йўлни топиш формуласи $S=\upsilon_0 t+\frac{\upsilon t^2}{2}$ айланма ҳаракатда эса, айланиш бурчагини топиш ифодаси (1.26) формулага эквивалентдир.

1.6. Юқорига тик отилган ва горизонтга қия отилган жисм ҳаракати.

Жисмларнинг эркин тушиши. Жисмларнинг эркин тушиши ва юқорига тик отилган жисмларнинг ҳаракати тўғри чизиқли текис ўзгарувчан ҳаракатининг табиатда кузатиладиган энг қизиқ мисолидир. Жисмларнинг эркин тушиши асрлар давомида инсонларни қизиқтириб келган. Бу ҳаракатни италиялик олим Галилео Галилей (1564-1642) изчил ўрганди. Пиза минорасидан турли хил жисмларни ташлаб, уларнинг ҳаракатларини ўрганган Галилей эркин тушаётган жисмларнинг текис тезланувчан ҳаракат қилишини топди. Ўзининг тажрибалари ёрдамида эса жисмларнинг ўлчами, қандай моддадан ташкил топганлиги ва массалари қандай бўлишидан қатъий назар ҳавосиз бўшлиқ (вакуум)да барчаси 9.81 м/с^2 тезланиш билан ҳаракатланишини аниқлади. Бу тезланиш бошқа тезланишлардан фарқли ўлароқ *эркин тушиш тезланиши* деб аталади. Бу тезланишнинг барча жисмлар учун бир хил эканлиги узоқ вақт давомида олимлар



1.14-расм

учун жумбоқ бўлиб келди. Одатда пўлат шар, ёйилган варақ, қуш пати ва бошқа хилма-хил нарсалар бирор баландликдан ташланса, уларнинг тезланишлари

турлича қийматга эга бўлишини кўриш қийин эмас. Бунга сабаб жисмлар ерга тушаётганда уларнинг ҳаракатига ҳаво қаршилик кўрсатади. Агар ҳавонинг қаршилиги йўқотилса, жисмларнинг ҳаммаси бир хил тезланиш билан ҳаракатланади. Буни тажрибада кўриш учун узунлиги 1 м га яқин қалин деворли, бир учи кавшарланган ва иккинчи учида жумраги бор шиша най олинади. Най ичига уч хил нарса, масалан, пўлат шарча, пўкак ва қуш пати солинади. Агар най тезда ағдарилса, унинг ичидаги учала жисм турли вақтларда най тубига тушади. Най тубига дастлаб пўлат шарча, сўнгра пўкак ва ниҳоят қуш пати етиб келади. Най ичидаги ҳаво насос ёрдамида сўриб олиниб, сўнгра най тўнтарилганда учала жисм ҳам най тубига бир вақтда тушади. Бўшлиқда жисмларнинг бундай ҳаракатини бошқа тезланувчан ҳаракатлардан фарқлаш учун эркин тушиш тезланиши $\vec{a}$ ўрнига $\vec{g}$ билан белгилаш қабул қилинган. Демак, жисмларнинг бўшлиқдаги эркин тушиш тезланиши қиймати бўлиб, у доимо Ерга томон йўналган бўлади.

Бошланғич тезлик билан тик вертикал ташланган жисм ҳаракати. Юқорида қайд этилганидек бу ҳаракат ҳам тўғри чизиқли текис тезланувчан ҳаракат бўлгани учун унга ўтган мавзудаги ҳаракат қонунларини қўллаш мумкин. Айтайлик, жисм бирор баландликдан $\vec{v}_0$ бошланғич тезлик билан Ерга тик ташланган бўлсин. У ҳолда жисм $\vec{a} = \vec{g}$ тезланиш билан текис тезланувчан ҳаракат қилади. Жисмнинг оний тезлиги

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g} \cdot t$$

ёрдамида аниқланади. Жисмнинг ҳаракат тенгламаси эса

$$h = y = v_0 \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2}$$

кўринишга эга бўлади. Агар жисмнинг эркин тушиш жараёнида унинг бошланғич ва охирги тезликлари берилган бўлса, у ҳолда босиб ўтган йўли

$$s = h_1 - h_2 = \frac{v^2 - v_0^2}{2g}$$

ифода ёрдамида аниқланади. Агар юқоридан тушаётган жисмнинг бошланғич тезлиги $v_0=0$ бўлса, у ҳолда

$$v = g \cdot t \ ; \qquad h = y = \frac{gt^2}{2} \ ; \quad s = h_1 - h_2 = \frac{v^2}{2g}$$

кўринишни олади.

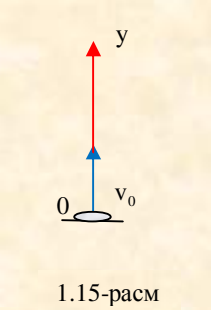
Бошланғич тезлик билан юқорига тик отилган жисм ҳаракати. Жисмнинг бундай ҳаракати (1.15-расм) текис секинланувчан ҳаракат бўлиб, $\vec{a}=\vec{g}$ эканлигидан унинг оний тезлиги

$$\vec{v} = \vec{v}_0 - \vec{g}t \qquad (1.27)$$

ҳаракат тенгламаси

$$y = v_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2} \qquad (1.28)$$

ифодалар ёрдамида аниқланади. Бу ерда шуни айтиб ўтиш керакки, бошланғич тезлик билан юқорига тик отилган жисмнинг ҳаракат тенгламаси жисмнинг ихтиёрий вақт моментидаги (у юқорига ҳаракатланаяптими ёки пастга ҳаракатланаяптими, қатоий назар) координатасини топиш имконини беради.



1.15-расм

Агар жисмнинг бошланғич тезлигидан ташқари унинг $v \neq 0$ охирги тезлиги ҳам берилган бўлса, у ҳолда бу жисмнинг кўчишини топиш мумкин. Жисмнинг бундай ҳаракатида траекториянинг энг юқори нуқтаси учун v=0 ва $h=y_{мах}$ шартлар ўринли бўлганлиги учун жисмнинг максимал баландликка кўтарилиш вақти $0 = v_0 - gt$ тенгликдан

$$t=\frac{v_0}{g}$$

ва унинг максимал кўтарилиш баландлиги эса, (1.27) ва (1.28) ифодалардан

$$y_{max} = h_{max} = \frac{v_0^2}{2g} \qquad (1.29)$$

тенглик ёрдамида аниқланиши келиб чиқади. Горизонтга α бурчак остида отилган жисм тезлигини ташкил этувчиларга ажратиш. Ўтган мавзуларда жисмнинг фақат тўғри чизиқ бўйлаб ҳаракати ўрганилди. Жисмнинг ҳаракат траекторияси тўғри чизиқдан иборат бўлмаганда унинг ҳаракат тенгламаси қандай кўринишга эга бўлишини кўриб чиқайлик.

Мисол. Снаряд замбарак оғзидан горизонт билан α бурчак ҳосил қилган $\vec{v}_0$ бошланғич тезлик билан отилиб чиқди.

-снаряднинг ҳаракатланиш вақтини;

-унинг максимал кўтарилиш баландлигини;

- максимал учиш узоқлигини топинг.

Бу масалани ечиш учун саноқ боши сифатида замбарак олиниб, унга нисбатан хоу координаталар тизими киритилади. Сўнгра $\vec{v}_0$ тезликнинг Ох ва Оу ўқларидаги проектсиялари топилади, яъни $\vec{v}_0$ иккита ташкил этувчиларга ажатилади:

$$v_x = v_0 \cdot \cos\alpha,$$
$$v_y = v_0 \cdot \cos\alpha.$$

Бу иккала тенглама снаряднинг бир вақтнинг ўзида Ох ва Оу ўқлари бўйлаб мустақил тўғри чизиқли ҳаракатларда иштирок этишини билдиради. Бу иккала ҳаракат учун x ва y координаталари учун t га боғлиқ тенгламалари снаряднинг Ох бўйлаб ҳаракати текис бўлганлиги учун

$$x = v_{0x} \cdot t.$$

Оу ўқи бўйлаб ҳаракати текис ўзгарувчан бўлганлиги учун

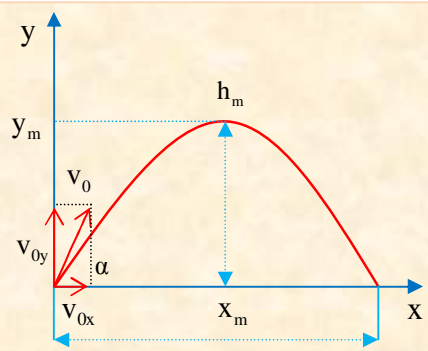
$$y = v_{0y} \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Жисмнинг ҳаракатланиш вақти. Бу вақтни ҳисоблаш учун ифодагани қўйиб ва бунда g_y=-g лиги учун

$$y = v_{0y} \cdot t \cdot \sin\alpha - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

тенгламани ҳосил қиламиз. Учиш охирида снаряднинг координатаси $y = 0$ лигидан

$$0 = v_{0y} \cdot t \cdot \sin\alpha - \frac{g \cdot t^2}{2}$$



1.16-расм

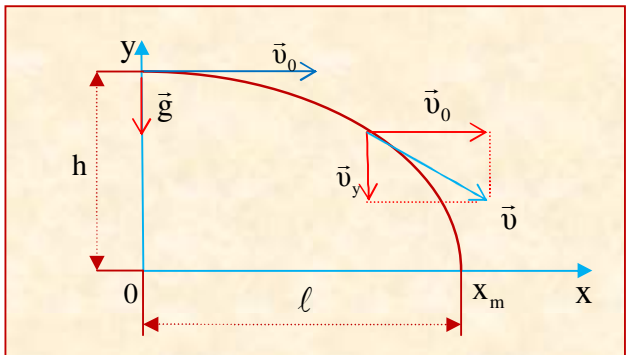
квадрат тенгламага эга бўламиз. Бу тенгламани t га нисбатан ечамиз:

$$t_1=0\,; \qquad t_2=\frac{2\cdot v_0\cdot\sin\alpha}{g}$$

t_1 қиймат снаряднинг учиш бошланиши (y=0) пайтига мос келса, t_2 снаряднинг учиш вақтини билдиради:

$$t_y=\frac{2\cdot v_0\cdot\sin\alpha}{g}.$$

Максимал кўтарилиш баландлиги. Снаряд траекториянинг энг юқори қисмига кўтарилиши учун кетган вақт t_y вақтидан икки марта кам, яъни



1.17 -расм

$$t_k=\frac{t_y}{2}=\frac{v_0\sin\alpha}{g}.$$

Бу вақтнинг қийматини ифодага қўйиб, снаряднинг максимал кўтарилиш баландлигини топамиз:

$$h_{max}=y_{max}=v_0\cdot\frac{v_0\sin\alpha}{g}\cdot\sin\alpha-\frac{g}{2}\left(\frac{v_0\sin\alpha}{g}\right)^2.$$

Демак,

$$h_{max}=\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$$

Синов саволлари

*1.*Механик харакат деб нимага айтилади?

2. Санок системаси деганда нимани тушунасиз?

3. Йул ва кучиш хактда тушунча?
4. Тезлик ва тезланиш деб нимага айтилади ?
5. Нормал ва тангенциал тезланишлар?
6. Айланма харакат кинематикаси?
7. Бурчак тезлик ва бурчак тезланиш деб нимага айтилади ?
8. Чизикли ва бурчак ,тезлик орасидаги богланишни тушунтиринг?
9. Нормал ва тангенциал тезланишларни бурчак тезланиш оркали ифодасини ёзинг?

МАСАЛАЛАР ЕЧИШ НАМУНАЛАРИ

1–масала. Тўғри чизиқ бўйлаб бир томонга кўчаётган моддий нуқта йўлнинг биринчи ярмида 4 м/с тезлик билан, иккинчи ярмида эса 8 м/с тезлик билан ҳаракатланди. Босиб ўтган умумий йўлдаги ўртача тезлик топилсин.

Берилган: υ_1 =4 м/с, υ_2 =8 м/с.

$<\vec{\upsilon}>=?$

Ечиш: Ўртача тезлик – барча йўл s ни шу йўлни босиб ўтиш учун кетган вақт t га нисбати билан аниқланади. Яъни $\upsilon=s/t$. Йўлнинг ярмини моддий нуқта $t=(s/2)/\upsilon=s/2\upsilon$ вақтда, иккинчи ярмини эса $t=(c/2\upsilon)$ вақтда босиб ўтади. У ҳолда

$$t=t_1+t_2=\frac{s}{2\upsilon_1}+\frac{s}{2\upsilon_2}=\frac{s(\upsilon_1-\upsilon_2)}{2\upsilon_1\upsilon_2}.$$

келиб чиқади. Бу формуладаги t нинг охирги ифодасини ўртача тезлик формуласига қўйсак

$$<\vec{\upsilon}>=\frac{s}{t}=\frac{2\upsilon_1\upsilon_2}{\upsilon_1+\upsilon_2}.$$

келиб чиқади. Ҳисоблаймиз

$$<\vec{\upsilon}>=\frac{2\upsilon_1\upsilon_2}{\upsilon_1+\upsilon_2}=\frac{2\cdot 8\cdot 4}{4+8}=\frac{64}{12}\approx 5,33\frac{m}{c}.$$

Жавоби: $<\vec{\upsilon}>=5,33\frac{m}{c}$.

2–масала. Жисм $x=\frac{6t-t^3}{8}$ формула билан ифода қилинадиган қонун бўйича тўғри чизиқ бўйлаб ҳаракат қилмоқда. Жисмнинг t_1=2с дан t_2=6с гача бўлган вақт оралиғидаги ўртача тезлиги ва тезланиши топилсин.

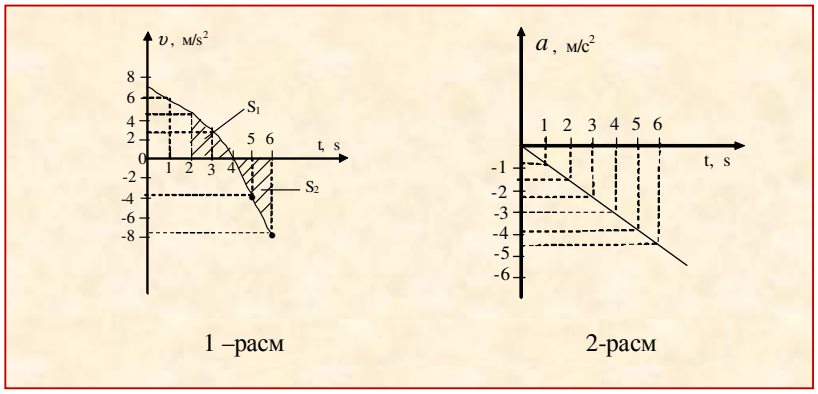
Берилган: $x=\frac{6t-t^3}{8}$, t_1=2 с, t_2=6 с.

$<\vec{\upsilon}>=?$ a=?

Ечиш: Жисмнинг ҳаракат тенгламаси $x=\frac{6t-t^3}{8}$ дан вақт бўйича биринчи ва иккинчи тартибли ҳосилалар олиб, $\upsilon=\upsilon(t)$ ва $a=a(t)$ ларни топамиз:

$$\vec{\upsilon}=\frac{dx}{dt}=6-\frac{3}{8}\cdot t^2, \qquad \vec{a}=\frac{d\upsilon}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2}=-\frac{6}{8}\times t.$$

Вақт ва тезликларнинг бу қийматларини маълум бир масштабда координата ўқларига қўйиб, тезлик графигини чизамиз (1-расм)



1 –расм 2-расм

Вақт ва тезликларнинг бу қийматларидан фойдаланиб тезланиш графигини чизамиз. (2-расм). Жисмнинг ўртача тезлиги:

$$<\bar{\upsilon}>=\frac{s_1+s_2}{t_1-t_2}.$$

Бундаги s_1 ва s_2 лар тезлик графигидаги штрихланган юзалар бўлиб, улар сон жиҳатидан босиб ўтилган йўлга тенг. Бу масофани топиш учун

$$ds=\upsilon dt$$

ифодага $\upsilon=6-\frac{3}{8}t^2$ ни қўйиб, интеграллашни 2с дан 4с гача ва 4с дан 6с гача бўлган вақт ораликда бажарамиз, чунки 4 секунддан кейин тезлик йўналиши ўзгаради:

$$s=\int_2^4(6-\frac{3}{8}t^2)dt+\int_4^6-(6-\frac{3}{8}t^2)dt=\int_2^4 6dt-\frac{3}{8}\int_2^4 t^2dt-\int_4^6 6dt+\frac{3}{8}\int_4^6 t^2dt=$$

$$=6(4-2)-\frac{3}{8}\left[\frac{t^3}{3}\right]_2^4-6(6-4)+\frac{3}{8}\left[\frac{t^3}{3}\right]_4^6=12\text{ì}\ .$$

Шундай қилиб, жисмнинг ўртача тезлиги:

$$<\bar{\upsilon}>=\frac{12\,м}{(6-2)\,с}=3\frac{м}{с}$$

Жисмнинг ўртача тезланиши:

$$<a>=\frac{-4{,}5\frac{м}{с^2}+(-15)\frac{м}{с^2}}{2}=-3\frac{м}{с^2}.$$

Жавоби: $<\bar{\upsilon}>=3\frac{м}{с}$; $<a>=-3\frac{м}{с^2}$;

3-масала. Ерга эркин тушаётган жисм олтинчи секундда қандай тезликка эришади?

Берилган: t=6 с, g=9,8 м/с^2.

υ=?

Ечиш: Жисмнинг эркин тушиш тезлиги $\upsilon=g\cdot t$ формула ёрдамида аниқланади.

Ҳисоблаймиз: $\upsilon=gt$ = 9,8 м/с$^2\cdot$ 6 с = 38,8 м/с.

Жавоби: ерга тушаётган жисм еттинчи секундда υ=38,8 м/с тезликка эришади.

4-масала. Иккита жисм бир нуқтадан ва бир хил бошланғич υ_0=34,5 м/с тезлик билан вертикал юқорига τ=0,6 с оралатиб кетма-кет отилган. Улар биринчи жисм отилган пайтдан қанча вақт ўтгандан кейин ва қандай баландликда бир-бири билан учрашади?

Берилган: υ_0 =34,5 м/с, τ= 0,6 с, g=9,8 м/с^2.

t=? h=?

Ечиш: Вақтни биринчи жисм отилган пайтдан бошлаб ҳисоблаймиз. x-ўқи юқорига вертикал йўналган бўлсин. У ҳолда υ_0 ни мусбат, g ни эса манфий деб ҳисоблаш лозим. Биринчи жисмнинг t пайтдаги кўтарилиш баландлиги:

$$h=\upsilon_0 t-\frac{gt^2}{2}.$$

Иккинчи жисмнинг кўтарилиш баландлиги ҳам шунга ўхшаш формула билан ифодаланади, лекин у кейинрок отилгани учун вақтнинг ўша моменти учун

$$h_2=\upsilon_0(t-\tau)-\frac{g(t-\tau)^2}{2}.$$

Кўтарилиш баландликлари тенглашган пайтда жисмлар бир-бири билан учрашади. Шунинг учун:

$$\upsilon_0 t-\frac{gt^2}{2}=\upsilon_0 t-\upsilon_0\tau-\frac{gt^2}{2}-\frac{g\tau^2}{2}+gt\tau\ ,$$

ва бундан жисмлар бир-бири билан

$$t=\frac{\upsilon_0}{g}+\frac{\tau}{2}$$

вақтдан сўнг учрашади.
Ҳисоблаймиз: t=(34,5/9)+(0,6/2)=3,82 с. Жисмларнинг бир-бирлари билан учрашиш баландлиги:

$$h=\upsilon_0\left(\frac{\upsilon_0}{g}+\frac{\tau}{2}\right)-\frac{g\left(\frac{\upsilon_0}{g}+\frac{\tau}{2}\right)^2}{2}=\frac{\upsilon_0{}^2}{2g}-\frac{g\tau^2}{2}$$

Ҳисоблаймиз:

$$h=\frac{(34,5)^2}{2\cdot 9,8}-\frac{9,8\cdot(0,6)^2}{g}=60,286\,\text{м}\,.$$

Жавоби: t=3,82 с, h=60,286 м .

5-масала. 300 айл/мин бурчак тезлик билан айланаётган маховик t=0,6 мин. ичида тормозланади. Маховикнинг ҳаракатини текис секинланувчан ҳаракат деб олиб, бутунлай тўхтагунча унинг неча марта айланишини топинг.
Берилган: ν =300 айл/мин= 5 айл/с, t=0,6 мин=36 с.
N=?
Ечилиши: Охирги тезлик нолга тенг бўлганлиги учун маховик бутунлай тўхтагунча ўтган вақт ичидаги бурчакли кўчишни қуйидаги тенгламадан топиш мумкин:

$$\varphi=\frac{\varepsilon\, t^2}{2},$$

бу ерда $\varepsilon=\frac{\omega}{t}$. Энди бу ердан топамиз

$$\varphi=\frac{\omega t}{2},$$

$$\omega=2\pi\nu=2\pi\cdot 5\frac{\text{rad}}{\text{c}}=10\pi\frac{\text{rad}}{\text{c}}.$$

Маховик тўхтатгунча:

$$N = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\omega\ t}{4\pi} = \frac{10\pi \cdot 36}{4\pi} = 90 \text{ марта}$$

айланган.

Жавоби: N=90 марта.

6-масала. Сиртларни силлиқловчи машина диски айланиш частотаси $\nu = 600\frac{1}{\text{мин}}$. Диск айланишининг даври T, бурчак тезлиги ω. Диск марказидан R=50 см узоқликдаги нуқтанинг чизиқли тезлиги ν топилсин.

Берилган: $\nu = 600\frac{1}{\text{мин}} = 10\frac{1}{\text{с}}$, R=50 см=0,5 м.

ν=?

Ечилиши: Дискнинг айланиш даври

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{10\,\text{с}^{-1}} \approx 0{,}10\,\text{с}\ .$$

Бурчак тезлик:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10\frac{\text{рад}}{\text{с}} = 60{,}28\frac{\text{рад}}{\text{с}},$$

чизиқли тезлик:

$$\upsilon = \omega \cdot R = 60{,}28\frac{\text{рад}}{\text{с}} \cdot 0{,}5\,\text{м} = 30{,}14\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Жавоби: υ=30,14 м/с.

Мустақил ечиш учун масалалар

1. Автомашина икки шаҳар орасидаги масофани υ_1 = 60 км/соат тезлик билан босиб ўтди. Орқага қайтишда унинг тезлиги 0,5 υ_1 ни ташкил этди. Бутун рейс давомида автомошинанинг ўртача тезлиги нимага тенг.
2. Моддий нуқта тўғри чизиқ бўлаб ҳаракат қилмоқда. Дастлабки нуқтадан 1000 м масофада у орқага қайтади ва қарама-қарши йўналишда 1200 м масофани босиб ўтиб тўхтайди. Якуний кўчиш ва босиб ўтилган йўл нимага тенг.
3. Катталиги ва йўналиши ўзгармас υ тезлик билан ҳаракатланаётган одам ердан h баландликда осилиб турган фонар тагидан ўтиб кетмоқда. Агар одамнинг бўйи h га тенг бўлса, унинг боши сояси четининг ерга нисбатан кўчиш тезлигини топинг.
4. Бурчак остида кесишувчи шоссе йўллари бўйлаб икки автомашина ўзгармас υ_1 ва υ_2 тезликлар билан ҳаракатланмоқда. Бир автомобилнинг бошқасига нисбатан тезлиги ва йўналишини топинг. Чорраҳада учрашганларидан қанча вақт ўтгач автомашиналар орасидаги масофа S га тенг бўлади.
5. Метрополитеннинг иккита станцияси орасидаги масофа 1,5 км. Бу масофанинг биринчи ярмини поезд текис тезланувчан (a_1=0,13 м/с^2), иккинчи яримини текис

секинланувчан (a_2=-0,13 м/с^2) ҳаракат билан босиб ўтди? Поезднинг максимал тезлиги нимага тенг.

6. Жисм тинч ҳолатдан текис тезланувчан ҳаракат қилиб, ҳаракат бошлангандан кейинги тўртинчи секундда 7 м масофани босиб ўтди. У биринчи секундда қандай масофани босиб ўтади.

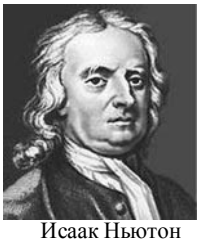
7. Самолёт пасажирларига қуёш осмонда тинч тургандек бўлиб кўриниши учун самолёт экваторда шарқдан ғарбга тамон қандай тезлик билан учиши керак.

8. Ер суний йўлдошининг айланиш даври маълум бўлса ва унинг орбита бўйлаб ҳаракатидаги чизиқли тезлиги 7,8 км/с га тенг. Йўлдош орбитаси ер сиртидан қандай баландликда жойлашган.

II-БОБ
ДИНАМИКА ҚОНУНЛАРИ

2.1. Нютоннинг биринчи қонуни

Динамика – жисмнинг ҳаракат сабабларини ўрганадиган механиканинг бўлими ҳисобланади. Динамика – жисм ҳаракатини ўрганиб, жисм ҳаракатланганда унга таъсир этувчи кучларни аниқлайди. Динамиканинг асосини Нютон қонунлари ташкил этади. Шу пайтгача механик харакатни ўрганишда жисм ҳаракатининг тезлиги ва тезланишини асос қилиб олдик. Лекин нима сабабдан тинч турган жисм харакат қилади, нима учун жисмнинг харакати тўғри чизиқли текис харакат ёки текис ўзгарувчан харакат, жисм нима сабабдан айланма ҳаракат қилади ва бу ҳаракатларда тезланишнинг юзага келиши сабаблари қандай, деган саволларга жавоб берганимиз йўқ. Навбатдаги вазифа жисм ҳаракати билан куч ўртасидаги боғланишни аниқлашдан иборат. Куч билан ҳаракат ўртасида қандай алоқа бўлиши мумкин, деган саволга биринчи бўлиб эрамиздан аввалги IV асрда яшаган Аристотель жисмнинг горизонтал текисликда ҳаракат қилиши учун куч таъсир қилиши керак деб жавоб берган. Аристотель жисм тинч ҳолатини табиий ҳол бўлгани учун куч таъсирида ҳаракатга келади, деб тушунтирган. Итальян физиги Галилео Галилей Аристотелдан 2000 минг йил кейин жисмнинг тинч ҳолати табиий булганидек, унинг горизонтал текисликдаги ўзгармас тезлик билан қиладиган ҳаракати ҳам табиий ҳолдир дейди. Бу икки буюк олимларнинг таълимотлари бир-бирига зид эмас, чунки агар жисмга куч таъсир этиб турилмаса, у бориб-бориб тўхтайди. Аристотель жисмларнинг тинч ҳолатининг ўзгаришини ҳисобга олмаган, Галилей эса буни ҳисобга олган. У жисмларга ҳавонинг қаршилигини, ишқаланишини, жисмларнинг Ерга тортилишини ва бошқа таъсирларни ҳисобга олиб, жисм бу таъсирлардан холи бўлгандагина ўзгармас тезлик билан абадий ҳаракат қилади дейди. Г. Галилей жисмларнинг ҳаракатдан тўхташининг асосий сабаби – ҳаракатга қаршилик қилувчи қандайдир таъсир бўлиб, ҳаракатни, яъни тезликни ўзгартиради, деган фикрни айтиб ўтган. Буюк инглиз олими Исаак Ньютон ўзидан аввал яшаб ижод этган олимларнинг ишларини ўрганиб, уларни умумлаштирди ва 1667 йили ўзининг «Натурал фалсафанинг математик асослари» деб номланган китобида динамиканинг учта асосий конунини баёнэтди.


Исаак Ньютон
(1642-1727)

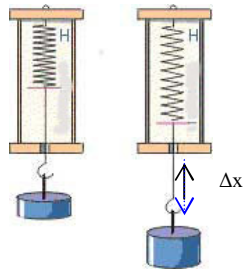
Нютоннинг биринчи қонуни*: Шундай саноқ системалари борки, бунда жисмга куч таъсир этмаса ёки таъсир этаётган кучлар ўзаро компенсацияланса (тенг таъсир этувчиси нолга тенг бўлса), бу жисм тинч туради, ёки тўғри чизиқли текис ҳаракат қилади.* Бу таърифнинг биринчи ярмини, яъни жисмнинг “тинч ҳолатда” бўлишини тушуниш осон. Жисмга ташқи таъсир бўлмаса, у ҳаракатга келмайди. Таърифнинг иккинчи ярми нега “тўғри чизиқли текис ҳаракат” ёки “текис ҳаракат” деб айтилмаган?

Чунки, тўғри чизиқли ҳаракат икки хил – текис ва ўзгарувчан бўлишини кинематикада кўрдик, ўзгарувчан ҳаракатда тезлик ўзгариб, тезланиш ҳосил бўлади. Шунинг учун “текис ҳаракат” деб таъкидланган. “Тўғри чизиқли” сўзининг қўшиб ёзилишига сабаб шуки, бундай ҳаракатлар ҳам икки хил – тўғри чизиқли ва эгри чизиқли ҳаракат бўлади. Эгри чизиқли текис ҳаракатда кўрганимиздек, нормал тезланиш ҳосил бўлади. Бу эса ҳаракатнинг ўзгаришига сабаб бўлади. Шунинг учун Нютоннинг биринчи қонунининг иккинчи ярми “тўғри чизиқли текис ҳаракатда” деб таърифланади. Жисм ҳаракати саноқ системаларида ифодаланилади. Аммо Нютоннинг биринчи қонуни қаралаётган саноқ системаларигагина тўғри ифодаланилади. Олинган саноқ системаси ихтиёрий саноқ жисми билан боғланган бўлади. Масалан, Ер билан, Қуёш билан. Олинган системага нисбатан жисм тўғри чизиқли текис ҳаракатда бўлса, бу система учун Нютоннинг биринчи қонуни ўринли бўлади. Нютоннинг биринчи қонуни *инерция қонуни* деб аталади. Кузатилаётган жисмга, уни ўраб турган муҳитдаги жисмлар таъсир этганда у ўзининг тинч ёки тўғри чизиқли текис ҳаракат ҳолатини сақлаш хусусияти *инерция* деб аталади. Шунинг учун Нютоннинг биринчи қонуни инерция қонуни ва у бажарилаётган саноқ системасига *инерциал саноқ системаси* деб аталади. Автобус жойидан қўзғалган вақтда автобус ичидаги йўловчилар орқага оғадилар. Бу эса инерцияга мисол бўла олади. Бунда автобус саноқ системасидир.

2.2. Куч ва масса

Нютоннинг биринчи қонунида кузатилаётган жисмга бошқа жисм таъсир этмайди, яъни жисмлар ўзаро таъсирлашмайди, деб қаралади. Агар кузатилаётган жисмлар ўзаро таъсирлашса, жисмларнинг ҳолатлари ёки ҳаракатлари ўзгаради. Демак, жисмларнинг ҳаракатини ёки тинч ҳолатини ўзгартирувчи сабаб *куч* деб аталади. Куч таъсирида жисм ҳолати ёки ҳаракати ўзгарганда унинг тезлиги ўзгаради, яъни тезланиш ҳосил бўлади.

Масалан, тинч ҳолатда турган вагонга паровоз уланганда, вагон ҳаракатга келади. Паравоз вагонлари билан станциядан ҳаракатлана бошлаганда ёки станцияга яқинлашиб келаётганда унинг тезлиги ўзгариб, тезланиш ҳосил бўлади. Кучнинг бундай кўринишига кучнинг динамик намоён бўлиши деб аталади. Аммо кучни фақат ҳаракатни ўзгартирувчи сабаб деб қараш унинг тўла маъносини бермайди.



2.1-расм

Масалан, биз бирор жисмни юқоридан ташлаб (қўйиб) юборсак, у ернинг тортиш кучи таъсирида ҳаракатга келади. Уни ерга туширмасдан маълум баландликда тўр билан илиб олайлик. Жисм ҳаракатдан тўхтайди, аммо ер уни ҳали ҳам тортишда давом этади. Лекин жисм ҳаракатланмайди. Бу вақтда жисм таъсири остида тўрнинг шакли ўзгаради ва унга қандайдир босим кучи таъсир этади. Стол остига эластик юмшоқ пружина қўйганимизда ернинг тортиши ва столнинг реакция кучи таъсирида пружина ҳаракатга келмасдан сиқилади. Демак, ўзаро таъсир жисм қисмларини бир-бирига нисбатан ҳаракатлантириб, уларнинг шаклини ёки ҳажмини ўзгартириши мумкин экан. Кучнинг бундай кўриниши

кучнинг статик намоён бўлиши деб аталади. Бу юқорида кўрилган ҳолларни умумлаштириб, кучга қуйидагича таъриф бера оламиз: жисмларнинг ҳаракатини ёки шаклини, ёки иккаласини бир вақтда ўзгартирувчи ўзаро таъсир *куч* деб аталади. Кучни ўлчаш учун, аввало куч бирлигини танлаб олишимиз керак. Сўнгра кучнинг миқдорини бу бирлик билан таққослаб, кучнинг қиймати аниқланади. Кучнинг статик намоён бўлишидан фойдаланиб, унинг пружинали динамометрлар ёки пружинали тарозилар ёрдамида ўлчаш мумкин. Бу ўлчов қуролларидаги пружиналарнинг Δx чўзилиши қўйилган кучга тўғри мутаносиб бўлиши керак (2.1 - расм). Биз юқоридагиларга асосланиб кучга қуйидаги таърифларни келтиришимиз ва уларнинг эквивалентлигига ишонч ҳосил қилишимиз мумкин. *Куч* деб, жисмни ҳаракатга келтирувчи воситага айтилади. Куч деб, жисмнинг ҳаракат йўналишининг ўзгаришига сабаб бўлувчи физик катталикка айтилади. Куч деб, жисм ҳаракатининг ёки шаклининг ўзгариши сабабчисига айтилади. Демак, агар жисмга куч таъсир этса, унинг тезлиги ҳам ўзгаради. Лекин шуни қайд қилиш керакки, кучнинг таъсири фақатгина жисмлар ҳаракатининг тезланишида намоён бўлмайди, куч таъсирида жисмлар шаклини ўзгартириши (деформацияланиши) ҳам мумкин. Куч динамометр ёрдамида ўлчанади (2.2-расм). 1 кг массали жисмга 1 секундда 1 м/с^2 тезланиш берувчи кучнинг катталиги 1 Н бўлади. Жисмларнинг ўзаро таъсирини миқдор ва йўналиши жиҳатдан тавсифлайдиган катталик куч деб аталади. Демак, куч вектор катталик. Асосий физик катталиклардан бири масса тушунчаси билан танишиб чиқайлик. Барча объектив моддий борлиқлар материянинг бир кўриниши бўлиб, массага эга.

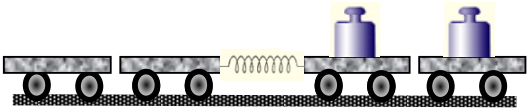
Бунинг учун қуйидаги тажрибани қараб чиқайлик. Силлиқ скамейкада турган аравачалар ўртасига пружина қўйиб (2.3-расм), маҳкам сиқиб туриб қўйиб юборганимизда иккала аравачага сиқилган пружина томонидан бир хил доимий куч таъсир этади. Бу доимий (ўзгармас) куч таъсирида юк қўйилган аравачаларнинг тезланиши юксиз аравачанинг тезланишидан кичик бўлади. Демак, муайян куч таъсирида жисмларнинг олган тезланишлари фақат қўйилган кучга боғлиқ бўлмасдан, балки жисмни ташкил этувчи модда миқдорининг ўзгаришига боғлиқ бўлган физик хоссасига ҳам боғлиқдир. Бунга *жисмнинг инертлиги* деб аталади.

2.2 -расм

Демак, жисмнинг массаси унинг инертлик ўлчовидир. Шунинг учун бу ҳолатдаги масса *инерт масса* деб аталади. Жисм массасини классик механикада жисмларнинг тезлиги ёруғлик тезлигидан жуда кичик бўлганда, ҳаракат давомида ўзгармас деб қаралади. Жисмнинг массаси ўзида мавжуд бўлган модда миқдорини ҳам ифодалайди. Масалан, агар барқарор тажриба шароитида сувни музга айлантирсак, унинг миқдори ўзгармайди. Электролиз ҳодисасида электродда ажралиб чиққан модда ҳам миқдорни ифодалайди, инертлик асосида бу ҳодисаларни тушунтириб бўлмайди.

Кундалик турмушимизда жисм массасини ричагли тарозилар ёрдамида ўлчаймиз. Масса бирлиги қилиб СИ да килограмм (кг) қабул қилинган ва у 4°С ҳароратда олинган бир дециметр куб соф сувнинг массасига тенг. Жисмнинг тинч ёки

ҳаракат ҳолатини сақлаш қобилияти *инертлик* деб аталади. Жисмнинг инертлигини тавсифловчи физик катталик *масса* деб аталади. Шунинг учун, массаси каттароқ жисм инертроқ ҳисобланади. Масса скаляр катталик. Жисмда бор бўлган модда миқдорига ҳам масса деб аталади. Ҳар қандай модда массасини биз қуйидаги формула ёрдамида топишимиз мумкин.



2.3 расм

$$m=\rho\cdot V$$

Бу ерда ρ – модда зичлиги, V – ҳажм. Масса килограмм (кг) ларда ўлчанади. Модданинг зичлиги ҳароратга боғлиқ, яъни ҳарорат ошса, зичлик камаяди. Жисмнинг фазода эгаллаган геометрик ўрнига *ҳажм* деб аталади. Ҳажм скаляр катталик. Шуни билиш зарурки, сувнинг 4ºС даги ҳажми энг кичик, зичлиги энг катта қийматига эга бўлади.

2.3. Нютоннинг иккинчи қонуни

Энди куч, масса ва тезланиш орасидаги ўзаро боғланишни аниқлаймиз. Бу физик катталиклар орасидаги боғланиш Нютоннинг иккинчи қонуни орқали ифодаланади. Нютоннинг иккинчи қонунини *жисмга таъсир этувчи куч жисм массасининг шу куч таъсирида жисм олган тезланишига кўпайтмасига тенг, деб таърифлаш мумкин.* Бу *Нютоннинг иккинчи қонуни* бўлиб, унинг математик ифодаси қуйидагича

$$F=m\,a\,. \qquad (2.1)$$

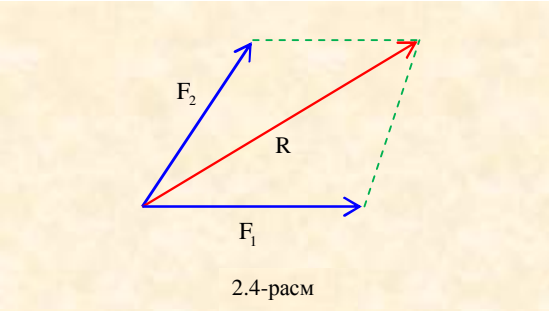
Нютоннинг иккинчи қонуни *ҳаракат қонуни* деб ҳам аталади. (2.1) формуладаги тезланиш ўрнига унинг тезлик орқали $a=\frac{d\upsilon}{dt}$ ифодасини қўйсак ва массанинг ўзгармас эканлигини эътиборга олсак,

$$F=m\frac{d\upsilon}{dt}=\frac{d(m\upsilon)}{dt} \qquad (2.2)$$

ифода келиб чиқади. Бу Нютон иккинчи қонунинг умумий ифодасидир. Булардан қуйидаги хулосалар келиб чиқади:

1. Куч жисм тинч ҳолатда ёки ҳаракат ҳолатида эканлигига боғлиқ. Чунки куч таъсирида тезлик ўзгариб тезланишни ҳосил қилади.

2. Куч ўзгармас бўлганда, жисм текис тезланувчан ҳаракатда бўлади. Чунки жисмнинг тезланиши ўзгармайди.



2.4-расм

3. Тажрибалар шуни кўрсатадики, жисмга бир неча куч таъсир этса, у ҳар бир куч йўналишида худди бошқа кучлар таъсир этмагандек, маълум тезланишга эга бўлади.

Бунга одатда кучларнинг *мустақиллик принципи* деб аталади. Аммо кучлар вектор катталик бўлганидан жисмнинг ҳаракатини, кучларни векториал (геометрик) қўшилишидан ҳосил бўлган натижавий куч

$$R=F_1+F_2 \qquad (2.3)$$

таъсиридаги ҳаракати ўрганилади. Бунинг мисоли тариқасида жисмга ўзаро бурчак ҳосил қилиб таъсир этувчи F_1 ва F_2 кучларни қараб чиқайлик. Натижавий кучни аниқлаш учун бу кучлар устига параллелограм чизамиз. Параллелограмм диагонали натижавий кучни ифодалайди (2.4-расм). Жисм шу натижавий куч йўналишида ҳаракатланади. Кучлар орасидаги бурчакка қараб натижавий куч ҳам ўзгаради, яъни бурчакнинг ортиши билан йиғинди катталиги камайиб боради. Нютоннинг иккинчи қонунидан фойдаланиб, халқаро бирликлар системаси (СИ) да куч бирлигини ифодалайлик. Массаси 1 кг бўлган жисм куч таъсири йўналишида 1 м/с^2 тезланиш олса, кучнинг бу қиймати кучнинг бирлиги қилиб олиниб, у Нютон (Н) деб аталади.

2.4. Нютоннинг учинчи қонуни

Табиатда мавжуд бўлган барча жисмлар ўзаро таъсирлашади. Масалан, автобус ҳайдовчиси уни бирдан юргизиб юборса, унинг ичидаги ўриндиқда ўтирган йўловчи ўриндиқнинг суянчиғига ва суянчиқ ўз навбатида йўловчига таъсир этганини кўрамиз. Бунда уларнинг ўзаро таъсири туфайли кучлар мавжуд бўлади. Нютоннинг учинчи қонуни қуйидагича таърифланади. Агар биринчи жисм иккинчи жисмга F_1 куч билан таъсир қилаётган бўлса, иккинчи жисм ҳам биринчи жисмга F_2 куч билан таъсир қилади, бу кучлар миқдор жиҳатдан тенг бўлиб, уларни бирлаштирувчи тўғри чизиқ бўйича қарама-қарши йўналган бўлади

$$\vec{F_1}=-\vec{F_2}\ . \qquad (2.4)$$

Нютоннинг III қонуни *таъсир ёки акс таъсир қонуни* деб аталади. Юқоридаги формулага Нютоннинг иккинчи қонуни орқали ифодасини қўйсак қуйидаги кўринишга эга бўлади

$$m_1 \cdot a_1 = -m_2 \cdot a_2$$

бундан,

$$a_1 = -\frac{m_2}{m_1} \cdot a_2 . \qquad (2.5)$$

Бинобарин, ўзаро таъсирлашувчи жисмлар массаларига тескари мутаносиб ва бир-бирига қарама-қарши йўналган тезланиш билан ҳаракатланади. 2.5-расмдаги мисолда аравачаларга тезланиш берувчи учинчи жисм сиқилган пружина мавжуд. (2.2) формуладаги тезланишларнинг тезликлар орқали ифодасини қўйсак, у қуйидаги кўринишни олади

$$m_1 \cdot \frac{d\upsilon_1}{dt} = -m_2 \cdot \frac{d\upsilon_2}{dt} \qquad (2.6)$$

Ёки m_1 ва m_2 лар ўзгармас бўлганлиги учун

$$d(m_1 \cdot \upsilon_1) + d(m_2 \cdot \upsilon_2) = 0 \quad \text{ёки} \quad d(m_1 \cdot \upsilon_1 + m_2 \cdot \upsilon_2) = 0$$

Ўзгармас катталикнинг дифференциали нолга тенг бўлганлигидан,

$$m_1 \cdot \upsilon_1 + m_2 \cdot \upsilon_2 = const$$

келиб чиқади. Кузатилаётган икки жисм фақат ўзаро таъсирда бўлиб, уларга бошқа таъсир бўлмагани учун шу икки жисмдан иборат ёпиқ системанинг импулси жисмларнинг импулсларининг вектор йиғиндисига тенг бўлиб, ўзгармас бўлади.

$$m_1\upsilon_1 = m_2\upsilon_2 \qquad (2.7)$$

Бу импулснинг *сақланиш қонуни* деб аталади. Бу қонунни жисмлар системаси учун умумлаштириш мумкин. Ньютон қонунлари бўйсунадиган ёки бажариладиган саноқ системалари *инерциал саноқ системаси* деб аталади. Ньютоннинг динамика қонунлари тўғри бўладиган саноқ системалари *инерциал саноқ системаси* деб аталади. Ньютоннинг механика қонунлари ҳамма вақт ҳам ўринли эмас, у фақат жисм тезлиги инерциал саноқ тизимларига нисбатан олинган, ёруғлик тезлигидан жуда кичик бўлган ҳолларда ўринли бўлади. Бир инерциал саноқ системасидан иккинчи инерциал саноқ системасига ўтганда жисмнинг тезлиги, жисм импулси ва кинетик инерцияси ўзгармайди. Ўзаро

таъсир деб, жисмларнинг таъсири натижасида жисмлар ҳаракати ҳолатининг ўзгаришига айтилади.

2.5. Жисмнинг импулси

Жисм массасининг унинг тезлигига кўпайтмаси *механик импулс* деб аталади ва унинг йўналиши тезлик йўналишича бўлади

$$\vec{p}=m\cdot\vec{\upsilon}\,. \qquad (2.8)$$

Бу ифодани эътиборга олсак, Нютоннинг иккинчи қонунининг умумий кўриниши қуйидагича бўлади

$$\vec{F}=\frac{d\vec{p}}{dt}\,.$$

Бундан кучнинг қуйидаги таърифи келиб чиқади: *куч – импулсдан вақт бўйича олинган биринчи тартибли дифференциалга тенг бўлиб, импулс ўзгаришининг йўналиши бўйича йўналган бўлади, охирги ифодани қуйидагича ёзиш мумкин*

$$\vec{F}\cdot dt=d\vec{p}$$

Демак, *кучнинг уни таъсир вақтига кўпайтмаси куч импулси деб аталади. Демак, куч импулси механик импулс ўзгаришига тенг бўлиб, унинг йўналиши бўйича йўналган бўлади.* Жисм импулси вектор катталик бўлиб, унинг йўналиши тезлик йўналишида бўлади. Ўзгармас массали жисм импулсининг ўзгариши, тезлик ўзгариши натижасида рўй беради ва бу эса куч таъсирида амалга ошади

$$\vec{K}=\vec{I}=\Delta p=m\cdot\Delta\vec{\upsilon}=\vec{F}\cdot t\,.$$

К ёки I – куч импулси [К]=[I]=Н·с. Кучлар ва вақт бир хил бўлса, жисмнинг импулси ҳам бир хил бўлади. Жисм импулси - тезлик вектори йўналишидаги вектор катталикдир. і та моддий нуқта (ёки і та жисм) дан иборат механикавий тизимни олиб қарасак, унинг импулси ундаги моддий нуқталар импулсларининг вектор йиғиндисига тенг

$$P=\sum_i P_i=\sum_i m_i\upsilon_i\,, \qquad (2.9)$$

бунда P_i , m_i ва υ_i лар тизимга кирувчи і нчи моддий нуқтанинг мос равишда импулси, массаси ва тезлигидир. Кундалик ҳаётимизда одатда секин ҳаракатлар билан иш кўрамиз. Ёруғликнинг бўшлиқдаги тезлигига яқин бўлган тезлик билан ҳаракат қилаётган жисмларга Нютон механикасининг қўлланилиши мумкин эмаслиги нисбийлик назарияси ва тажриба натижалари асосида аниқланди.

2.6. Система (тизим) импулсининг сақланиш қонуни

Импулснинг сақланиш қонуни жисмлар тизими учун мухим ахамият касб этади. Жисмлар тизими ёки соддагина "тизим" деганда ўзаро таъсирлашувчи бир нечта жисмлар тўпламини тушунамиз. Тизимга ташқи кучлар таъсир этмаса, бундай тизим берк тизим дейилади. Қуёш тизими жуда катта аниқлик билан берк тизим бўла олади. Биз яашаб турган табиий шароитларда эса берк тизим мавжуд эмас, чунки Ер сиртидаги ҳар қандай тизимга ҳеч бўлмаганда Ернинг тортиш кучи таъсир этади. Лекин тизимдаги жисмларнинг таъсир кучларига нисбатан ташқи кучлар ҳисобга олинмаса ёки ҳисобга олинмаслик даражасида кичик бўлса, бундай тизимни берк тизим деб қараш мумкин. Тизимдаги жисмларнинг ўзаро таъсир кучларини *ички кучлар* дейилади. Тизим учун импулснинг сақланиш қонуни Нютоннинг иккинчи ҳамда учинчи қонунларига асосланган ва бу ҳақдаги мулоҳазалар инерциал саноқ тизимига нисбатан олиб борилади. Дастлаб i та жисмли берк тизимни олиб қарайлик. Тизим берк бўлганлиги туфайли унга таъсир этувчи ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчиси нолга тенг, яъни тизимда фақт ички кучларгина мавжуд. Тизимдаги n та жисмнинг ҳар бирининг импулсини $P_1, P_2, \ldots P_i$ деб белгиласак, тизим импулси

$$\vec{P} = \sum_i \vec{P}_i = \sum_i m_i \vec{\upsilon}_i \qquad (2.10)$$

тарзида ифодаланади, бу орада $\vec{P}_i = m_i \upsilon_i$ -i- жисмнинг импулси. Берк тизимдаги ҳар бир жисм учун Нютоннинг иккинчи қонунини қуйидагича ёзамиз

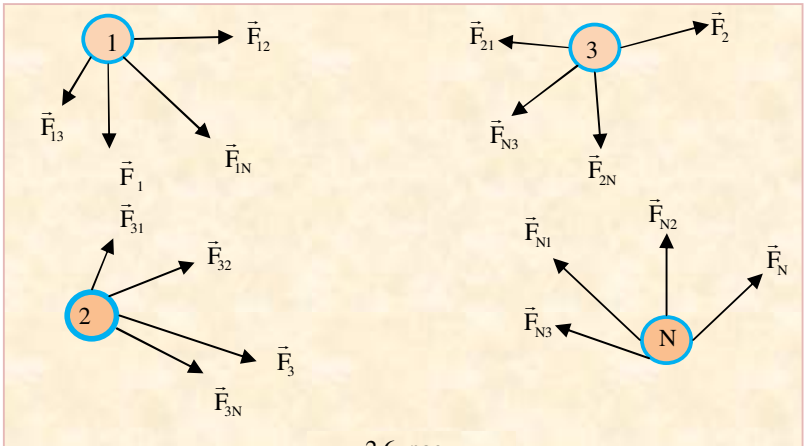
$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt}(m_1\vec{\upsilon}_1) = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \ldots + \vec{F}_{1n}, \\ &\frac{d}{dt}(m_2\vec{\upsilon}_2) = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{22} + \ldots + \vec{F}_{2n}, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots . \\ &\frac{d}{dt}(m_i\vec{\upsilon}_i) = \vec{F}_{i1} + \vec{F}_{i2} + \ldots + \vec{F}_{i,i-1}, \end{aligned} \qquad (2.11)$$

бунда $\vec{F}_{12}$- биринчи жисмга иккинчи жисм томонидан таъсир этувчи куч; $\vec{F}_{21}$ - иккинчи жисмга биринчи жисм томонидан таъсир этувчи куч ва ҳакозо (2.6-расм). Равшанки, тизимдаги ҳамма жисмлар ўзаро таъсирлашадилар. Умумий ҳолда охирги ифодани

$$\frac{d}{dt}\sum_i m_i \vec{\upsilon}_i = \sum_i \vec{F}_{iR}, \qquad (i \neq R;\ i, R = 1, 2, \ldots, n) \qquad (2.12)$$

тарзида ёзамиз ва бу формуланинг ўнг томони тизимдаги ички кучларнинг вектор йиғиндисини акс эттиради. Тизимдаги бирор жисмнинг шу тизимдаги бошқа бир жисм билан ўзаро таъсири Нютоннинг учинчи қонунига бўйсунади

$$\vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21}, \quad \vec{F}_{13}=-\vec{F}_{31}, \quad \vec{F}_{23}=-\vec{F}_{32}$$



2.6- расм

ва ҳакозо. Умуман олганда i - жисм j - жисмга $\vec{F}_{ji}$ куч билан таъсир этса, j - жисм ҳам i - жисмга $\vec{F}_{ij}$ куч билан таъсир этади

$$\vec{F}_{ji} = -\vec{F}_{ij}. \tag{2.13}$$

Бинобарин, (2.13) тенгликнинг ўнг томонида ифодаланган ички кучларнинг вектор йиғиндиси нолга тенг

$$\sum_i \vec{F}_{iR} = 0 \quad (i \neq R, \ i, \ R = 1,2, \ldots, n).$$

Демак, берк тизим учун

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0, \ \frac{d}{dt}\sum_i m_i \vec{\upsilon}_i = 0$$

ифода ҳосил бўлади. Бу ифодадан

$$\vec{P} = \sum_i m_i \vec{\upsilon}_i = \text{const}. \tag{2.14}$$

деган хулосага келамиз. (2.14) ифода берк тизим учун импулснинг сақланиш қонуни ифодалайди: *берк тизимнинг импулси вақт ўтиши билан ўзгармайди.* Бошқача айтганда берк тизим айрим жисмларининг импулслари вақт ўтиши билан

ўзгарсада, унинг импулси ўзгармай қолади. Бу ерда зикр этилган ўзгаришлар шундай содир бўладики, масалан, тизимдаги бирор жисмнинг импулси камайса, шу тизимдаги бошқа жисмнинг импулси шунча ошади. Тизимга ташқи кучлар таъсир этаётган бўлса, у берк тизим бўла олмайди ва бундай тизим учун импулснинг сақланиш қонуни бажарилмайди. Бундай тизим учун Нютоннинг иккинчи қонуни қуйидагича ёзилади

$$\frac{d}{dt}\sum_i m_i \vec{\upsilon}_i = \sum_i \vec{F}_{iR} + \vec{F}_T \quad (i = R_i = 1, 2, \ldots, n),$$

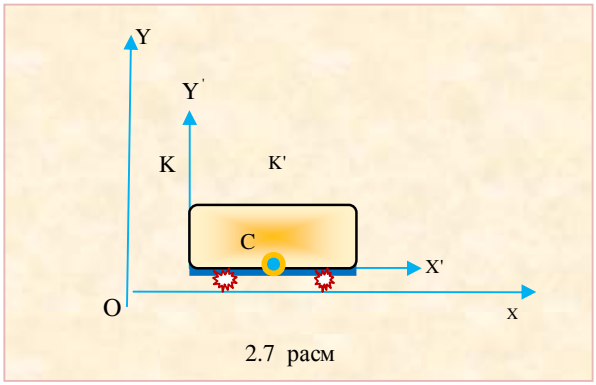
Бу ерда $\sum_i \vec{F}_{iR}$ - ички кучларнинг вектор йиғиндиси; $\vec{F}_T$ - ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчиси. Ички кучларнинг вектор йиғиндиси нолга тенг эканлигини эътиборга олсак, бу тенглик қуйидаги кўринишни олади

$$\frac{d}{dt}\sum_i m_i \vec{\upsilon}_i = \vec{F}_T \qquad (2.15)$$

Бу тенглама механик тизим импулсининг ўзгариш қонунини ифодалайди: тизим импулсидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосила тизимга таъсир этувчи ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчисига тенг.

2.7. Ноинерциал саноқ тизимларидаги ҳаракат.

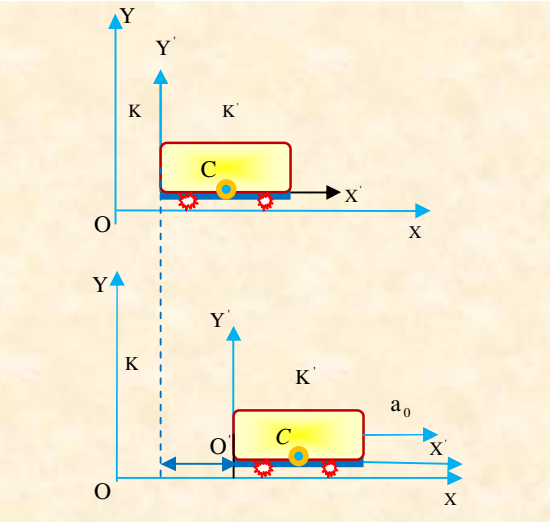
Текис ва тўғри чизиқли ҳаракатланаётган саноқ тизими инерциал тизим дейилади. Инерциал тизимларга нисбатан тезланиш билан ҳаракатланаётган саноқ тизимлари *ноинерциал тизимлар* дейилади. Йўлнинг горизонтал қисмида ҳаракатланаётган вагон ичидаги жисмнинг вазиятини кўрайлик (2.7-расм). К - ер сирти билан боғланган саноқ тизими, К′-вагон билан боғланган саноқ тизими. К ва К′ саноқ тизимида турган кузатувчилар қуйидагича фикр юритадилар:



2.7 расм

1. Вагон ҳаракатланмаганда унинг горизонтал полида турган шарнинг оғирлик кучи полнинг реакция кучи билан мувозанатлашгани учун, шар ўзининг тинч ҳолатини сақлайди, яъни бундай ҳолатда Ньютоннинг биринчи қонуни бажарилади. Вагон тўғри чизиқ бўйлаб текис ҳаракатланганда ($V_0=0$) С шар тинчликдаги вазиятини ўзгартирмайди. Ер сирти билан боғланган саноқ тизимини тақрибан инерциал саноқ тизими дейиш мумкин. Шунинг учун К' саноқ тизими К саноқ тизимига нисбатан тинч турган ёки тўғри чизиқли ҳаракат қилаётган ҳолларда *инерциал саноқ тизими* деб ҳисобланади.

2. Вагон a_o тезланиш билан ҳаракатланаётган ҳолда К ва К' тизимлардаги кузатувчиларнинг фикрлари ўзгаради (2.7-расмга қаранг). К саноқ тизимидаги кузатувчининг фикри бўйича вагон ва у билан боғланган жисмлар OX йўналишда a_o тезланиш билан ҳаракатланади. С шар билан вагон поли ўртасидаги ишқаланиш кучи жуда кичик бўлгани учун шар вагон билан биргаликда тезланувчан ҳаракатда иштирок этмайди. Аксинча, Ньютоннинг биринчи қонунига асосан, шар ўзининг тинчликдаги ҳолатини сақлайди. Шунинг учун вагоннинг тезланувчан ҳаракати бошланган t_o вақтда шарча тезланиш олади ва ҳаракат бошланганидан бирор Δt вақт давомида OX йўналишда бирор ΔX масофага силжиб қолади. Шу сабабли вагон девори ва шар орасидаги масофа ўзгаради.



2.8 расм

К′ саноқ тизимидаги кузатувчи эса шарни чап томонга қараб тезланувчан ҳаракат қилаётганини қайд қилади (2.8-расм). Ньютоннинг иккинчи қонунига асосан С шар тезланишга эришиш учун унга бирор куч таъсир қилиши керак. Шунинг учун тизимдаги К' кузатувчи С шарга таъсир этувчи кучни ахтаради, лекин топа олмайди. Шундан сўнг кузатувчи қуйидаги фикрга келади: К' тизимдаги жисмга бошқа жисмлар таъсир этмасада ўз ҳолатини сақламайди, яъни инерция қонуни бажарилмайди. Шунинг учун К′ тизимдаги кузатувчи мазкур тизимни ноинерциал

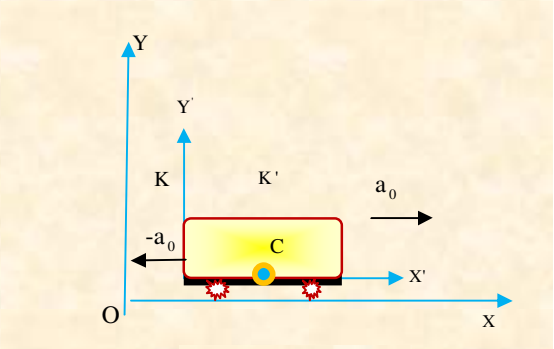
санoқ тизими деб ҳисоблайди. Энди илгариланма ҳаракат қилаётган ноинерциал санoқ тизимидаги инерция кучини кўрайлик. К' санoқ тизимидаги С шарни кузатайлик. К' тизим К тизимга нисбатан a_0 тезланиш билан ўнг томонга илгариланма ҳаракат қилаётганда К' тизимдаги кузатувчи шарни a_0' тезланиш билан чап томонга ҳаракатланаётганини кўради. Кузатишлардан қуйидаги ҳулосалар чиқади:

1). Жисмларнинг тезланишлари уларнинг массаларига боғлиқ эмас.

2). Барча жисмларнинг тезланишлари (a_0') бир ҳил бўлиб, унинг қиймати К' тизимнинг илгариланма ҳаракат тезланишига тенг, йўналиши эса қарама-қарши. Демак, ноинерциал санoқ тизимларида жисмлар

$$a_0' = -a_0 \qquad (2.16)$$

тезланиш билан ҳаракатланади. Аслида a_0' тезланиш К' тизимнинг К тизимга нисбатан тезланувчан илгариланма ҳаракати туфайли вужудга келади. Шунинг учун ноинерциал санoқ тизимдаги жисмга таъсир этувчи бундай кучларни (Ньютон кучларидан фарқлаш учун) *инерция кучлари* дейилади. Инерция кучларининг жисмларга таъсири худди оддий Ньютон кучларининг таъсиридек бўлади. Бу кучларни кундалик турмушимизда учратамиз. Масалан, автобус кескин ўрнидан силжиганда ёки тўхтаганда йўловчилар олдинга ёки орқага эгилишига мажбур этувчи кучни сезадилар. Агар вагон мисолига қайтадиган бўлсак, жисм (шар) олган тезланиш a_0' инерция кучи F_i туфайли вужудга келади,



2.9 расм

$$F_i = m \cdot a_0' \qquad (2.17)$$

(2.16) тенгликни ҳисобга олиб охирги тенгликни қуйидагича ёзамиз

$$F_i = -m \cdot a_0 . \qquad (2.18)$$

Демак, инерция кучининг йўналиши саноқ тизимининг ҳаракат йўналишига тескари экан. Саноқ тизими ўзгармас тезланиш билан ҳаракатланганда *m* массали жисмга таъсир этувчи инерция кучи ҳам доимий бўлади. (2.18) тенгликка кўра инерция кучининг қиймати жисм массасига пропорционал экан. Бу хоссаси билан инерция кучи оғирлик кучига ўхшаб кетади. Энди, ноинерциал саноқ тизим учун ҳаракат тенгламаларини кўрайлик. Табиийдирки, бу ҳолда жисмга таъсир этувчи кучларнинг вектор йиғиндисига Ньютон кучлари билан бир қаторда инерция кучи ҳам қўшилади.

$$m\,a = \sum F_i + F$$

ёки

$$-m\,a_0^{'} = \sum F_i - F. \qquad (2.19)$$

Бу тенгламада $a_0^{'}$ - ноинерциал саноқ тизими К' нинг инерциал саноқ тизими К га нисбатан илгариланма ҳаракатининг тезланиши, $\sum F_i$ $i-$жисмга таъсир этувчи Ньютон кучларининг вектор йиғиндиси, а - инерциал саноқ тизимидаги жисмнинг барча кучлар таъсирида эришган тезланиши.

2.8. Айланувчи саноқ тизимидаги инерция кучлари.

Айланувчи саноқ тизимларидаги жисмлар учун ҳам инерция қонуни бажарилмайди. Бунга қуйидаги тажриба асосида ишонч ҳосил қилиш мумкин. Фараз қилайлик, диск устига Т - симон стержен ўрнатилган, стерженга эса шарлар осилган. Диск тинч турганда шарлар осилган барча иплар вертикал равишда йўналган. Агар диск ω бурчак тезлик билан айлантирилса, шарларга бошқа жисмлар таъсир этмасада, шарлар тезланиш олиб оғадилар. Демак, мазкур тизимни ҳам, ноинерциал саноқ тизими деб ҳисоблаш мумкин экан.

Энди кўзғолмас ўқ атрофида ўзгармас бурчак тезлик (ω=const) билан айланаётган ноинерциал саноқ тизимидаги жисм ҳаракатини кўрайлик.

2.10 - расмда кўрсатилган диск айланма ҳаракатга келтирилмагунча m массали шарча тинч ҳолатини сақлайди. Диск OZ ўки бўйлаб йўналган ω бурчак тезликда ҳаракатланса, у билан биргаликда пружинага махкамланган шар ҳам OZ ўқи атрофида айлана бошлайди ва стержен бўйлаб сирғаниб пружинани чўзади (2.11-расм). Шарча О айланиш марказидан g масофага узоқлашганда чўзилган пружинанинг эластиклик кучи (F_{el}) шарни диск марказидан янада узоқлашишга йўл қўймайди. Бунга сабаб, айланувчи саноқ тизимидаги шарга таъсир этувчи инерция кучи ва эластиклик кучи бир-бирини мувозанатлайди. Инерция кучи диск радиуси бўйлаб айланиш марказидан ташқарига йўналгани учун уни марказдан қочма инерция кучи (F_{mk}) деб аталади. У қуйидаги ифода билан аниқланади

$$F_{mk} = m \cdot \omega^2 \cdot r \qquad (2.20)$$

2.10- расм 2.11- расм

бундаги ω - айланувчи саноқ тизимининг бурчак тезлиги, r - айланиш маркази ва моддий нуқтани (m массали шарни) бирлаштирувчи радиус - вектор. (2.20) тенгликка кўра шарга таъсир этадиган марказдан қочма инерция кучи, шарнинг массасига, бурчак тезлик квадратига ва айланиш ўқидан шарчагача бўлган масофага пропорционал экан.

Айланувчи саноқ тизимидаги жисмга F_{mk} дан ташқари Кориолис инерция кучи деб аталувчи куч ҳам таъсир қилади. 2.12(б) - расмда кўрсатилганидек, D диск ω бурчак тезлик билан айлана бошласа, C шар OA тўғри чизиқ бўйича эмас, балки OB эгри чизиқ бўйича ҳаракатланади. Бунга сабаб, шарча тезлиги B га тик бўлган Кориолис кучи ($F_{\hat{e}}$) нинг шарчага таъсиридир. Бу куч

$$F_k = 2\,m[B \cdot \omega]\ , \qquad (2.21)$$

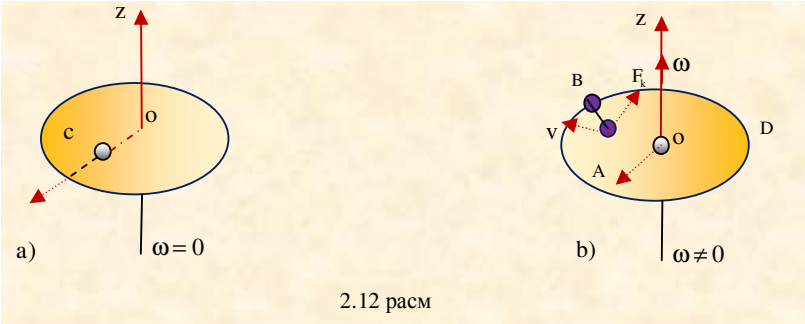
ёки

$$F_k = 2\,m[B \cdot \omega] \cdot \sin\alpha\ .$$

Демак, текис айланувчи саноқ тизимига нисбатан жисмнинг ҳаракат тенгламасини тузиш учун мазкур жисмга таъсир этаётган Ньютон кучлари, марказдан қочма инерция кучи ва Кориолис инерция кучининг йиғиндисини олиш керак

$$m\,a = \sum (F_i + F_{mk} + F_k)\ . \qquad (2.22)$$

Биз яшаб турган сайёра - ер айланувчи саноқ тизимидир. Ер билан боғлиқ бўлган саноқ тизимининг ноинерциаллиги туфайли ер сиртидаги жисмларга марказдан қочма ва Кориолис инерция кучлари таъсир этади.



2.12 расм

2.9. Масса маркази. Масса марказининг ҳаракати ҳақидаги теорема

Кўп ҳолларда бир неча жисм - моддий нуқталардан иборат механикавий тизимнинг ҳаракат қонунларини ўрганиш билан иш кўришга тўғри келади. Бундай тизимнинг ҳаракат қонунларини ўрганишда мазкур тизим таркибидаги жисмларнинг унда қандай тақсимланганлигини ёки бу жисмлар бир-бирига нисбатан тизимда қандай жойлашганлигини билиш зарурияти туғилади. Шу муносабат билан инерция маркази деган тушунча киритилади. Инерция маркази ва оғирлик маркази деган тушунчалар орасида қуйидаги фарқ борлигини эсдан чиқармаслик керак: оғирлик маркази - бир жинсли оғирлик кучи майдонида жойлашган қаттиқ жисмлар учунгина маънога эга; инерция маркази эса ҳеч қандай майдон билан боғлиқ эмас ва ихтиёрий механикавий тизим учун ўринлидир. Оғирлик кучи майдонида жойлашган қаттиқ жисмлар учун инерция маркази ва оғирлик маркази бир-бири билан мос тушади, яъни бир нуқтада жойлашган бўлади. Инерция маркази массанинг тақсимланишини тасвирловчи геометрик нуқта бўлиб, унинг вазияти координаталар бошига нисбатан $\vec{r}_c$ радиус-вектор билан қуйидагича аниқланади

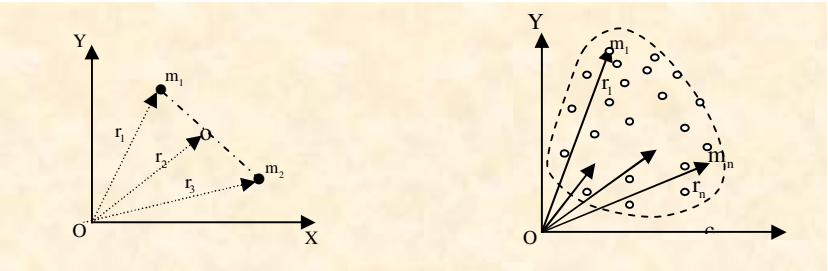
$$\vec{r}_c = \frac{m_i\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + ... + m_n\vec{r}_n}{m_1 + m_2 + ... + m_n},$$

ёки

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m}\sum_i m_i\vec{r}_i, \qquad (2.23)$$

бу эрда m_i - тизимга мансуб, i-жисмнинг массаси; R_i - координаталар боши ва O га нисбатан i-жисмнинг вазиятини аниқловчи радиус-вектор; $m = m_1 + m_2 + ... + m_n$ - тизимнинг умумий массаси. Соддалаштириш мақсадида иккита жисмдан иборат тизимни олиб қарайлик (2.13-расм). Массалари m_1 ва m_2 бўлган жисмларнинг вазиятлари координата боши O га нисбатан мос равишда r_1 ва r_2 радиус- векторлар билан берилган бўлса, бу икки жисмдан иборат тизимнинг инерция маркази

$$\vec{r}_c = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2} \qquad (2.24)$$



2.13-расм

формула орқали ифодаланиб, икки жисмнинг геометрик марказларини бирлаштирувчи тўғри чизиқда ётади. (2.24) тенглама вектор орқали ифодаланган тенгламадир, лекин инерция марказларининг вазиятини аниқловчи мазкур радиус-векторни унинг координата ўқларидаги проекциялар орқали ҳам ифодалаш мумкин

$$X_c = \frac{1}{m}\sum_i m_i x_i,$$
$$Y_c = \frac{1}{m}\sum_i m_i y_i, \qquad (2.25)$$
$$Z_c = \frac{1}{m}\sum_i m_i z_i.$$

бунда m - тизимининг умумий массаси; x_i ,y_i ,z_i - тизим таркибидаги i - жисмнинг координаталари. Хусусий ҳолда, агар тизим массалари m_1 ва m_2 бўлган иккита жисмдан иборат бўлса ва уларни X ўқи бўйича жойлаштирсак, инерция марказининг координатаси

$$X_c = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

бўлади. Тизим инерция марказини аниқловчи радиус-вектор r_c дан вақт бўйича олинган ҳосила (r_c нинг бирлик вақт давомида ўзгариши) инерция марказининг тезлигини ифодалайди

$$V_c = \frac{dr_c}{dt} \qquad (2.26)$$

(2.23) формулани (2.26) га қўйиб, инерция марказининг тезлиги учун

$$V_c = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{m}\sum_i m_i r_i\right) = \frac{1}{m}\sum_i m_i \frac{dr_i}{dt} = \frac{1}{m}\sum_i m_i V_i = \frac{1}{m}\sum_i P_i \qquad (2.27)$$

га эга бўламиз; бу ерда V_i ва P_i мос равишда i-жисмнинг тезлиги ва импулси; равшанки

$$P = \sum_i P_i = \sum_i m_i V_i \qquad (2.28)$$

тизимнинг тўла импулси бўлиб, кўпинча P-инерция марказининг импулси ҳам дейилади; m-тизимининг умумий массаси

$$m = m_1 + m_2 + ... + m_n = \sum_i m_i .$$

Энди (2.28) ни кўзда тутиб, (2.27) ифодани қуйидагича ёзамиз

$$V_c = \frac{P}{m} \text{ ёки } P = m\,V_c \qquad (2.29)$$

Ньютоннинг иккинчи қонунига асоан тизимнинг тўла импулсидан вақт бўйича олинган ҳосила шу тизимга таъсир этаётган ташқи кучларнинг вектор йиғиндисига тенг

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = m\frac{d\vec{V}_c}{dt} = m\vec{a}_c = \vec{F}_r, \qquad (2.30)$$

бу ерда a_c - инерция марказининг тезланиши, F_r - тизимга таъсир этаётган ташқи кучларнинг вектор йиғиндиси. Берк тизимда унга таъсир этувчи ташқи кучлар мавжуд эмас ёки ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчиси нолга тенг ($F_т = 0$). У ҳолда охириги тенгликдан инерция марказининг тезланиши

$$a_c = \frac{dV_c}{dt} = 0 \qquad (2.31)$$

бўлади. Бундан V_c=const эканлиги келиб чиқади. Бу хулоса инерция марказининг сақланиш қонунини ифодалайди ва у қуйидагича таърифланади: *берк тизимнинг инерция маркази тўғри чизиқ бўйлаб текис ҳаракат қилади ёки тинч ҳолатда бўлади.* Тизим импулсининг сақланиш қонунидан массанинг аддитивлик қонуни келиб чиқади. Тизимнинг массаси унинг таркибидаги айрим жисмлар массаларининг йиғиндисига тенг. Инерция маркази тушунчаси бир неча жисмдан иборат бўлган тизим ҳаракатини тавсифлашда анча қулайликларга эга. Шу мақсадда (2.30) формулани қуйидагича ёзамиз

$$m\frac{d\vec{V}_c}{dt} = \vec{F}_T, \qquad (2.32)$$

бу ерда V_c - инерция марказининг тезлиги, $F_т$ - тизимга таъсир этаётган барча ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчиси (ички кучларнинг тенг таъсир этувчиси нолга тенг). Демак, тизим инерция марказининг олган тезланиши, яъни dV_c/dt ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчисига тўғри ва тизим таркибидаги жисмлар массаларининг йиғиндисига тескари мутаносибдир. Кўриниб турибдики, бу формула шаклан массаси m ва тезлиги V бўлган битта моддий нуқтанинг ташқи $F_т$ куч таъсирида қилаётган ҳаракатини ифодаловчи тенгламага ўхшашдир. Шунинг учун бу формула инерция марказининг ҳаракат тенгламасини ифодалайди ва у қуйидаги хулосага олиб келади: *тизимнинг инерция маркази ташқи кучлар таъсирида массаси тизим таркибидаги барча жисмларнинг массасига тенг бўлган моддий нуқта каби ҳаракатланади. Бу хулоса инерция марказининг ҳаракати ҳақидаги теорема деб аталади.* (2.32) формуладан кўринадики, инерция марказининг тезлигини ўзгартириш учун тизимга ташқи кучлар таъсир этиши керак; тизим таркибидаги жисмларнинг ўзаро таъсири туфайли вужудга келадиган ички кучлар ўша жисмларнинг инерция марказига нисбатан тезликларини ўзгартирсада, бу кучлар инерция марказининг ҳолатини, ҳаракат йўналишини ва тезлигини ўзгартира олмайди.

Синов саволлари

1.Инерция ва масса деб нимага айтилади ?
2.Ньютоннинг I- конунини тушунтиринг?
3.Ньютоннинг II- конуни ва унинг импулси оркали богланган ифодасини ёзинг?
4.Ньютоннинг III- конунини тушунтириб беринг?
5.Куч импульси, импульснинг сакланиш конунини келтириб чикаринг?

МАСАЛАЛАР ЕЧИШ НАМУНАЛАРИ

1-масала. Массаси 5 т бўлган юксиз автомашина 0,5м/с^2 тезланиш билан қўзғолди. Юк ортилган автомобил худди аввалгидек тортиш кучи таъсирида ҳаракатга келиб, 6 секунддан сўнг 2м/с тезликка эришади. Ортилган юкнинг массасини топинг.

Берилган: m_1=5Т = $5\cdot10^3$ кг; a_1=0,5 м/с^2; t=0,6 с; υ=2 м/с.

Топиш керак: m_2=?

Ечиш: Автомобилнинг тортиш кучи Нютоннинг иккинчи қонунига асосан $F = m_1a_1$ ифода орқали аниқланади. Юк ортилган автомобилнинг умумий массаси $(m_1 + m_2)$ худди аввалгидек тортиш кучи F таъсирида

$$a=\frac{F}{m_1+m_2}=\frac{m_1a_1}{m_1+m_2}$$

тезланиш олади. Юкли автомобил тезланишини бошланғич тезликсиз текис тезланувчан ҳарактнинг тезлик формуласи υ=at дан фойдаланиб топиш мумкин:

$$a=\frac{\upsilon}{t}.$$

Тезланишларнинг иккала ифодасини тенглаштирайлик

$$\frac{m_1a_1}{m_1+m_2}=\frac{\upsilon}{t},$$

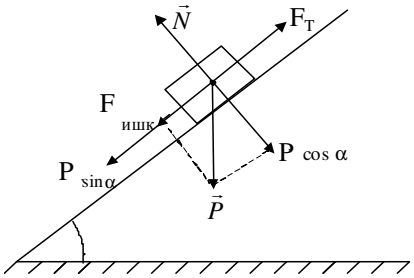
ва бундан

$$m_2=\frac{m_1(a_1t-\upsilon)}{v}$$

формулага келамиз ва ҳисобласак

$$m_2=\frac{5\cdot10^3\left(0,5\frac{m}{c^2}\cdot6c-2\frac{m}{c}\right)}{2\frac{m}{c}}=2,5\cdot10^3\text{кг}\cdot$$

Жавоби: Юкнинг массаси $m_2 = 2,5\cdot10^3$кг



1-расм

2-масала. Оғирлиги 1000 Н бўлган жисм горизонт билан 30° градус бурчак ҳосил қилган текислик бўйлаб юқорига ҳаракатланмокда. Юқорига тортувчи куч қия текисликка параллел бўлиб, унинг қиймати 800 Н ни ташкил этади (1-расм). Ишқаланиш коеффициенти 0,05 га тенг. 2 секунд давомида юк қанча масофага силжийди?

Берилган: $P=1000H$, $\alpha=30^0$, $F_т=800H$,

$\mu=0,05$, $t=2$ с.

Топиш керак: $S=?$

Ечиш: $\vec{P}$ кучни икки ташкил этувчига ажратамиз. Уларнинг бири қия текисликка параллел бўлиб унинг қиймати $P\cdot\sin\alpha$ га тенг. Иккинчиси қия текисликка перпендикуляр, унинг қиймати $P\cdot\cos\alpha$ га тенг. Қия текислик бўйлаб юқорига ҳаракатланаётган юкнинг ҳаракат тенгламаси қуйидагича бўлади:

$$F_T - F_{is} - P\cdot\sin\alpha = ma.$$

$Ф_{ишқ}$ ни топиш учун ишқаланиш коэффициентини формуласи

$$\mu = \frac{F_{is}}{P\cos\alpha}$$

дан фойдаланамиз. Натижада

$$F_{is} = \mu\cdot P\cos\alpha$$

ифода ҳосил бўлади.

$$F_T - \mu P\cos\alpha - P\sin\alpha = ma = \frac{P}{g}\cdot a.$$

$F_{èøê}$ нинг қийматини ҳаракат тенгламасига қўямиз:

$$a = \left(\frac{F_T}{P} - \mu\cos\alpha - \sin\alpha\right)\cdot g$$

ифодани ҳосил қиламиз. Текис тезланувчан ҳаракатда босиб ўтилган йўл формуласидан фойдаланиб,

$$S = \frac{at^2}{2} = \left(\frac{F_T}{P} - \mu\cos\alpha - \sin\alpha\right)\cdot\frac{gt^2}{2}$$

натижага келамиз.

Ҳисоблаймиз:

$$S = \left(\frac{800N}{1000N} - 0,05\cos 30^0 - \sin 30^0\right)\cdot\frac{9,8\frac{m}{c}(2c)^2}{2} \approx 5м.$$

Жавоби: $S \approx 5$м

3-масала. Бошланғич массаси m_0=1,2кг бўлган ракетанинг модели ернинг тортиш майдонида вертикал равишда юқорига кўтарилмокда. Агар ракетадан ҳар секундда отилиб чиқаётган 0,4 кг массали газ оқимининг ракетага нисбатан тезлиги 800 м/с бўлса ҳаракат бошланишидан 1с ўтгач, ракета ерга нисбатан қандай тезликка эришади? Ракетанинг бошланғич тезлиги $\upsilon_0 = 0$.

Берилган: υ'=800 м/с , $\frac{\Delta m}{\Delta t}$=0,4 кг/с, m_0=1,2 кг, t=1с.

Топиш керак: υ =?

Ечиш: Масалани ечиш учун Нютоннинг иккинчи қонунини қуйидаги кўринишидан фойдаланамиз:

$$\vec{F}dt = d\vec{p}\ , \qquad (1)$$

$$d\vec{p} = d\vec{p}_1 + d\vec{p}_2\ ,$$

бу ерда $d\vec{p}_1$ - газ оқимининг реактив таъсири остида ракета импулсининг ўзгариши бўлиб, у қуйидагига тенг:

$$\vec{d}p_1 = (m_0 - \frac{\Delta m}{\Delta t}\cdot t)\, d\vec{\upsilon}\ .$$

$d\vec{p}_2$ - отилиб чиқаётган газ оқимининг импулси:

$$d\vec{p}_2 = \frac{\Delta m}{\Delta t}\cdot \vec{\upsilon}' dt$$

$\vec{F}$- оғирлик кучи бўлиб, у бошланғич вақтда $\vec{F}=m_0 g$ га тенг. $\vec{F}$, $d\vec{P}_1$, $d\vec{P}_2$-ларнинг ифодаларини (1) тенгламага қўямиз:

$$(m_0 - \frac{\Delta m}{\Delta t}\cdot t)d\vec{\upsilon} = (m_0\vec{g} - \frac{\Delta m}{\Delta t}\vec{\upsilon}')dt\ .$$

Ракетадан чиқаётган газ оқимининг тезлиги $\vec{\upsilon}'$ эркин тушиш тезланиши билан бир томонга, υ тезлик эса, уларга қарама-қарши томонга йўналганлигини ҳисобга олиб, охирги тенгликни қуйидаги скаляр кўринишга келтирамиз:

$$(m_0 - \frac{\Delta m}{\Delta t}\cdot t)d\vec{\upsilon} = -(m_0\vec{g} - \frac{\Delta m}{\Delta t}\vec{\upsilon}')dt\ .$$

Бу тенгламанинг ҳар икки томонини

$$(m_0 - \frac{\Delta m}{\Delta t}\cdot t)$$

га бўламиз:

$$dv=\frac{\Delta m}{\Delta t}\upsilon'\left(\frac{1-\frac{m_0 g}{\frac{\Delta m}{\Delta t}\upsilon'}}{m_0-\frac{\Delta m}{\Delta t}t}\right)\cdot dt \qquad \text{ёки} \qquad d\upsilon=\upsilon'\left(1-\frac{m_0 g}{m_0-\frac{\Delta m}{\Delta t}\upsilon'}\right)\cdot\frac{\frac{\Delta m}{\Delta t}dt}{m_0-\frac{\Delta m}{\Delta t}t},$$

тезлик dυ ни 0 дан υ гача ва вақтни 0 дан t гача бўлган ораликда интеграллаймиз

$$\int_0^v d\upsilon=\upsilon'\left(\frac{1-m_0 g}{\frac{\Delta m}{\Delta t}\upsilon'}\right)\int_0^t\frac{\frac{\Delta m}{\Delta t}}{m_0-\frac{\Delta m}{\Delta t}t}\cdot dt,$$

бундан

$$\upsilon=\upsilon'\left(1-\frac{m_0 g}{\frac{\Delta m}{\Delta t}\upsilon'}\right)\ln\frac{m_0}{m_0-\frac{\Delta m}{\Delta t}t}\cdot$$

Ҳисоблаймиз:

$$\upsilon=800\frac{m}{c}\left(1-\frac{1,2кг\cdot 9,81\frac{m}{c^2}}{0,4\frac{кг}{c}\cdot 800\frac{m}{c}}\right)\ln\frac{1,2кг}{1,2кг-0,4\frac{кг}{c}\cdot 1c}=800\frac{m}{c}(1-0,037)\ln\frac{3}{2}=308,16\frac{m}{c}\cdot$$

Жавоби: $\upsilon=308,16\frac{m}{c}$.

Мустақил ечиш учун масалалар

1. 1кг массали юк ипга осилган. Агар юкли ипни а) 5 м/с^2 тезланиш билан кўтарилса; б) 5 м/с^2 тезланиш билан пастга тушурилса ипнинг таранглигини топинг.

2. Балласт билан биргаликда m массасига эга бўлган аэростат ўзгармас *a* тезланиш билан пастга тушаяпти. Аэростат миқдор жиҳатидан аввалгисига тенг, бироқ вертикал юқорига йўналган тезланиш билан тушиши учун ундан нечта балластни ташлаб юбориш лозим? Ишқаланишни ҳисобга олманг.

3. Останкино телеминораси лифтларининг ҳаракат тезланишини қиймат жиҳатидан ўзгармас, ҳамда ҳаракат бошланиши ва тормозланиш вақтида бир хил деб ҳисоблаб, 100 кг массали юкнинг кўтарилишининг бошида, ўртасида ва охирида лифт тубига берадиган босим кучини топинг. Лифт 60 сек да 337 м баландликка кўтарилиши, максимал кўтарилиши тезлиги 7 м/с эканлиги маълум.

4. Иккита тарози тоши ип билан туташтирилиб, вазнсиз блок орқали ўтказилган. Тошлар 3,27м/с^2 тезланиш билан ҳаракатланади. Агар ипнинг таранглик кучи 13 Н эканлиги маълум бўлса, тошларнинг массасини аниқланг. Блокдаги ишқаланишни ҳисобга олманг.

6. Массаси 1000 кг бўлган автомобилга ҳаракат вақтида унинг оғирлик кучининг 0,1 қисмига тенг бўлган ишқаланиш кучи таъсир қилади. Автомобиль текис 2 м/с^2 тезланиш билан ҳаракат қилиши учун автомобиль моторининг тортиш кучи нимага тенг бўлиши керак.

7. Стерженда 0,1кг шарчанинг вертикал текисликда текис ҳаракатланишида айланани пастки нуқтасида таранглик кучи 2Н юқориги нуқтадаги таранглик кучини аниқланг,

8. 10 кг массали автомобиль эгрилик радиуси 100м бўлган ботиқ кўприк бўйлаб ҳаракатланмоқда. Автомобиль пастки нуқтада 15 м/с тезлик билан ҳаракатланганда кўприкка қандай куч билан босади?

9. Агар бурилиш радиуси 25 м бўлса мототцикл горизонтал текисликда ишқаланиш коэффициенти 0,4 бўлганда қандай максимал тезлик билан бурила олади.

10. 80 кг массали учувчи Нестеров сиртмоғини 250м радиус билан бажарди. Бунда самалёт тезлиги 140 м/с ни ташкил этди. Учувчи сиртмоқнинг қуйи нуқтасида ўриндиққа қандай куч билан босади.

III-БОБ
ТАБИАТДАГИ КУЧЛАР

3.1. Бутун олам тортишиш қонуни

1665-йилда Исаак Нютон динамика қонунларидан фойдаланиб, бутун олам тортишиш қонунини яратди. Бутун олам тортишиш қонуни қуйидагича таърифланади: *Коинотдаги барча жисмлар ўзларининг массалари кўпайтмасига тўғри ва улар орасидаги масофанинг квадратига тескари пропорционал бўлган куч билан ўзаро таъсирлашади*. Табиатдаги барча жисмлар ўртасида мавжуд бўлган тортишиш кучлари – *гравитация кучи* (тортишиш кучи) деб аталади

$$F=G\frac{M\cdot m}{r^2}\ . \qquad (3.1)$$

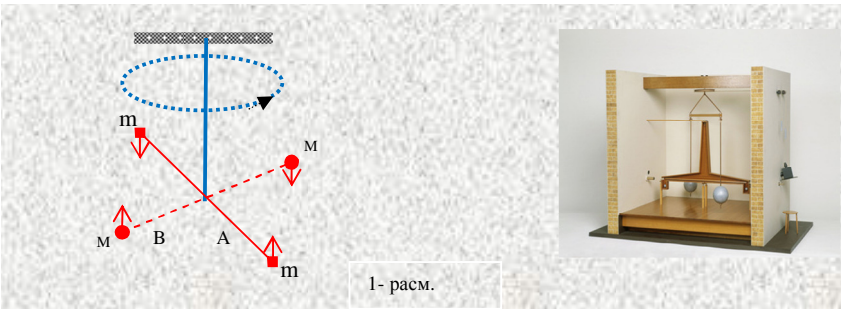
Бу ерда G – гравитация доимийлиги

$$G=\gamma=6,67\cdot10^{-11}\frac{Н\cdot м^2}{кг^2}$$

Бутун олам тортишиш қонунидаги гравитация доимийлигининг маъноси қуйидагича: массалари 1 кг дан ва ораларидаги масофа 1 м бўлган икки жисм орасидаги тортишиш кучига тенг катталик. Агар M=m=1 кг, r=1 м бўлса, $\gamma=F$ бўлади, ва у тортишиш ёки *гравитация доимийлиги* деб аталади. Гравитация доимийлиги 1978 йили Генри Кавендиш томонидан тажриба йўли билан аниқланган ва унинг қиймати $\gamma=6.67\cdot10^{-11}\frac{Н\cdot м^2}{кг^2}$ ни ташкил этади. Бутун олам тортишиш қонунида таъсирлашаётган жисмлар моддий нуқталар деб қаралади. Масалан, Қуёш билан бошқа сайёралар ўртасидаги ўзаро тортишишларни қарайлик. Агар жисмларни моддий нуқта деб қарамасак, унда гравитация таъсирини ҳисоблаш учун ҳар бир жисмни фикран элементар бўлакларга бўлиб ва ҳар иккита элементар бўлаклар учун бутун олам тортишиш қонуни формуласи ёрдамида тортишиш кучларини ҳисоблаб, кейин кучларни геометрик қўшиш билан топилади. Тортишиш кучлари жисмларнинг қандай муҳитда (ҳавода, суюқликда, бўшлиқда) жойлашганига ҳам боғлиқ эмас. Бутун олам тортишиш қонуни жисмлар орасидаги ўзаро таъсир қандай амалга ошиши тўғрисидаги саволга жавоб бермайди. Бу саволга қуйидагича фикрлаш орқали жавоб топилади. Жисмлар орасидаги ўзаро таъсир гравитацион майдон орқали амалга оширилади. Ҳар бир жисмнинг атрофида унинг ўзига хос моддий давомийлиги – тортишиш майдони деб аталувчи кўринмас гравитацион майдони мавжуд эканлиги аниқланган. Бу майдонлар жисмлар томонидан вужудга келтирилади. Жисм атрофида гравитацион майдон бир хилдир, у жисм яқинида кучлироқ ва ундан узоқлашган сари аста-секин

Г. Кевандиш
(1731-1810)

кучсизланиб боради. Тортишиш ёки гравитацион майдоннинг асосий хоссаларидан бири шундаки, ҳар қандай *m* массали моддий нуқта майдонга киритилганда бу массага мутаносиб равишда *F* тортишиш кучи таъсир қилади



1- расм.

$$F = mG. \tag{3.2}$$

Гравитацион майдоннинг миқдорий характеристикасини билиш учун *майдон кучланганлиги* деб аталувчи физик катталик киритилади. Майдон кучланганлиги сон жиҳатидан майдон томонидан бир бирлик массали моддий нуқтага таъсир этувчи кучга тенг

$$G = \frac{F}{m}.$$

Майдон кучланганлиги гравитацион майдоннинг куч характеристикасини ифодалайди. Майдоннинг ҳамма нуқталарида, унинг кучланганлиги бир хил бўлса, *майдон бир жинсли* деб айтилади. Бутун олам тортишиш қонуни формуласидан фойдаланиб, $G = \frac{F}{m}$ ни қуйидагича ёзамиз

$$G = \frac{\gamma \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}}{m} = \gamma \cdot \frac{M}{r^2}. \tag{3.3}$$

Бу формуладан кўриниб турибдики, майдон кучланганлиги майдонни вужудга келтираётган жисмнинг массаси ва шу жисм билан майдоннинг маълум бир нуқтасигача бўлган масофага боғлиқ. Майдоннинг кучланганлиги гравитацион майдонга киритилаётган жисмнинг массасига боғлиқ эмас. Энди m_1, m_2, ... m_n массали қўзғалмас моддий нуқталар системаси вужудга келтираётган гравитацион майдонни кўриб чиқайлик. Майдоннинг ихтиёрий нуқтасига жойлаштирилган *m* массали моддий нуқтага, системанинг *m*-массаси томонидан таъсир этувчи F_1 куч

$$F_1 = \gamma \cdot \frac{m \cdot m}{r^2} = m \cdot G_1 \tag{3.4}$$

бунда G_1 – майдоннинг m массали жисм жойлаштирилган нуқтасида моддий нуқта вужудга келтираётган майдон кучланганлиги. Системадаги моддий нуқталар томонидан m массали моддий нуқтага таъсир қилаётган кучларнинг тенг таъсир этувчи кучи F_l кучларнинг вектор йиғиндисига тенг

$$F_l = \sum_{i=1}^{n} F_i = m\sum_{i=1}^{n} G_i \qquad (3.5)$$

ёки

$$\vec{F} = m \cdot \vec{G}$$

бунда $G = \sum_{i=1}^{n} G_i$ моддий нуқталар системасининг гравитацион майдон кучланганлиги. Шундай қилиб, бир нечта гравитацион майдонларнинг қўшилишида шу натижавий майдоннинг кучланганлиги ҳамма қўшилаётган гравитацион майдонлар кучланганликларининг вектор йиғиндисига тенг. Бунга майдонларнинг *суперпозиция принципи* дейилади. *Масса* – гравитацион кучларнинг манбаидир. Инерт ва гравитацион массалар ўзаро тенг. Гравитацион кучни бирор-бир тўсиқ ёрдамида йўқотиш ёки камайтириш мумкин эмас. Жисмнинг Ерга тортишиш кучи – тортишиш намоён бўлишининг хусусий ҳолидир.

3.2. Кеплер қонунлари

Жисмларнинг Ерга тушиши, маятникнинг тебраниши, сайёралар ва сунъий йўлдошларнинг ҳаракат қонуниятлари ва бошқа мисоллар жисмлар ўртасидаги тортишиш кучларининг мавжудлигидан далолат беради. Буюк астроном Тихо Брагенинг кузатув натижаларидан фойдаланиб, немис олими Иоганн Кеплер эмпирик равишда сайёраларнинг ҳаракат қонунларини топди. Қадим замонлардаёқ одамлар самовий юлдузларнинг бир-бирига нисбатан вазияти узоқ вақтлар оралиғида ўзгармаслигини, сайёралар эса шу юлдузлар орасида мураккаб траекториялар бўйича ҳаракатланишини сезганлар. Қадимги юнон олими Птолемей геоцентрик назарияга асос солади, яъни ер атрофида барча сайёралар ҳаракатланадилар деб хисоблади. Беруний хам худди шундай ғоя тарафдори эди. Ахмад ал Фарғоний, Улуғбек, Али Кушчи каби буюк алломалар хам юлдузлар ва сайёралар вазиятини аниқлашга доир оламшумул ишларни бажаришган. Геоцентрик ғояси XVI аср бошларида Н. Коперник томонидан гелиоцентрик система асослаб берилгунча хукмронлик килди. Узоқ астрономик кузатишлар Коперникнинг гелиоцентрик системаси тўғри эканини курсатди.

И. Кеплер (1571-1630)

1. Кеплернинг биринчи қонуни. Марказий кучлар майдонидаги ҳаракат.

Марказий кучлар майдонида ҳаракатланувчи моддий нуқта консерватив системани ташкил этади, чунки бу ташқи майдон потенциали ва стационар майдондир. Шунинг учун моддий нуқта ҳаракатида нафақат унинг импулс моменти, балки нуқтанинг механик энергияси ҳам сақланади

$$W = W_k + W_n = \text{const}. \qquad (3.6)$$

Моддий нуқтанинг кинетик энергиясини қуйидаги кўринишда кўрсатиш мумкин

$$W_k = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{m}{2}\left(\upsilon_r^2 + \upsilon_\phi^2\right) = \frac{m}{2}\left[\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \left(r\frac{d\phi}{dt}\right)^2\right] = \frac{m}{2}\left[\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \left(\frac{L}{mr}\right)^2\right].$$

$W_к$ нинг бу ифодасини (3.6) га қўйиб, уни $\frac{dr}{dt}$ га нисбатан ечиб,

$$\frac{dr}{dt} = \sqrt{\frac{2}{m}(W - W_n) - \left(\frac{L}{mr}\right)^2}$$

натижани оламиз. (3.6) дан

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{L}{mr^2}$$

бўлиши келиб чиқади. Шундай қилиб,

$$d\phi = \frac{L/r^2}{\sqrt{2m(W - W_n) - (L/r)^2}}dr, \qquad (3.7)$$
$$\phi = -\int \frac{d(L/r)}{\sqrt{2m(W - W_n) - (L/r)^2}}$$

бўлади. Бу интегрални топиш учун W_n потециал энергия билан r орасидаги боғланишнинг аниқ кўринишини билиш зарур. Моддий нуқта учун марказий майдондаги ҳаракат катта амалий аҳамиятга эга

$$F_r = \frac{\beta}{r^2}; \qquad W_n = \frac{\beta}{r},$$

бу ерда $\beta = \text{const}$. W_n нинг бу ифодасини (3.7) га қўямиз

$$\varphi = -\int \frac{d(L/r)}{\sqrt{2mW - 2m\beta/r - (L/r)^2}} = -\int \frac{d(L/r + m\beta/L)}{\sqrt{\left[2mW + (m\beta/L)^2\right] - \left[L/r + m\beta/L\right]^2}}$$

Агар

$$\frac{L}{r}+\frac{m\beta}{L}=\eta, \qquad 2mW+\left(\frac{m\beta}{L}\right)^2=a^2,$$

белгилашларни киритсак, охирги интеграл жадвалдагидек кўринишни олади

$$\beta=-\int\frac{d\eta}{\sqrt{a^2-\eta^2}}=\arccos\frac{\eta}{a}+\varphi_0, \tag{3.8}$$

бу ерда φ_0 – интеграллаш доимийсини ҳисоб боши сифатида, бурчакни $\varphi=0$ қилиб олиб, $\eta=a$ бўлганда нолга айлантириш мумкин. η ва а нинг ифодаларини (3.8) га қўйиб, моддий нуқтанинг траектория тенгламасини оламиз

$$\varphi=\arccos\frac{L/r+m\beta/L}{\sqrt{2mW+(m\beta/L)^2}}$$

ёки

$$r=\frac{L}{-m\beta/L+\cos\varphi\sqrt{2mW+(m\beta/L)^2}}. \tag{3.9}$$

Агар моддий нуқта, масалан, Қуёшнинг марказий тортишиш майдонидаги сайёралар каби кучлар марказига тортилса, $\beta<0$ бўлади ва нуқта траектория формуласини

$$r=\frac{P}{1+e\cos\varphi} \tag{3.10}$$

кўринишда ёзиш мумкин, бу ерда

$$P=\frac{L^2}{m|\beta|}, \qquad e=\sqrt{\frac{2WL^2}{m\beta^2}+1}. \tag{3.11}$$

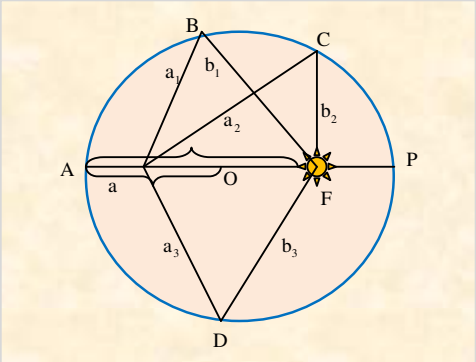
Моддий нуқтанинг траекторияси иккинчи тартибли эгри чизиқни ифодалайди, бунда P - эгри чизиқнинг фокал параметри, е – эксцентриситети. Моддий нуқта траекториясининг мумкин бўлган қуйидаги турлари бўлиши мумкин:

а) $W<0$ бўлганда эллиптик орбита ($e<1$);

б) $W=0$ бўлганда параболик орбита ($e=1$);

в) $W>0$ бўлганда гиперболик орбита ($e>1$);

г) $L=0$ бўлганда кучлар марказидан ўтувчи тўғри чизиқли траектория ($P=0$, $e=1$).



3.2 расм

Биринчи уч ҳолда куч маркази орбита фокусларидан бири билан мос тушади. Қуёшнинг тортишиш майдонида ҳаракатланувчи сайёралар учун W<0, шунинг учун уларга Кеплернинг биринчи қонуни ўринли: *Қуёш системасидаги барча сайёралар бир фокусида Қуёш жойлашган эллиптик орбиталар бўйича ҳаракатланади.*

2. Кеплернинг иккинчи қонуни

Марказий кучлар майдонидаги моддий нуқтанинг ҳаракат хусусиятларини ва хусусан, Қуёш системасида сайёраларнинг Қуёш атрофидаги орбиталар бўйлаб қиладиган ҳаракат қонуниятларини тушунтирамиз. Майдондаги нуқтага

$$\vec{F} = F_r(r)\frac{\vec{r}}{r} \tag{3.12}$$

марказий куч таъсир этади, бу ерда r – моддий нуқтанинг радиус-вектори бўлиб, у куч маркази билан мос тушувчи 0 координата бошидан ўтказилади. Марказий кучларнинг 0 куч марказига нисбатан M моменти айнан нолга тенг

$$\vec{M} = [\vec{r}\cdot\vec{F}] = \frac{\vec{F}_r(r)}{r}[\vec{r}\cdot\vec{r}] = 0\,. \tag{3.13}$$

Демак, (3.13) га биноан, куч марказига нисбатан моддий нуқтанинг импулс моменти унинг ҳаракат давомида ўзгармайди

$$\vec{L} = [m\,\vec{r}\cdot\vec{\upsilon}] = \text{const}\,, \tag{3.14}$$

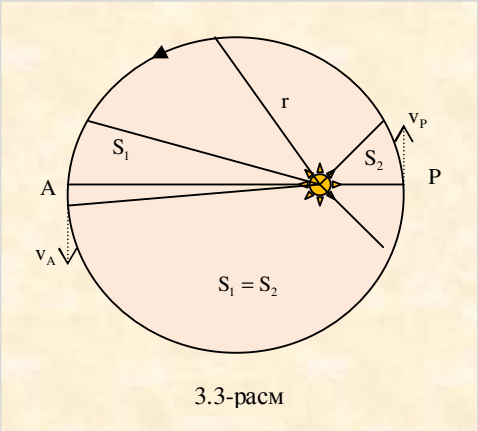
бу ерда m ва υ – моддий нуқтанинг масса ва тезлиги. L вектори r ва υ векторлар текислигига доимо ортогонал. Шунинг учун L вектори йўналишини доимийлиги моддий нуқтанинг марказий кучлар майдондаги ҳаракати ясси эканидан далолат беради. Нуқтанинг тезлигини радиал ва трансверсал ташкил этувчиларга ажратиш мумкин

$$\vec{L} = m[\vec{r}\cdot\vec{V}_r] + m[\vec{r}\cdot\vec{V}_\phi] = m[\vec{r}\cdot\vec{V}_\phi],$$
$$\vec{L} = m[\vec{r}\cdot\vec{\upsilon}_\phi] = mr^2\frac{d\phi}{dt} = 2m\sigma \qquad (3.15)$$

.

бўлади. Бу ерда r ва φ - нуқтанинг қутб координатлари (3.3-расмга қаранг); σ-унинг секториал тезлиги. Демак,

$$\vec{L} = m[\vec{r}\cdot\vec{V}] = const \qquad (3.16)$$



3.3-расм

Бундан қуйидаги қонун келиб чиқади: *Моддий нуқтанинг марказий кучлар майдонидаги ҳаракатида унинг секториал тезлиги доимийлигича қолади.*
(Қуёшдан сайёрага ўтказилган радиус вектор бир хил вақт оралиқларида бир хил юзаларни ўтади (3.3-расм)). *Бу қонун биринчи марта И. Кеплер (1609) томонидан сайёраларнинг Қуёшнинг марказий тортишиш майдонидаги ҳаракатига мувофиқ равишда аниқланди. Уни* Кеплернинг иккинчи қонуни *дейилади.*
3. Кеплернинг учинчи қонуни

Кеплернинг иккинчи қонунига мувофиқ ҳар бир сайёранинг секториал тезлиги σ ўзгармас. Демак, сайёранинг орбитада айланиш даври, орбитаси билан чегараланган юзани, унинг σ секториал тезлиги нисбатига тенг

$$T = \frac{C}{\sigma}.$$

Эллипснинг юзаси $C = \pi a b$, бу ерда a ва b – унинг катта ва кичик ярим ўқлари. Бунда

$$b = a\sqrt{1-e^2}, \quad P = a(1-e^2) \qquad (3.17)$$

эканини, ҳамда (3.17) муносабатдан фойдаланиб,

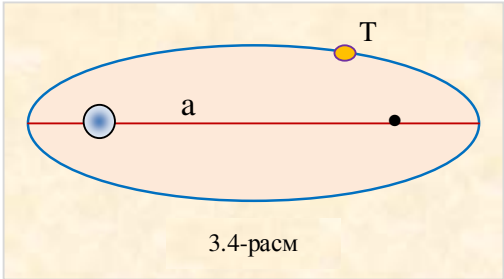
$$T^2 = \frac{L^2}{4m^2}\pi^2 P a^3 \qquad (3.18)$$

натижани оламиз. (3.17) формулага кўра

$$P = \frac{L^2}{m|\beta|},$$

бу ерда $|\beta| = GM \cdot m$, M – Қуёш массаси бўлгани учун

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3 \qquad (3.19)$$



3.4-расм

формула келиб чиқади. (3.19) тенглама Кеплернинг учинчи қонунини ифодалайди: *сайёраларнинг Қуёш атрофида айланиш даврларининг квадратлари, улар орбитаси катта ярим ўқлари кубларига тўғри пропорционал.* Моддий нуқтанинг кучлар марказидан итарилиш ҳолида (масалан, q нуқтавий электр зарядини у билан бир хил ишорали q қўзғалмас заряд майдонидаги ҳаракатида) $\beta>0$ бўлади. Моддий нуқтанинг траектория тенгламаси (3.16) ҳам иккинчи тартибли эгри чизиқ тенгламасидан иборат

$$r = \frac{p}{-1 + e\cos\varphi}, \qquad (3.20)$$

бу ерда r ва e (3.17) формула билан аниқланади. Моддий нуқтанинг тўлиқ энергияси

$$W = (W_k + W_n) > 0,$$

чунки $W_n > 0$. Шунинг учун e>1 бўлади ва моддий нуқта итарувчи марказий кучлар майдонида ё гиперболик орбита бўйлаб, ёки (L=0 бўлганда) кучлар марказидан ўтувчи тўғри чизиқ бўйлаб ҳаракатланади.

3.3. Космик тезликлар

4 октябрь 1957 йилда инсоният тарихида биринчи марта учирилган ернинг биринчи сунъий йўлдоши ва 12 апрель 1961 йилда «Восток» йўлдош-кемада жаҳонда биринчи космонавт Ю.А. Гагариннинг космосга учиши, инсон томонидан космосни ўзлаштиришни бошлаб берган фан ва техниканинг улкан ютуғи бўлади. Кейинги йилларда автоматик ва бошқарилувчи космик учувчи аппаратлар воситасида космосни ўрганиш ва ўзлаштириш фавқулодда тез суръатларда ривожланди. Бу борада 1969 йил, июлда Американинг бошқарилувчи «Аполлон-11» кемаси ёрдамида биринчи марта икки космонавт – Н. Армстронг ва Э. Олдиринларнинг ойнинг сиртига туширилиши, 1970 йилда эса «Луна-16» совет автоматик станциясининг Ойга юмшоқ қўнишни амалга оширганини, ой жинсдан намуналар олиб, уни ерга олиб келганини айтишнинг ўзи кифоя. Ҳозирги вақтда матбуотдаги сайёралараро турли автоматик станциялар («Луна», «Венера», «Марс» ва бошқалар) ёрдамида Қуёш системаси сайёраларини тадқиқ қилаётгани ҳақидаги хабарлар одатдаги ҳол бўлиб қолди. Ернинг сунъий йўлдошларидан, одам яшайдиган стационар ва автоматик орбитал станциялардан узоқ радио ва телевизион алоқаларда, метерологик тадқиқотларда, ернинг табиий бойликларини ўрганишда, вазнсизлик ва ўта юқори вакуум шароитида ўтувчи турли физик-кимёвий жараёнлар хусусиятларини ўрганишда, ҳамда медик-биологик ва бошқа тадқиқотлар ўтказишда муваффақият билан фойданилмоқда. Маҳсус жиҳозланган Ернинг сунъий йўлдошларидан ҳалокатга учраган кемаларни топиш ва улар ҳақида хабар бериш учун фойданилмоқда.

Космик тадқиқотларни амалга ошириш ва космосга автоматик ва бошқарилувчи космик аппаратларнинг учишини ўтказиш жуда кенг мураккаб илмий ва техник масалалар комплексини ечиш билан боғлиқ. Бу масалалар на фақат механика доирасидан, балки бутун физика доирасидан ҳам четга чиқади. Шунинг учун биз бундан кейин фақат космик учишлар муаммолари билан боғлиқ бўлган содда масалаларни кўриш билан чегараланамиз. Биринчи *космик тезлик* деб, жисм ернинг сунъий йўлдоши бўлиб қолиши учун унга берилиши керак бўлган энг кичик υ_1 тезликка айтилади.

Бунда υ_1 тезликни *айланма тезлик* ҳам дейилади, чунки у атмосферанинг қаршилиги бўлмаган тақдирда фақат биргина ернинг тортишиш кучи таъсирида ернинг атрофида айлана шаклидаги орбита бўйлаб айланувчи суъний йўлдошнинг тезлигига тенг. Агар m - жисм массаси, r -орбита радиуси, M_e – ер массаси бўлса, Нютоннинг II-қонуни бўйича

$$\frac{m\upsilon_1^2}{r} = G\frac{mM_e}{r^2} \text{ ва } \qquad \upsilon_1 = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \qquad (3.21)$$

бўлади. Ер сиртида υ_1 =7,9 км/с. Жисм қандайдир бошқа қўшимча кучларнинг таъсирисиз ернинг тортишиш кучини енгиб, Қуёшнинг сунъий йўлдошига айланиши учун унга берилиши керак бўлган энг кичик υ_2 тезликка иккинчи космик тезлик дейилади. Бу тезлик *параболик тезлик* ҳам деб аталади, чунки у ернинг тортишиш майдонидаги (атмосфера қаршилиги бўлмаган ҳолдаги) жисмнинг параболик траекториясига мос келади. Жисм ернинг тортишиш майдонида ҳаракатланганда унинг механик энергияси ўзгармаслигидан келиб чиқиб υ_2 тезликни топамиз: $W_к + W_н = W=const$. Агар потенциал энергия учун (3.28) формуладан фойдаланилса ва жисм бошланғич тезлиги υ_2 га тенг бўлган бошланғич қийматида ердан жуда узоқда бўлган жисмнинг кинетик энергияси, ҳамда потенциал энергияси ҳам нолга айланишини ҳисобга олинса,

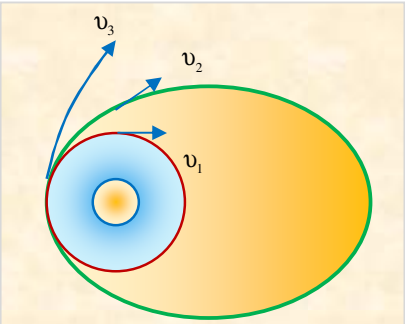
$$W=W_к + W_н =0$$

бўлади. Демак,

$$\frac{m\upsilon_2^2}{r} - G\frac{mM_e}{r} = 0 .$$

Бу ерда r – ернинг марказдан υ_2 тезлик билан жисм кўтарилган жойгача бўлган масофа. Шундай қилиб, иккинчи космик тезлик, биринчи космик тезликдан $\sqrt{2}$ марта ката

$$\upsilon=\sqrt{\frac{2GM_e}{r}} =\sqrt{2}\upsilon_1 \qquad (3.22)$$



3.5 расм.

Ернинг сиртидан кўтаришда υ_2 =11,2 км/с бўлади. Жисм Қуёш системаси чегарасидан узоқлаша олиши учун нафақат ернинг, балки Қуёшнинг ҳам тортишиш кучини енгиш учун унга берилиши керак бўлган энг кичик υ_3 тезликка, учинчи *космик тезлик* дейилади. Бу υ_3 тезликнинг қиймати, ернинг Қуёш атрофидаги орбитал тезлиги $\upsilon_{орб}$ йўналишига нисбатан жисм қандай йўналишда

учирилишига, сезиларли ҳолда боғлиқ. Агар υ_3 вектор $\upsilon_{орб}$ йўналиши билан мос тушса, υ_3 минимал ва 16,7 км/га тенг. Бунда жисм ер орбитасига уринувчи парабола бўйича Қуёш системасидан чиқиб кетади.

Ернинг сунъий йўлдошларини ва космик кемаларни учириш учун кўтарувчи-ракеталар қўлланилади. Кўтарувчи-ракета бортида суюқ ёқилғили ракета двигателининг ишлаши учун зарур бўлган ёқилғи ва оксидловчи жойлашади. Улар стартдаги ракета массасининг асосий қисмини ташкил қилади. Двигател ишлагани сари ракета массаси камаяди. Двигателнинг ишлаш жараёнида ракета олиши мумкин бўлган энг катта тезлик, характерлик (3.22) тезликдан кичик. Лекин бу формуланинг таҳлили қатор муҳим хулосалар қилишга имкон беради. Ракетанинг характерли тезлигини ошириш учун ёниш маҳсулотларининг нисбий чиқиш тезлигини ва ёқилғи оксидловчининг нисбий массасини ошириш зарур. Суюқ ёқилғида ишловчи реактив двигателлар учун тезликнинг максимал қиймати, бу ёқилғиларнинг хоссалари билан чегараланади ва ҳозирги вақтда 5 км/с дан ортиқ эмас. $\frac{m_т}{m_0}$ нисбат қуйидаги формула билан аниқланади

$$\frac{m_т}{m_0} = \left(1 - \frac{m_к}{m_0} - \frac{m_ф}{m_0}\right) \prec 1 - \frac{m_к}{m_0},$$

бу ерда $m_к$ – ракета конструкцияси ва двигателининг массаси; $m_ф$ – фойдали юкнинг (сунъий йўлдош ёки космик кеманинг) массаси. Конструкциянинг $\frac{m_к}{m_0}$ нисбий массасини камайтириш материалларнинг бикрлиги ва зичлиги билан чегараланади. Шунинг учун, ҳисоблашларнинг кўрсатишича, техниканинг ҳозирги ривожланиш даражасида ракета тезлигини хатто биринчи космик тезликка ҳам етказа олмайди. Бу қийинчиликнинг енгиш йўлини К.Е. Циалковский кўрсатди ва сайёраларо алоқанинг мумкинлигини илмий асослаб берди. Космик тезликка эришиш учун Циалковский одатдаги (бир босқичли) ракетадан эмас, таркибий (кўп босқичли) ракетадан фойдаланишни таклиф қилди. Кўп босқичли ракета, бир-бири билан бирлаштирилган бир неча ракеталардан ташкил топган ва уларнинг ҳар бири ўзининг двигателига эга ва ўзида ёқилғи ва оксидловчи захирасини олиб учади. Старт вақтида ракеталар тўпламининг биринчи босқичи деб аталувчи бу ракеталардан бирининг двигатели ишга туширилади.

Биринчи босқичда мавжуд бўлган ёқилғи тўлиқ ёниб бўлгандан кейин, иккинчи босқич двигателини автоматик ишга тушиши ва биринчи босқични ракеталар тўпламидан ажралиши содир бўлади. Иккинчи босқичдаги ёқилғи ёниб бўлгандан кейин, у ҳам ажралади ва учинчи босқични двигатели ишлай бошлайди. Ўзида фойдали юк олиб кетаётган ракеталар тўпламининг охирги босқичигача шундай давом этади. Кўп босқичли ракетада бир хил старт массали, ўшандай ёқилғи ва оксидловчи захирага эга бўлган бир босқичли ракетага қараганда характерли тезликнинг ортиши, ёқилғи ёнган сари конструкция массасининг камайиши билан боғлиқ.

Ҳозирги вақтда ёқилгининг кимёвий энергиясидан фойдаланиб ишловчи суюқликли реактив двигателлардан принципиал фарқ қилувчи янги турдаги ракета двигателлари яратиш устида жадал ишлар олиб борилмоқда.

Ядровий ракета двигателлари лойиҳасида ишчи модда ядро реакторида қиздирилади ва кейин соплодан оқиб чиқади. Шундай усул билан оқиб чиқиш тезлигини бирмунча ошириш кўзланмоқда. Тезликни янада кўпроқ ошириш *ионли ракета двигателларида* мўлжалланмоқда. Бундай двигателларда реактив тортиш кучи электр майдонида секундига юзлаб, хатто минг километргача тезлатилган зарядли заррачалар – ионларнинг отилиб чиқиши туфайли ҳосил бўлади. Аммо ионли двигателларда $F_P=v|dm|/dt$ тортиш кучининг катта бўлиши мумкин эмас, чунки двигателда ҳосил бўлаётган ва ундан отилиб чиқаётган ҳамма ионларининг массасига сон жиҳатдан тенг бўлган секундли масса сарфи $|dm/dt|$ жуда кичик.

Ракета ердан кўтарилиши учун тортиш кучи ракетанинг стартдаги оғирлигидан катта бўлган двигател талаб қилинади. Шунинг учун ионли двигател ракетанинг ердан стартини амалга ошириш учун яроқсиз. Лекин уни, осмон жисмларидан узоқ бўлган космик фазода, яъни бу жисмларнинг натижали тортиш кучи кичик бўлганда, ракетага тезланиш бериш ва уларнинг учишдаги ҳаракатини бошқариш учун муваффақият билан қўллаш мумкин. Ионли двигател чиқиш ишлагандаги унча катта бўлмаган масса сарфи, суюқ ёқилғили реактив двигателларга қараганда фойдали юкнинг массасини ва унинг ишлаш вақтини ошириш имконини беради.

Фотон ракета двигателини назарий жиҳатдан энг мукаммал ҳисоблаш мумкин. Бу двигателнинг тортиш кучи электромагнит нурланишни, яъни мумкин бўлган максимал тезлиги ёруғликнинг вакуумдаги тезлигига етадиган фотонларнинг нурланишидаги тепки ҳисобига ҳосил бўлади. Аммо бундай типдаги ракета двигателларини яратилиши унча яқин бўлмаган келажакнинг ишига ўхшайди. Тортишиш кучи кичиклиги сабабли фотон двигателлар келажакда жуда кучсиз гравитацион майдонлардаги узоқ космик учишларда ўз қўлланилишини топиши мумкин. Жисм Ернинг сунъий йўлдоши бўлиб қолиши учун, унинг доиравий орбитадаги тезлиги орбитага ўтказилган уринма йўналишида бўлиши керак. Учиш пайтида сунъий йўлдошга таъсир этадиган энг муҳим табиат кучларидан бири – бутун олам тортишиш кучидир. Сунъий йўлдошнинг ҳаракати пайтида унга таъсир этадиган бошқа бир куч атмосферанинг қаршилик кучидир. Учиш қанча кичик баландликларда рўй берса, бу куч шунча катта бўлади, чунки баландлик камайган сари атмосфера зичлиги шунча ортади. Бундай куч аэродинамик куч деб айтилади. Атмосферанинг юқори қатламида зичлик жуда кам бўлиб, Сунъий йўлдош учишига деярли таъсир этмайди ва шунинг учун ҳам бундай ҳолларда у эътиборга олинмайди.

Планеталараро бўшлиққа учаётган сунъий йўлдошга сезиларли таъсир этаётган яна бир куч мавжуд бўлиб, у *Қуёш нурланишларининг босим кучидир*. Агар сунъий йўлдошнинг массаси унча катта бўлмай, сирти сезиларли даражада катта бўлса, у ҳолда Қуёш нурларининг босим кучи, узоқ учишларда етарлича катта бўлиб, сунъий йўлдошнинг ҳаракат траекториясига сезиларли таъсир кўрсатади. Шундай ҳолларда уни албатта ҳисобга олиш зарур бўлади. Космик фазода сунъий йўлдошга кучсиз бўлса-да, бошқа бир кучлар, яъни электр ва магнит кучлари

дейилиб, улар сунъий йўлдошнинг тўғри чизиқли ҳаракатига эмас, балки оғирлик маркази атрофидаги айланма ҳаракатигагина таъсир этади.

3.4. Табиатлаги кучлар

Табиатда кучлар ўз хусусиятига кўра ҳилма хил бўлсада, механикада бу кучлар груҳга бўлинади.

1) Эластик кучлар
2) Ишқаланиш кучлар
3) Тортишиш кучлар

3.4.1. Эластик кучлари

Эластик кучлари – жисмни деформацияланиши натижасида пайдо бўлиб, деформацияланган жисмни дастлабки ҳаракатга қайтарувчи кучдир.

Ташқи куч таъсирида қаттиқ жисмни шакли ёки хажмининг хусусиятига қараб икки хил бўлади.

1) эластик деформация
2) пластик деформация

Ташқи куч тўхтагандан сўнг жисм бошланғич ҳолатига қайтиб келмаса эластик деформация деб аталади. Ташқи куч тўхтагандан кейин ҳам деформация йўқолмаса пластик деформация дейилади. Эластик куч жисм заррачаларининг деформация вектори силжиш йўналашига қарши бўлиб, у ўзаро таъсир этувчи жисмларнинг уриниш сиртига тик йўналишда бўлади. Инглиз физиги Ньютоннинг сафдоши Роберт Гук эластик деформацияни ўрганиб, ўзига хос қонун яратди. Ушбу ифода

$$F_{эл} = -кx \ . \qquad (3.23)$$

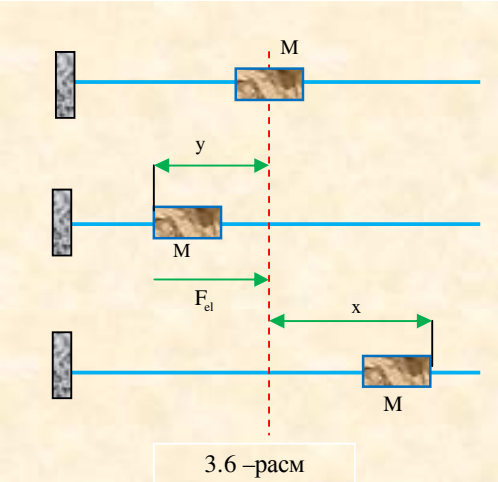
Гук қонунининг математик ифодасидир. Бу ерда $F_{эл}$ - эластик кучи x – деформацияланиш масофаси, к – пропорционаллик коэффициенти бўлиб, у жисмнинг материали ва ўлчамига боғлиқ бўлган жисмнинг бикрлигини кўрсатади. Гук қонуни қуйдагича таърифланади: *Жисмнинг деформацияланишида пайдо бўладиган эластик куч жисмнинг узайишига пропорционал бўлиб, жисм зарраларининг бошқа зарраларига нисбатан силжишига қарама қарши йўналгандир*. Механик кучланиш деб, стерженнинг бирлик юзига тик равишда таъсир этувчи кучга айтилади ва σ - (сигма) харфи билан белгиланади.

$$\sigma = \frac{F}{S} \qquad (3.24)$$

Стержиннинг нисбий узайиши

$$E = \frac{\Delta\ell}{\ell_o} = \frac{\ell - \ell_o}{\ell_o} \qquad (3.25)$$

Бунда: ℓ_o - бошланғич узунлиги, ℓ - кейинги узунлик, $\Delta\ell = \ell - \ell_o$ - абсалют узайиш, E – нисбий узайиш.



3.6 –расм

Деформация вақтида стержин узайса E>0 , сиқилса E<0, бўлади, яъни мос равишда чўзилади ва сиқилиш деформациялари амалга ошади. Механик кучланиш нисбий узайишга пропорционалдир.

$$\sigma=\varepsilon\cdot E \tag{3.26}$$

бунда: ε - пропорционаллик коэфиценти бўлиб, у Юнг модули (эластиклик модули деб аталади.) (3.23) ва (3.26) ифодадан

$$\varepsilon=\frac{\sigma}{E}=\frac{\sigma}{\frac{\Delta l}{l_o}} \tag{3.27}$$

ҳосил бўлиб, бундан

$$\varepsilon=\frac{F\cdot l_o}{S\cdot\Delta l} \tag{3.28}$$

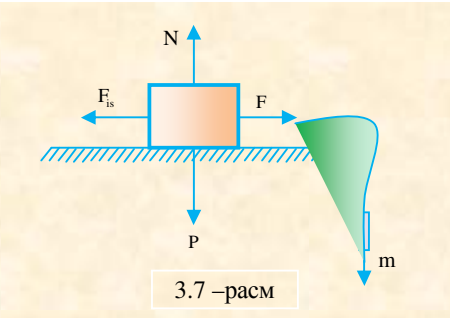
келиб чиқади.

3.4.2. Ишқаланиш кучлари

Жисмлар ёки жисм бўлаклари бир – бирига нисбатан ҳаракат қилганида ишқаланиш кучлари пайдо бўлади. Ишқаланиш: 1) ташқи, 2) ички ишқаланиш бўлади. Икки жисм тегиб турган пайтда бир – бирига нисбатан кўчиши натижасида ҳосил бўладиган ишқаланиш – *ташқи ишқаланиш* дейилади. Жисмни суюқлик ёки газ бўлаклари орасидаги ишқаланишга *ички ишқаланиш* дейилади. Ташқи ишқаланиш:

1) Тинчликдаги ишқаланиш
2) Сирпаниб ишқаланиш

3) Думалаб ишқаланишга бўлинади.



3.7 –расм

Ишқаланиш кучи ишқаланувчи сиртларга уринма бўйлаб йўналгани учун сиртларнинг кўчишига тўсқинлик қилади, натижада жисм исиб, жисмни энергияси камаяди. Тинчликдаги ишқаланиш кучи босим кучига пропорционалдир.

$$\vec{F}_{is} \propto \vec{P}$$

$\vec{F}_{is}$ – ишқаланиш кучи, $\vec{P}$ – босим кучи, $\vec{N}$ – реакция кучи. Ньютонинг учинчи қонуни асосан $\vec{P} = \vec{N}$ га тенгдир. Тинчликдаги ишқаланиш кучи жисмларни нисбий тинчлик холати сақлайди. Базада жисм ҳаракатида тезланишини юзага келтиради. Жисмга таъсир этувчи ташқи куч тинчликдаги максимал ишқаланиш кучидан катта бўлганида жисм сирпана бошлайди, яъни сирпаниб ишқаланиш юзага келади. Сирпаниб ишқаланиш қонунлари франциялик физиклар Г. Амонтон ва Ш. Кулон томонидан кашф этилган. Тинчликдаги ишқаланиш кучнинг максимал қиймати, ишқаланаётган сиртларнинг юзасига боғлиқ бўлмай босим кучига пропорционалдир

$$\vec{F}_{is} = \mu\vec{N} \qquad (3.29)$$

Бунда μ - сирпаниб ишқаланиш коэфициенти бўлиб, ишқаланаётган сиртларнинг хоссаларига боғлиқ бўлган доимийдир.

Пўлат билан пўлат учун μ =0,05÷0,12

Пўлат билан муз учун μ = 0,015÷0,02

Ёғоч билан ёғоч учун μ = 0,34÷0,40

Қия текисликда ҳаракатланаётган жисм учун сирпаниб ишқаланиш коэффициенти.

$$\mu = \mathrm{tg}\,\alpha_0 \qquad (3.30)$$

га тенг

$$\vec{F} = \vec{P}\,\sin\alpha\,,$$
$$\vec{F}_{is} = \mu\vec{N} = \mu\vec{P}\cos\alpha\,.$$

Одатда ҳар доим $\mu<1$ бўлади. Думаланишдаги ишқаланиш кучи сирпанишдаги ишқаланиш кучидан анча кичикдир. Думалаб ишқаланиш кучи думаловчи жисмни радиусига тескари пропорционал бўлиб

$$\vec{F}_д = \mu_Д \cdot \frac{\vec{N}}{\vec{R}} \qquad (3.31)$$

га тенг бўлади. Бунда: $F_д$ – думалаб ишқаланиш кучи, $\mu_д$ - думалаш ишқаланиш коэффициенти, R – думаловчи жисм радиуси. Ишқаланиш жисмни ҳаракат тезлиги ва жисм темпратурасига боғлиқдир. Тезлик ортиши билан ишқаланиш камаяди, темпратура ортиши билан эса ишқаланиш ортади.

3.4.3. Оғирлик кучи

Ер сирти яқинида жойлашган барча жисмлар ерни тортиши туфайли бир хил тезланиш билан ерга тушади. Бу тезланиш эркин тушиш тезланиши бўлиб, у $g \approx 9.8\frac{м}{c^2}$ га тенг. Ер билан боғлиқ бўлган саноқ системаларида хар қандай жисмга

$$\vec{P} = m\vec{g} \qquad (3.32)$$

куч таъсир этади. Бу кучга оғирлик кучи деб аталади. Оғирлик кучи билан тортишиш кучи орасидаги фарқ 0.36% бўлиб, бу фарқ кичик бўлгани учун ерга тортишиш кучига тенг деб олиш мумкин. Ньютоннинг иккинчи қонунига асосан жисмнинг эркин тушиш тезланиши

$$\vec{g} = \frac{\vec{P}}{m} = \frac{\vec{F}}{m} = \gamma\frac{mM}{\frac{R^2}{m}} = \gamma\frac{M_{ер}}{R^2} \qquad (3.33)$$

га тенг бўлади. Ер сиртидан h баландликда турган жисм учун

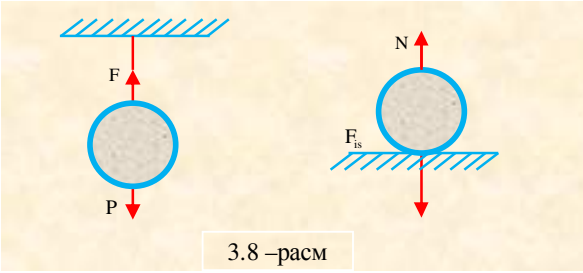
$$g_h = \gamma\frac{M}{(R+h)^2} \qquad (3.34)$$

бўлиб, оғирлик кучи

$$P_h = mg_h = \gamma \frac{m \cdot M_{ер}}{(R_{ер} + h)^2} \qquad (3.35)$$

га тенг бўлади. Жисм бир таянч ёки осмага осилиб қўйилса у ерга нисбатан тинч ҳолатда бўлиб бунда оғирлик кучи таянчнинг ёки османинг $\vec{N}$ реакция кучи билан мувозанатлашади. Ерга тортишиши туфайли жисм мувозанатлашади. Ерга тортишиши туфайли жисм томонидан осмага ёки таянчга таъсир қилаётган кучга – жисм оғирлиги дейилади.

$$\vec{P} = m\vec{g} \qquad (3.36)$$



3.8 –расм

$\vec{P}$ – жисм оғирлиги ёки вазни. Жисмнинг оғирлиги таянчга ёки осмага оғирлик кучи эса жисмга қўйилган бўлиб, у скаляр катталикдир. Тинч холатда жисмнинг оғирлиги оғирлик кучига тенг бўлади. Агар таянч ёки осма ерга нисбатан тезланиш билан ҳаракатланса, жисмнинг оғирлиги оғирлик кучидан фарқ қилади. Агар жисм эркин тушиш тезланишига нисбатан тик йўналишда юқорига ҳаракат қилса, унинг ҳаракатдаги оғирлиги

$$P=m(g - a) \qquad (3.37)$$

га тенг бўлиб, тинчликдаги оғирликдан кам бўлади. Агар жисм худди шундай тезланиш билан пастга ҳаракат қилса, унинг ҳаракатдаги оғирлиги

$$P=m(g+a) \qquad (3.38)$$

га тенг бўлиб, тинчликдаги оғирликдан оғир бўлади. Агар жисм таянч ва осма билан бирга эркин тушса, у холда a=g бўлиб,

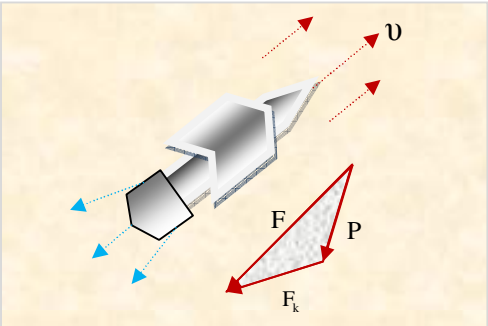
$$P=m(g - a)=m(g-g)=O \qquad (3.39)$$

бўлиб, жисм оғирлиги йўқолади, бунда жисм вазн холатда бўлади. *Вазнсизлик* жисм вазнини (оғирлигини) нолга тенг бўлган холатидир. Вазнсизлик холатида

жисмга фақат оғирлик кучи таъсир этади ва куч жисмга g тезланиш беради. Вазнсизлик холатида жисм деформацияга учрамайди. Вазнсизлик холати космик кема двигателини ўчириб, ер атрофида ҳаракат қилаётганда намоён бўлади.

3.5. Ўзгарувчан массали жисмларнинг ҳаракати. Реактив ҳаракат

Ўзгарувчан массали жисм деганимизда классик механика қонунларига бўйсиниб, ўзининг ҳаракати давомида массаси ўзгарадиган, яъни массаси камайиши ёки ортиши мумкин бўлган жисм тушунилади. Масалан, ёз кунлари кўчага машиналарда сув сепилиши, ракеталар ва реактив самолётларда ёнилғи ёниши натижасида уларнинг массаси камаяди. Ерга ҳар-хил метеоритларнинг тушиши натижасида ернинг массаси ортади ва ҳакозо.



3.9 -расм

Аммо бунда тезлик ортиши билан масса ўзгармайди деб ҳисоблаймиз. Бу ҳоллар учун Ньютонинг иккинчи қонунини умумий кўринишда ифодаласак,

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(m\vec{\vartheta})}{dt} = \vec{\vartheta}\frac{dm}{dt} + m\frac{d\vec{\vartheta}}{dt} = \vec{\vartheta}\frac{dm}{dt} + m\vec{a} \qquad (3.40)$$

бўлади. (3.40) формуладан кўринадики, масса ўзгариши билан тезлик катталиги ҳам ўзгаради, умумий ҳолда куч йўналиши билан мос тушмайди ва тезликнинг кучга тўғри пропорционаллиги сақланмайди.

$$p_1 = m \cdot \vartheta .$$

Агар куч йўналиши тезлик йўналиши билан бир йўналишда ёки куч тезликка тик ҳолатда йўналса, тезланиш билан куч бир йўналишда бўлади. Биз юқорида Ньютоннинг иккинчи қонунидан фойдаланиб, ўзгарувчан массали жисмга таъсир этувчи куч ифодасини келтирдик. Энди импулснинг ўзгаришидан фойдаланиб, ўзгарувчан массали жисм ҳаракатини қараб чиқайлик. Бунинг учун вақт ўтиши билан массаси ўзгарувчи ракета ҳаракати билан танишиб чиқамиз. Ҳаракат давомида ракетанинг массаси маркази ўзгармайди. Ракетада ёнган ёнилғидан ҳосил бўлган газ массаси ракетадан чиқиш (ажралиш) вақтидагина у билан

таъсирлашади. Газ узлуксиз чиқиб турганлиги учун ракетанинг массаси ҳам узлуксиз камайиб туради (3.9- расм). Ракетага таъсир этувчи ташқи F куч ракета оғирлик кучи P билан муҳитнинг қаршилик $F_к$ кучларнинг йиғидисига тенг. Ракетанинг t вақтдаги массаси m, унинг шу вақтдаги тезлиги ϑ бўлсин. Бу вақтда ракетанинг импулси $p_1 = m \cdot \vartheta$ бўлади. dt вақтда ракетадан газ массаси ϑ_1 тезлик билан ажралиб чиқсин (3.10-расм). t+dt вақтдаги ҳаракат давомида система (ракета + газ) нинг импулси

$$p_2 = [m - (-dm)] \cdot (\vartheta + d\vartheta) + (-dm)\vartheta_1 \qquad (3.41)$$

га тенг бўлади. Импулснинг ўзгариши натижасида системага ташқи кучлар (оғирлик ва муҳитнинг қаршилик кучи) импулси таъсир этади, яъни

$$\Delta p = p - p_2 = [(m + dm)] \cdot (\vartheta + d\vartheta) - \vartheta_1 dm - m\vartheta = F \cdot dt \qquad (3.42)$$

Қавсни очиб чиқиб, $d\vartheta$ ва dm ни жуда кичик бўлгани учун ташлаб юбориб, ҳосил бўлган ифодани dt га бўлиб юборганимизда қуйидаги тенглик ҳосил бўлади

$$\frac{d\vec{\vartheta}}{dt} - \vec{\vartheta}_1 \frac{dm}{dt} + \vec{\vartheta}\frac{dm}{dt} = \vec{F}$$

Бундан

$$m\frac{d\vec{\vartheta}}{dt} = m\vec{a} = \vec{F} + (\vec{\vartheta}_1 - \vec{\vartheta})\frac{dm}{dt} = \vec{F} + \vec{u}\frac{dm}{dt} \qquad (3.43)$$

бу ўзгарувчан массали жисмнинг ҳаракат тенгламасини ифодалайди. Бу *Мешерский тенгламаси* дейилади. $\vartheta_1 - \vartheta = u$ ракета билан ҳаракатланувчи саноқ системасига нисбатан чиқаётган газнинг тезлиги бўлиб, у *нисбий тезлик* дейилади. (3.41) да $\frac{dm}{dt} = 0$ бўлса, бу тенглик ўзгармас массали жисм учун Ньютоннинг иккинчи қонуни ифодасига ўтади. (3.41) тенгликнинг ўнг томонидаги иккинчи қўшилувчи $u\frac{dm}{dt} = F_p$ ажралиб чиқаётган газ массаси dm томонидан m массага таъсир этувчи реактив кучдир. Уни эътиборга олсак, (3.41) қуйидаги кўринишни олади

$$m\frac{d\vec{\vartheta}}{dt} = \vec{F} + \vec{F}_p \qquad (3.44)$$

Бу тенгламани умумий ҳолда ечиш анча мураккаб, чунки реактив кучни ҳисоблаш қийин. Шунинг учун ҳавосиз муҳитда, яъни ташқи кучлар мавжуд бўлмаганда

жисм ҳаракатини ўрганишга Мешерский тенгламасини қўллайлик. Ташқи куч нол бўлгани учун (3.42) қуйидаги кўринишни олади

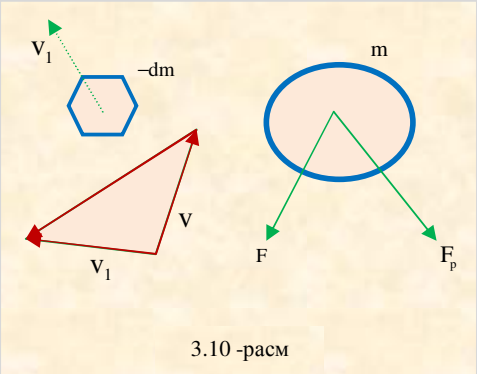
$$m\frac{d\vec{\vartheta}}{dt} = -\vec{u}\,\frac{dm}{dt}$$

ёки

$$d\vec{\vartheta} = -\vec{u}\,\frac{dm}{m}\ .$$

"-" ишораси ҳаракатлар қарама - қарши эканлигини кўрсатади ва бунда u= |u| десак, (3.43) қуйидаги кўринишга келади

$$d\vartheta = -u\,\frac{dm}{m} \qquad (3.45)$$



3.10 -расм

Бу ифодани интегралласак,

$$\vartheta = -u\ln m + C. \qquad (3.46)$$

Интеграллаш доимийсини аниқлаш учун қуйидагича бошланғич шарт қўямиз, яъни t = 0 да m = m_0 ва ϑ = 0 бўлсин. У вақтда C = u $\ln m_0$ бўлади. Буни (3.46) га қўйсак,

$$\vartheta = -u\cdot\ln m + u\cdot\ln m_0 = u\cdot\ln\left(\frac{m_0}{m}\right)$$

ёки

$$m = m_0 e^{-\frac{\vartheta}{u}}. \qquad (3.47)$$

Бу муносабатни *Циолковский формуласи* дейилади. Циолковский формуласи ракетага маълум ϑ тезлик бериш учун зарур бўлган ёнилғи запасини ҳисоблашга имкон беради. Тезликлар нисбатининг турли кийматлари учун бошланғич масса (m_0) ни охирги масса (m) га нисбатини (3.47) формулада ҳисобланган қийматидан кўринадики, ракеталар катта тезликка эга бўлиши учун ракета билан ёнмай (запасда) турган ёнилғининг m массасини камайтириш керак. Шунинг учун ҳам ўз даврида Циолковский таклиф қилган босқичли ракеталардан ҳозирги даврда космик кемаларни учиришда кенг фойдаланилмоқда. Жисмга ер сиртидан ϑ_1 =7,9 км/с тезлик берилганда ернинг сунъий йўлдоши сифатида ϑ_2=11,2 км/с тезлик берилганда Қуёшнинг сунъий йўлдоши сифатида, Қуёш системасидан бутунлай чиқариб юбориш учун эса ϑ_3 =42,2 км/с тезлик бериш керак.

3.6. Классик механиканинг қўлланилиш чегараси

Биз ўрганган қонунлар, ўтказилган тажрибалар молекула ва зарралар тўпламидан иборат бўлган макроскопик жисмларнинг ёруғлик тезлигига нисбатан жуда кичик тезлик билан ҳаракатланишига асосланган. Бундай хусусиятга эга бўлган жисмларнинг ҳаракат қонунлари Галилей-Ньютон механикасига бўйсинади, шунинг учун у *классик механика* деб аталади. Классик механикада жисм массаси ҳаракат давомида ўзгармай сақланади. Фан ва техниканинг ривожланиши натижасида кашф этилган атом ва зарраларнинг ҳаракатини ўрганиш учун классик механика қонунларини тадбиқ этиб бўлмайди. Бундай зарраларни *микроскопик жисмлар* деб атаймиз ва уларнинг ҳаракат қонунларини квант механика асосида ўрганиб чиқамиз. Бу билан бир қаторда ёруғлик тезлигига яқин тезлик билан ҳаракатланувчи жисмларнинг ҳаракат қонунларини махсус нисбийлик назарияси асосида, яъни релятивистик механикада ўрганилади. Классик механика қонунлари бу шартлар билан чегараланибгина қолмай, яна жисмларнинг ўлчамлари жуда кичик бўлганда ҳам уни тадбиқ этиб бўлмайди.

Классик механикада ихтиёрий вақтда ҳаракатдаги зарраларнинг ҳолати (координаталари – X, Y, Z) ва тезлик вектори υ берилган бўлади, тезлик билан бир қаторда жисм импулси $p=m\upsilon$ дан фойдаланиш мумкин. Аммо квант механикасида ҳаракатдаги заррани кузатилаётган вақтдаги аниқ координаталари ва тезликлари орқали тавсифлаш мумкин эмас. Ихтиёрий олинган бир вақтда ҳолат координатаси қанча кичик хатолик Δx билан аниқланса, унинг импулсини аниқлашдаги хатолик Δp шунча катта бўлади. Демак, бир вақтда бу иккала катталикнинг жуда катта аниқликда баҳолаш мумкин эмас. Квант механикаси бу хатоликлар орасида

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar \qquad (3.48)$$

Муносабат мавжуд эканлигини кўрсатади, бунда $\hbar$ =6,62·10^{-34} Ж·с – Планк доимийси. (3.48) муносабатга Гейзенбергнинг *ноаниқлик принципи* деб айтилади. Бу муносабат бир вақтнинг ўзида координата ва тезликнинг жуда аниқ ўлчаш чегарасини, қуролларни ва ўлчаш усулларини мукаммаллаштириш орқали бу ноаниқликни ўзгартириш мумкин эмаслигини кўрсатади. Бундан зарранинг оний ҳолатини ифодаловчи координата ва тезликни абсолют аниқликда ўлчаш мумкин

эмаслиги келиб чиқади. Бу катталикларнинг ноаниқлиги учун қуйидаги шарт бажарилади

$$\Delta x \cdot m\Delta \upsilon \geq \hbar \qquad (3.49)$$

Элементар зарраларнинг хоссалари классик механикадаги моддий нуқта хоссаларидан умуман фарқлидир. Шунинг учун классик механика тасаввурларидан фойдаланиш чегараларини *ноаниқлик принципи* белгилайди. Макроскопик жисмлар учун ҳаракатни классик механика усулида ифодалаш мумкин. Масалан, 10^{-3} кг массали шарнинг ҳаракатини қараб чиқайлик. Шарнинг чизиқли ўлчамини атом ўлчамида $\Delta x=10^{-10}$ м аниқликда ўлчай оламиз, дейлик. У вақтда (3.49) формулага асосан, тезликнинг ўзгариши қуйидагича бўлади

$$\Delta \upsilon \geq \frac{\hbar}{m \cdot \Delta x} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} Ж \cdot с}{10^{-3} \cdot 10^{-10} кг \cdot м} \approx 10^{-20} м/с$$

Бундан, бир вақтда Δx ва $\Delta \upsilon$ ларнинг жуда кичик қийматга эга бўлганда, классик механика қонунларини макроскопик жисмларнинг ҳаракатини ифодалаш учун амалда татбиқ қилиш мумкин эканлиги кўринади. Иккинчи мисол тарзида атом ичида ҳаракатланаётган электронни текширайлик. Юқорида кўрганимиздек, электрон координатаси атом ўлчами $\Delta x=10^{-10}$ м аниқлигида ўлчансин. Электроннинг массаси $m=9,1 \cdot 10^{-31}$ кг. У вақтда (2.42) га асосан, тезлик ўзгариши қуйидагича бўлади:

$$\Delta \upsilon \geq \frac{\hbar}{m \cdot \Delta x} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} Ж \cdot с}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-10} кг \cdot м} \approx 7 \cdot 10^{6} м/с = 7000 \text{ км/с}.$$

Бу тезлик атом ичидаги электрон тезлигидан ҳам катта, яъни тезлик аниқ эмас. Шунинг учун унинг атом ичидаги ўрнини классик механика қонунлари асосида аниқлаб бўлмас экан. Юқорида кўриб ўтилганлардан қуйидаги хулосага келамиз. Классик Ньютон механикасини ёруғлик тезлиги ва унга яқин тезлик билан ҳаракатланувчи жисмларга, элементар зарраларга, микроскопик жисмларга ҳам, ўлчамлари ва массалари жуда кичик бўлган жисмларга қўллаб бўлмас экан. Демак, Ньютон классик механикасини фақатгина макроскопик жисмлар ҳаракат қонунларини ўрганишга тадбиқ қилиш мумкин.

Синов саволлари:

1. Табиатдаги кучлар хакида тушунча беринг?
2. Тортишиш кучи деганда нимани тушунасиз?
3. Огирлик кучи ва вазнсизлик нима?
4. Ишкаланиш турлари ва ишкаланиш хакида тушунча беринг?
5. Эластиклик кучи; Диформация турларини айтиб беринг?

МАСАЛАЛАР ЕЧИШ НАМУНАЛАРИ

1–масала. Экватордаги жисмлар вазнсиз ҳолатда бўлиши учун ер неча марта тез айланиши керак?

Берилган: $g = 9{,}8$ м/с^2 , $R=6{,}38\cdot10^6$ м, T=24 соат=$864\cdot10^2$ с.

$$\upsilon_2/\upsilon_1=?$$

Ечилиши: ернинг ўз ўқи атрофида айланиш тезлиги:

$$\vartheta_1 = \frac{2\pi R}{T}, \qquad (1)$$

бу ерда R, T – ернинг радиуси ва айланиш даври. Экваторда жисм вазнсиз ҳолатда бўлиши учун марказдан қочма инерция кучи, оғирлик кучига тенг бўлиши керак:

$$\frac{m\vartheta^2}{R} = mg \qquad \text{бунда} \qquad \vartheta_2 = \sqrt{Rg}\ . \qquad (2)$$

Охирги иккала нисбатлардан

$$\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1} = \frac{T}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{R}}\ .$$

оламиз ва ҳисоблаймиз:

$$\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1} = \frac{864\cdot10^2 c}{6{,}28}\sqrt{\frac{9{,}8\,m/c^2}{6{,}38\cdot10^6\ m}} = 17.$$

Жавоби: $\upsilon_2/\upsilon_1 = 17$ марта.

2-масала. Ердан отилган жисмнинг биринчи ва иккинчи космик тезликларининг сон қийматларини топинг.

Берилган: $m=5{,}98\cdot10^{24}$ кг, R=6400 км, $G=6{,}67\cdot10^{-11}$ Н·м^2/кг^2.

Топиш керак: $\upsilon_1 = ?$ $\upsilon_2 = ?$

Ечилиши: 1) Жисм ер сиртидан қандайдир жуда кичик баландликда бўлсин дейлик: жисмга горизонтал йўналишда маълум бир тезлик берилганда жисм ернинг сунъий йўлдошига айланиб, ер атрофида доиравий орбита бўйлаб ҳаракатлана бошлайди (ҳавонинг қаршилиги йўқ деб фараз қиламиз). Бу вақтдаги тезлик биринчи космик тезлик дейилади. Доиравий орбита бўйлаб ҳаракатланаётган жисмга катталиги

$$F_M = \frac{m\vartheta_1^2}{R} \qquad (1)$$

бўлган марказга интилма куч таъсир қилади. Бу ерда m – жисмнинг массаси, υ_1 – ҳаракат тезлиги, R – траекториянинг эгрилик радиуси. Бу масалада ернинг жисмни тортиш кучи марказга интилма куч бўлади. Бу тортиш кучи:

$$F_T = G\frac{mM}{R^2} \qquad (2)$$

формула билан ифодаланади. Бу эрда M – эрнинг массаси, Г – гравитатсион доимий, P – жисмнинг ер марказидан узоқлиги (траекториянинг эгрилик радиусига тенг). Марказга интилма F_M кучнинг ифодасини тортишиш кучи F нинг ифодасига тенглаб:

$$\frac{m\vartheta_1^2}{R} = G\frac{mM}{R^2}$$

тенгламани ҳосил қиламиз. Бундан:

$$\vartheta_1 = \sqrt{G\frac{M}{R}} \ . \qquad (3)$$

Ҳисоблаймиз:

$$\vartheta_1 = \sqrt{\frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 5,96\cdot 10^{24}}{6,4\cdot 10^{6}}} = 7,9 \text{ km/c} \ .$$

υ_1 нинг қийматини ернинг массаси номаълум бўлса ҳам топиш мумкин. Бунинг учун (2) тенгликнинг иккала қисмини m га бўламиз:

$$\frac{F_T}{m} = G\frac{M}{R^2} \ .$$

Нютоннинг иккинчи қонунига асосан, F_T/m нисбат ер сиртида эркин тушаётган жисмнинг тезланиши g га тенг бўлади:

$$g = \frac{GM}{R^2} \ .$$

Демак,

$$\frac{GM}{R} = gR$$

ва

$$\vartheta_1 = \sqrt{gR} \ . \qquad (4)$$

(υ_1 ни топиш учун (1) тенгликнинг иккала қисмини ҳам m га бўлса бўлади). (4) формулага сон қийматларини қўйсак яна ўша υ=7,9 км/с келиб чиқади.
2) Иккинчи космик тезликни топиш учун энергиянинг сақланиш қонунидан фойдаланамиз. Жисмни ер сиртидан чексиз узоқликка отиш учун сарф бўлган иш шу жисм кинетик энергиясига тенг:

$$A = W_k, \quad W_k = \frac{m\vartheta^2}{2}.$$

Ер сиртидан жисмнинг чексизликка отиш учун бажарилган ишни ҳисоблаганда таъсир этувчи куч ўзгарувчан катталик эканига эътибор бериш керак. Шунинг учун масофани шундай чексиз кичик dr бўлакчаларга бўламизки, бу масофада куч ўзгармас деб олинсин. У ҳолда элементар иш

$$dA = F\,dr.$$

Бунга бутун олам тортишиш қонунидан

$$F=G\frac{mM}{r^2}$$

ни қўямиз:

$$dA = F\cdot dr = G\frac{mM}{r^2}\cdot dr.$$

Бу ифодани ер сирти r=R дан чексизликкача бўлган масофа бўйича интеграллаймиз

$$A = G\,m\,M\int_{r=R}^{r=\infty}\frac{dr}{r^2},$$

лекин

$$\int_{r=R}^{r=\infty}\frac{dr}{r} = -\frac{1}{r}\int_{R}^{\infty} = \frac{1}{R}.$$

Демак, жисмни ер сиртидан чексизликкача отиш учун бажарилган иш

$$A=G\frac{mM}{R}.$$

Шундай қилиб,

$$\frac{m\vartheta^2}{2} = G\frac{mM}{R},$$

бундан:

$$\vartheta = \vartheta_2 = \sqrt{2G\frac{M}{R}}$$

иккинчи космик тезлик формуласи келиб чиқади.

Ҳисоблаймиз:

$$\vartheta_2 = \sqrt{\frac{2\cdot 6,67\cdot 10^{-11}\text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{кг}^2\cdot 5,98\cdot 10^{24}\text{кг}}{6,4\cdot 10^6\text{ь}}} = 11,16\frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

Жавоби: υ_1*=7,9 км/с;* υ_2*=11,16 км/с.*

3-масала. 1976 йил 2 декабр куни «Молния-2» алоқа йўлдоши апогейи 40608 км ва перигейи 657 км бўлган эллиптик орбитага чиқарилади. Йўлдошнинг ер атрофида айланиш даври ва перигейдаги тезлигининг апогейдаги тезлигига нисбати ҳамда кинетик ва тўла энергиялар нисбати топилсин.

Берилган: h_1=657 км, h_2=40608 км

Топиш керак:

$T = ?$ $\quad \frac{\upsilon_p}{\upsilon_a} = ?$ $\quad \frac{K_p}{K_a} = ?$

Ечилиши: **е**р атрофида «Молния-2» ва ой айланганлиги учун Кеплернинг учинчи қонунини қўллаймиз.

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{a_1^3},$$

бунда T_1, T_2 мос ҳолда Ой ва «Молния-2»нинг ер атрофидаги айланиш даврлари; a_1– ер ва Ой марказлари орасидаги масофа; a_2 –ер ва «Молния-2» марказлари орасидаги ўртача масофа. Ой учун T_1=27,3 сутка= 655,2 соат ва Ой орбитаси катта ярим ўқи сифатида тақрибан ердан Ойгача бўлган масофани r=384000 км деб олиш мумкин. Лекин ер ва Ой радиуслари ҳам ҳисобга олинса, масала аниқроқ ечилган бўлади

$$a_1 = r + R + r_{ой} = (384 + 6,37 + 1,74)\cdot 10^3 \text{ км} = 392\cdot 10^3 \text{ км},$$

бунда R ва $r_{ой}$ мос ҳолда эрнинг ва Ойнинг радиуслари. Йўлдош учун

$$a_2 = 0,5\ (2R + h_1 + h_2) = 0,5\ (2\cdot 6370 + 657 + 40608) = 27000 \text{ км}.$$

Шундай қилиб, «Молния-2» нинг айланиш даври:

$$T_2=T_1\frac{a_2}{a_1}\sqrt{\frac{a_2}{a_1}}=655{,}2\,\text{соат}\times\frac{27000\,\text{км}}{392000\,\text{км}}\sqrt{\frac{27000\,\text{км}}{392000\,\text{км}}}=12{,}15\,\text{соат}$$

Йўлдошнинг перигейдаги тезлигини апогейдаги тезлигига нисбатини импулснинг сақланиш қонунидан топамиз:

$$m\vartheta_n r_n = m\vartheta_a r_a$$

бунда

$$\frac{\vartheta_n}{\vartheta_a}=\frac{r_a}{r_n}.$$

Лекин $r_a=a+\varepsilon x$ ва $r_n=a-\varepsilon x$, бунда a – эллипс катта ярим ўқи, $\varepsilon=\frac{c}{a}=\frac{F_1\cdot F_2}{2a}$ - эллипс экссентриситети, x – йўлдош абсиссаси бўлиб, унинг энг катта қиймати x=a (1-расм).

$$F_1 \bullet F_2 = r_a - r_н = 40608\ \text{км} - 657\ \text{км} = 39951\ \text{км},$$

$$\varepsilon=\frac{F_1\cdot F_2}{2a}=\frac{39951}{2(40608+6370)}=0{,}425\cdot$$

Демак,

$$\frac{\vartheta_n}{\vartheta_a}=\frac{a+\varepsilon a}{a-\varepsilon a}=\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}=\frac{1+0{,}425}{1-0{,}425}\approx 2{,}5.$$

«Молния-2» нинг апагей ва перигей ҳолатларидаги энергияларининг нисбати:

$$n=\frac{K_n}{K_a}=\left(\frac{\vartheta_n}{\vartheta_a}\right)^2=\left(\frac{1{,}425}{0{,}575}\right)^2=(2{,}5)^2=6{,}25.$$

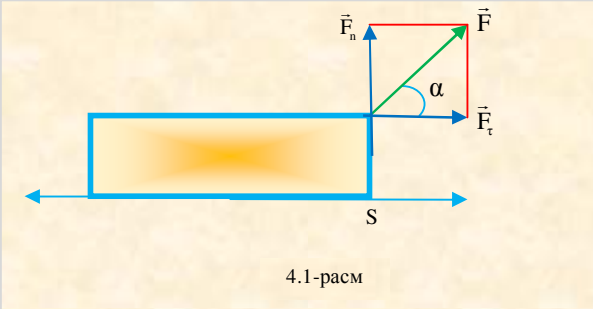
Жавоби: T_2=12,15 соат; $\frac{\vartheta_n}{\vartheta_a}=2.5$; $\frac{K_n}{K_a}=6.25.$

IV-БОБ
ИШ, ЭНЕРГИЯ ВА ҚУВВАТ

Биз юқорида жисмнинг импулси тушунчасини қараб ўтдик. Импулсни жисм механик ҳаракатининг муайян ўлчови деб қараш мумкин. Лекин жисмнинг бундай динамик тавсифи ҳамма ҳаракат шакллари учун универсал ўлчов бўла олмайди. Буни қуйидаги мисолларда кўриб чиқамиз. Агар бир-бирига қарама-қарши ҳаракатланиб келаётган иккита бир хил пластина шарларнинг ноэластик урилишини кузатсак, шарлар урилгунча ҳаракатда бўлиб, урилишдан сўнг улар тинч ҳолатда бўладилар. Бу ҳолларда импулснинг сақланиш қонуни бажарилади: урилишгача шарлар импулсининг йиғиндиси нолга тенг, урилишдан кейин ҳам нолга тенг. Лекин шарлар урилишгача ҳаракатда, урилишдан кейин эса тинч ҳолатда эди. Агар биз импулсни ҳаракатнинг универсал ўлчови сифатида қарасак, унда ҳаракатга эга бўлган шарларнинг ҳаракати йўқолиши тўғрисида нотўғри хулосага келамиз. Агар шарларнинг ҳароратини урилишгача ва урилишдан кейин ўлчасак, ҳарорат кўтарилганини кўрамиз. Бунда шарларнинг механик ҳаракати йўқолгани йўқ, у модданинг молекуляр ҳаракатига айланади. Демак**,** *импулс механик ҳаракатнинг ҳамма ҳолларида универсал ўлчов бўла олмайди*. Жисмларнинг ишқаланиши натижасида механик ҳаракат йўқолиб, иссиқликка айланади. Энди тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётган жисмнинг ҳаракатини кузатайлик. Жисмлар орасида ишқаланиш мавжуд бўлганлиги туфайли жисмлар қизийди, яъни бунда жисмларнинг механик ҳаракати шу жисмларни ташкил қилган молекулаларнинг хаотик иссиқлик ҳаракатига айланади. Лекин жисмнинг импулси тўғри чизиқли текис ҳаракатда ўзгармай қолади, аммо у ажралиб чиққан иссиқлик миқдорини тавсифламайди. Шундай қилиб, механик ҳаракат йўқолмайди, балки материя ҳаракатнинг бошқа шаклларига ўтади. Демак, ҳаракат шаклларининг умумий ўлчови сифатида янги физик катталик бўлиши керак. Бундай физик катталик энергиядир. Э*нергия ҳар қандай кўринишдаги материя ҳаракатининг универсал миқдорий ўлчовидир***.** Жисмлар системасининг механик ҳаракати ҳолатини аниқлаш учун уларнинг ўзаро жойлашишини ва тезлигини билиш етарли бўлади, газ ҳолатини тавсифлаш учун унинг ҳажми, ҳарорати ва босимини билиш зарур. Энергия система ҳолатининг функциясидир.

4.1. Иш ва қувват

Жисмлар ўртасида механик ҳаракатнинг алмашинуви ёки механик ҳаракатнинг бошқа ҳаракат шаклларига ўтиши жисмларнинг ўзаро таъсири натижасида амалга ошади. Жисмлар бир-бири билан таъсирлашиши натижасида ҳаракат бир жисмдан иккинчисига узатилади. Ўзаро таъсир, маълумки, куч воситасида рўй беради, яъни куч таъсирида жисмнинг механикавий ҳаракати ўзгаради, аммо шуни ҳам назарда тутиш керакки, агар жисм тинч ҳолатда бўлса, у ҳолда унга ҳеч қандай куч таъсир қилмайди деган хулоса келиб чиқмайди: аслида жисмга таъсир этаётган кучлар бир-бирини мувозанатлашга ҳаракат қилади. Масалан, стол устида тинч турган жисмнинг оғирлик кучи столнинг шу жисмга бўлган акс таъсир кучи билан мувозанатда бўлади.



4.1-расм

Баъзи ҳолатларда ташқи куч таъсири ҳаракат билан боғлиқ бўлиб, мазкур ҳаракат туфайли жисм муайян вақт оралиғида бирор масофани босиб ўтади — у иш бажаради. Кундалик ҳаётимизда қўлланиладиган иш тушунчаси билан механикавий ҳаракат билан боғлиқ иш тушунчалари бир-биридан тубдан фарқ қилади; бу фарқ шундан иборатки, механикавий иш ҳаракат билан боғлиқ бўлиб, жисмларнинг бир жойдан иккинчи жойга кўчишида ташқи кучнинг бажарган иши билан ўлчанади.

Тажрибалар шуни кўрсатадики, бундай жараёнларда ўтаётган ҳаракатнинг катталиги, кучнинг кўчиш катталигига кўпайтмасига тенг экан. Бу ҳосил бўлган физик катталик *иш* деб аталади. Бошқача айтганда, энергиянинг ўзгариши *иш* деб аталади. Иш скаляр катталик

$$A = F \cdot S \cos\alpha$$

S – кўчиш ёки масофа, F – куч, cosα – кучнинг йўналиши ва масофа орасидаги бурчак. Халқаро бирликлар системасида иш бирлиги қилиб, куч йўналишида жисмлар бир метр масофага бир ньютон куч таъсирида кўчиришда бажарилган иш қабул қилинган. Бу ишнинг бирлиги (Жоул) Ж=Н·м. Демак, иш бир жисмдан бошқа жисмга ҳаракатни узатиш ўлчовидир ёки энергиянинг бир жисмдан бошқа жисмга ўтиш ўлчовидир. Агар моддий нуқта ўзгармас куч F (4.1-расм) таъсирида S масофага кўчса, унда кучнинг бажарган иши

$$A = F_\tau \cdot S. \qquad (4.1)$$

Бунда F_τ катталик F кучнинг кўчиш йўналишига проекцияси бўлиб,

$$F_\tau = F \cdot \cos\alpha. \qquad (4.2)$$

4.1-расмдагидек кўринишга эга бўлади. α – жисмнинг ҳаракат йўналиши билан F куч ўртасидаги бурчак (4.2) ни ҳисобга олиб, (4.1) ни қуйидагича ёзамиз

$$A = F \cdot S \cos\alpha \qquad (4.3)$$

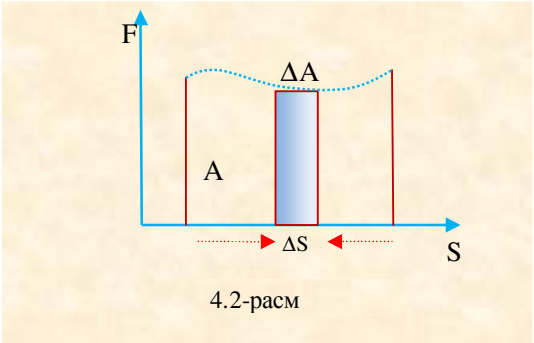
1. Агар куч йўналиши билан кўчиш йўналиши ўртасидаги бурчак $\alpha<90°$ бўлса, унда $\cos\alpha>0$. Демак, куч мусбат иш бажаради ($A>0$). Жисм илгариланма ҳаракатда бўлади;
2. Агар $\alpha>90°$ бўлса, унда $\cos\alpha<0$. Бунда куч манфий иш бажаради. Масалан, ишқаланиш кучи ва тормозланиш кучи;
3. Агар куч йўналиши кўчишга тик йўналган бўлса, $\alpha=90°$, унда $\cos\alpha=0$. Демак, кучнинг бажарган иши нолга тенг, яъни энергия узатилмайди.

Бажарилган ишнинг мусбат ёки манфийлигини аниқроқ тасаввур этиш учун қуйидаги мисолни келтирамиз. Жисм бирор куч таъсирида ҳаракат қилаётганида, бу куч билан бир вақтда ҳаракатга қаршилик кўрсатувчи ишқаланиш кучи ҳам таъсир этади. Бу куч ҳаракат йўналишига нисбатан қарама-қарши томонга йўналган ва демак, унинг бажарган иши манфийдир. Агар бирор куч таъсирида жисм ўзгармас тезлик билан тўғри чизиқ бўйлаб ҳаракат қилаётган бўлса, Ньютоннинг биринчи қонунига биноан, жисмга ҳеч қандай ташқи куч таъсир қилмайди ва бажарилган иш ҳам нолга тенг бўлади. Аммо аслида, жисм ўзгармас тезлик билан тўғри чизик бўйлаб ҳаракатланаётганида ташқи куч фақат ишқаланиш кучини мувозанатлашга сарфланади, ва у куч сон жиҳатдан ишқаланиш кучига тенг. Масалан, машина ўзгармас тезлик билан тўғри чизиқли ҳаракат қилаётганида двигателнинг тортиш кучи ишқаланиш кучи билан мувозанатда бўлиб, бунда унинг бажарган иши мусбатдир. Агар автомобил двигатели ўчирилса, у бирор масофани босиб ўтиб тўхтайди ва ушбу масофада унга фақат ишқаланиш кучи ҳамда ҳавонинг қаршилик кучи таъсир этиб, бунда кучнинг бажарган иши манфийдир. Бу ердан шундай хулоса келиб чиқадики, жисмнинг ҳаракатига қаршилик қилувчи кучнинг бажарган иши ҳар доим манфий бўлади. Агар маълум бир масофада куч катталиги ўзгарувчан бўлса, унда бажарилган ишни ҳисоблаш учун масофани элементар кўчишларга бўлиб чиқамиз ва бу элементар кўчишларда, кучни ўзгармас катталик деб ҳисобласак бўлади (4.2-расм). Ҳар бир элементар кўчишда бажарилган элементар иш $\Delta A = F\cdot S\cos\alpha$ ни ҳисоблаб, кейин бу элементар ишларнинг алгебраик йиғиндисини олсак, унда ўзгарувчи F кучнинг S масофада бажарган иши қуйидагича ифодаланади

$$A = \sum_{i=1}^{n} \Delta A_i = \sum_{i=1}^{n} F_i \Delta S_i \cos\alpha_i \qquad (4.4)$$

ΔS нолга интилганда (4.4) дан лимит олсак

$$A = \lim_{\Delta S\to 0}\left(\sum_{i=1}^{n} F_i \Delta S\right) = \int_S F_\tau dS \qquad (4.5)$$



4.2-расм

(4.5) интегрални ҳисоблаш учун F_τ кучнинг S масофага боғлиқлигини билиш зарур. Амалда фақат кучнинг бажарган ишини билиш муҳим эмас, балки, шу ишнинг бажарилиши қандай вақт оралиғида содир бўлиши муҳим аҳамиятга эга. Шунинг учун кучнинг қандай тезлик билан бажарган ишини тавсифлаш учун қувват тушунчаси киритилади. Вақт бирлиги ичида, F куч бажарган ишга сон жиҳатдан тенг бўлган физик катталик *қувват* (N) деб аталади. Бошқача қилиб айтганда, жисмнинг иш бажариш жадаллигини ифодаловчи физик катталикка *қувват* деб аталади

$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

Кўпинча харакат қилувчи машина ва механизмлар: самолёт, ракета, сунъий йўлдошлар, кема ва бошқалар ўзгармас тезлик билан ҳаракат қилади. Бундай ҳаракат, ҳаракатланувчи машиналарнинг тортишиш кучи қаршилик кучига модуль жиҳатидан тенг бўлади ва қарама-қарши йўналганда амалга ошади. мос тушади, яъни α=0 ва cosα =1 булиб, бажарилган иш A=FS га тенг бўлади, у ҳолда қувват

$$N = P = \frac{A}{t} = F \cdot \upsilon,$$

. (4.6)

Демак, ҳаракатланувчи машинанинг қуввати ўзгармас бўлганда тезлик таъсир этувчи кучга тескари пропорционал бўлади. Мана шу принцип асосида машиналарнинг тезликлар тақсимоти ишлайди. Агар куч ўзгарувчан бўлса, қувватни аниқлаш учун (4.6) дан лимит оламиз

$$N = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt}. \qquad (4.7a)$$

Бу ифодага *оний қувват* деб аталади. (4.3) ни эътиборга олсак, (4.7а) қуйидаги кўринишга эга бўлади

$$N = F_\tau \frac{dS}{dt} = F_\tau \upsilon. \qquad (4.7б)$$

Демак, оний қувват сон жиҳатдан, тезлик ўзгармас бўлганда кучнинг тангенциал ташкил этувчисининг тезликка кўпайтмасига тенг бўлади. *1 с давомида 1 Ж иш бажаргандаги қувват 1 Вт га тенг.* Автомобиль ва бошқа ҳаракатланувчи механизмларнинг қувватини аниклашда от кучидан фойдаланилади. 1 о.к. =735 Вт.

Бажариладиган ишнинг барчаси ҳам фойдали бўлмайди, ишнинг бир бўлаги фойдасиз кетади (масалан, ишқаланиш кучини енгишга). Шунинг учун фойдали иш коэффициенти (Ф.И.К.) деган тушунча киритилади. Ҳар қандай ҳаракат қилувчи машиналар двигател ёрдамида ҳаракатга келтирилиб, маълум бир ишни бажаришга мўлжалланади. Двигателнинг ҳаракати давомида энергиянинг сақланиш қонуни қатъиян бажарилади, чунки сарфланган энергия микдори ҳеч қачон олинган энергиядан ортиқ бўмайди. Масалан, ерга ишлов берувчи тракторнинг двигатели ишлаганда ёнилғи энергиясининг учдан бир қисми механик энергияга айланиб, иш бажаради. Қолган учдан икки қисм энергия фойдасиз ишга сарф бўлади. Фойдасиз иш асосан қаршилик кучини енгиш учун амалга ошади. Фойдали иш эса доимий тўлик ишдан кам бўлади. Бажарилган ишнинг қанча қисми ёки неча фоизи фойдали эканлигини кўрсатувчи физик катталик *фойдали иш коэффициенти* деб аталади

$$\eta = \frac{A_ф}{A_{ум}} = \frac{N_ф}{N_{ум}},$$

$$\eta = \frac{A_ф}{A_{ум}} \cdot 100\% = \frac{N_ф}{N_{ум}} \cdot 100\%.$$

$A_ф$ – бажарилган ишнинг фойдали қисми (яъни, фойдали иш), $A_{ум}$ – умумий бажарилган иш (умумий сарфланган энергия), $N_ф$ – қурилманинг фойдали қуввати (фойдали қувват), $N_{ум}$ – қурилма олаётган умумий қуввати (умумий қувват). Шуни эсда тутиш керакки, доимо $\eta<1$ ёки $\eta<100\%$ бўлади, чунки $A_ф$ фойдали иш $A_{ум}$ умумий ишнинг бир қисми бўлади. Шунинг учун $A_ф<A_{ум}$ бўлади.

4.2. Жисмнинг кинетик энергияси

Механикада энергиянинг икки тури маълум. Булар:

1. *Кинетик энергия.*
2. *Потенциал энергия.*

Жисмларнинг ҳаракати туфайли ҳосил бўлган энергия *кинетик энергия* деб аталади. Одатда жисмнинг иш бажариш қобилиятини тавсифловчи физик катталикка ҳам *энергия* деб аталади. Бирор m массали жисм ўзгармас F куч таъсирида ўзининг ҳаракат тезлигини υ_1 дан υ_2 қийматгача ўзгартирсин. У вақтда m массали жисмнинг ҳаракат тенгламаси қуйидагича ифодаланади

$$F = m\frac{d\upsilon}{dt}. \qquad (4.8)$$

(8) тенгламанинг иккала томонини $\upsilon dt=dS$ га скаляр кўпайтирамиз

$$F\times dS=m\frac{d\upsilon}{dt}\upsilon dt=m\upsilon d\upsilon. \qquad (4.9)$$

Маълум бир S_2-S_1 масофада жисмнинг бажарган ишини ҳисоблаш учун (4.9) нинг чап ва ўнг томонларини S_1 ва S_2 масофалар ҳамда υ_1 ва υ_2 тезлик интервали орасида интеграллаймиз

$$\int_{S_1}^{S_2} dA=\int_{S_1}^{S_2} FdS=\int_{\upsilon_1}^{\upsilon_2} m\upsilon d\upsilon \ . \qquad (4.10)$$

(4.10) тенгликнинг чап томони *F* куч бажарган иш тўла ишга тенг, *m=const* бўлса, ўнг томони қуйидаги кўринишга эга бўлади

$$A=\frac{m\upsilon_2^{\ 2}}{2}-\frac{m\upsilon_1^{\ 2}}{2}. \qquad (4.11)$$

(4.11) тенгликдаги $\frac{m\upsilon^2}{2}=W_k$ жисмнинг кинетик энергиясининг ифодасидир. Бу ҳолда (11) қуйидаги кўринишда ёзилади

$$A=\Delta W_{kk}=W_{k2}-W_{k1}=\frac{m\upsilon_2^{\ 2}}{2}-\frac{m\upsilon_1^{\ 2}}{2}. \qquad (4.12)$$

Демак, жисмнинг кинетик энергиясининг ўзгариши жисмга таъсир этувчи кучнинг бажарган ишига сон жиҳатдан тенг. Агар $\upsilon_1=0$ бўлса,

$$\frac{m\upsilon^2}{2}=W_k. \qquad (4.13)$$

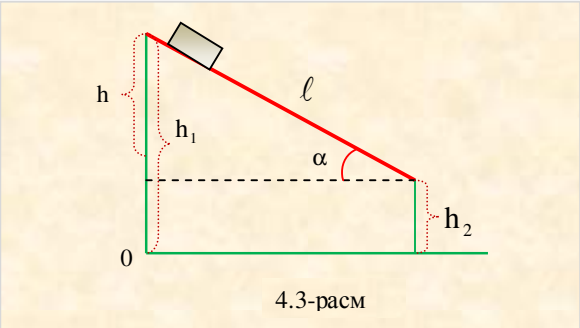
Шундай қилиб, m массали жисм υ тезлик билан ҳаракатланганда $\frac{m\upsilon^2}{2}$ кинетик энергияга эга бўлади. (4.13) формула хусусий ҳолда, моддий нуқтанинг *кинетик энергияси* деб юритилади. Ҳар қандай механик системани моддий нуқталар системаси деб қарашимиз мумкин бўлгани учун механик системанинг кинетик энергияси шу системани ташкил қилган моддий нуқталар кинетик энергиялари йиғиндисига тенг, яъни,

$$W_k=\sum W_{ki}=\sum_{i=1}^{n}\frac{m_i\upsilon_i^{\ 2}}{2}. \qquad (4.14)$$

Бунда m_i , ва υ_i – i моддий нуқтанинг массаси ва тезлиги. Демак, ҳар қандай механик системанинг кинетик энергияси шу системага кирган моддий нуқталарнинг массаси ва ҳаракат тезлиги билан аниқланар экан. Бу муҳим хулосани қисқача қилиб қуйидагича таърифлаш мумкин: *системанинг кинетик энергияси – унинг ҳаракат ҳолати функциясидир.*

4.3. Жисмнинг потенциал энергияси

Жисмнинг фазодаги вазиятига ёки ўзаро таъсирига боғлиқ бўлган энергия *потенциал энергия* деб аталади.



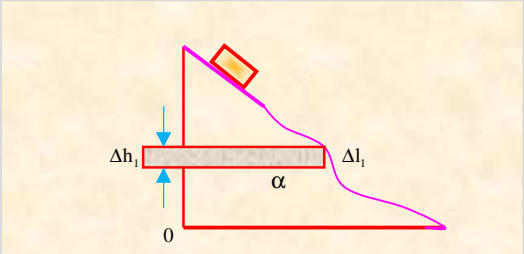
4.3-расм

Жисмларнинг ёки жисм қисмларининг бир-бирига нисбатан жойлашувига боғлиқ бўлган энергия *потенциал энергия* деб аталади. Системанинг потенциал энергиясини аниқлаш учун системадаги жисмларнинг ўзаро жойлашувини ва улар орасидаги таъсир кучларни билишимиз керак. Мисол тариқасида, жисмга таъсир этувчи оғирлик кучи туфайли жисмнинг потенциал энергиясининг ўзгаришини кўриб чиқайлик. Жисмнинг ер сиртига нисбатан кўтарилиш баландлиги h, Ернинг радиусига нисбатан анча кичик бўлса, P=mg=const деб ҳисоблаш мумкин, бунда m – жисмнинг массаси. Агар жисм *l* узунликдаги қия текислик бўйича ишқаланишсиз тушаётган бўлса (4.3-расм), оғирлик кучи бажарган иш қуйидаги катталикка тенг бўлади

$$A=P\cdot\ell\cdot\cos\alpha=mg\cdot\left(h_1-h_2\right)=W_1-W_2. \qquad (4.15)$$

Бу ерда,

$$h=\ell\cdot\cos\alpha=\left(h_1-h_2\right) \qquad (4.16)$$



4.4-расм

h – қия текисликнинг баландлиги, α – қия текисликнинг горизонтга нисбатан қиялик бурчаги, $W_п$=mgh жисмнинг потенциал энергияси, (4.15) дан кўринадики, система потенциал энергиясининг ўзгариши сон жиҳатдан, ташқи кучлар системанинг тезлигини ўзгартирмасдан бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга ўтказишда бажарган ишига тенг бўлар экан. Энди жисм ҳаракат траекторияси ихтиёрий эгри чизиқдан иборат бўлсин (4.4-расм). Унда бу эгри чизиқни n та кичик $\Delta\ell_i$ тўғри чизиқли қисмларга бўламиз. Мана шу ҳар бир элементар қисмда оғирлик кучининг элементар бажарган иши

$$\Delta A_i = P\Delta\ell_i \cos\alpha_i = P\Delta h_i \qquad (4.17)$$

бўлади. Бу ерда Δh_i вертикал тўғри чизиққа $\Delta\ell_i$ қисмнинг проекцияси. Элементар қисмларда бажарилган ишларнинг йиғиндиси, эгри чизиқли йўлда оғирлик кучи бажарган ишини ифодалайди

$$A = \sum_{i=1}^{n} \Delta A_i = \sum_{i=1}^{n} P\Delta h_i = Ph = mgh. \qquad (4.18)$$

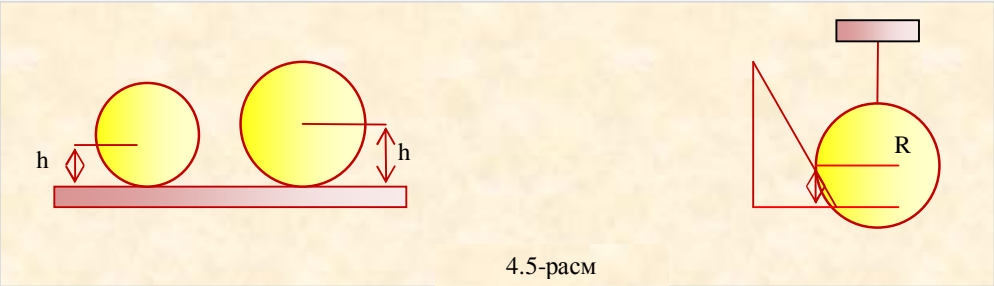
Жисм пастга томон ҳаракатланганда, оғирлик кучининг иши мусбат бўлади, яъни оғирлик кучи иш бажаради

$$A = mg\,\Delta h,$$
$$A = m(g \pm a)h.$$

A – оғирлик кучининг бажарган иши, юқорига (+), пастга (-) бўлади. Жисм юқорига ҳаракатланганда, оғирлик кучининг иши манфий бўлади, яъни ташқи кучлар иш бажаради. Шунинг учун, ёпиқ траектория бўйлаб кўчирилганда, оғирлик кучининг бажарган иши нолга тенг бўлади. *Горизонтал ҳаракатда оғирлик кучининг бажарган иши нолга тенг.* Оғирлик кучи ва эластиклик кучларининг бажарган иши траектория шаклига боғлиқ эмас. Шундай қилиб, оғирлик кучининг иши йўлнинг бошланғич ва охирги нуқталарнинг координаталарига боғлиқ экан.

$$E_{p_1} = E_{p_2} \text{ бўлса, } \frac{m_1}{m_2} = \frac{h_2}{h_1} \text{ ёки } \frac{m_2}{m_1} = \frac{h_1}{h_2} \text{ бўлади.}$$

Демак, массалари турлича бўлган иккита жисм массаларининг нисбати, баландликларининг тескари нисбатига тенг бўлганда, бир хил потенциал энергияга эга бўлар экан.



4.5-расм

Текисликда турган жисм иситилганда, унинг потенциал энергияси ортади, совутилганда камаяди. Чунки, иситилганда оғирлик маркази кўтарилади, совутилганда пасаяди (4.5-расм). Бу ерда $h=\frac{5}{2}R$ – сиртмоқ баландлиги. Ипга осилган шарни иситишда таянчда турган худди шундай шарни иситишга кетадиган энергиядан кам энергия кетади. Чунки, таянчда турган жисм иситилганда энергия фақат иситишга эмас, балки унинг потенциал энергиясини орттиришга ҳам кетади. Эркин тушаётган ёки юқорига отилган жисм кўтарилиш баландлигининг ярмида кинетик энергия ва потенциал энергиялари тенг. Ипга осилган жисм иситилса, потенциал энергияси камаяди, совутилганда эса ортади.

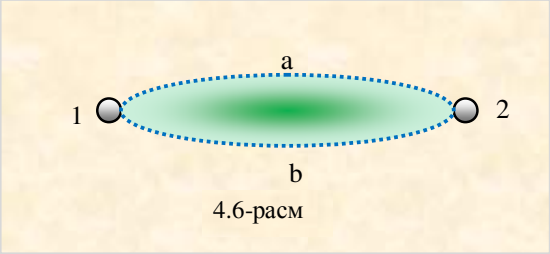
4.4. Потенциал (консерватив) ва диссипатив (ноконсерватив) кучлар

Макроскопик механикада учрайдиган кучлар иккита потенциал (консерватив) ва диссипатив (ноконсерватив) кучларга ажратилади. Агар берк йўл (контур) бўйича кучнинг бажарган иши нолга тенг бўлса, бу кучлар *потенциал (ёки консерватив) кучлар* деб юритилади. Тинч турган жисмни ҳаракатга келтириш учун унга бирор куч таъсир этиши керак. Бу кучлар ўзларининг хусусиятлари жиҳатидан икки хил бўлиши мумкин: 1) жисмлар бир-бирига бевосита тегиши орқали ўзаро таъсирлашиши ва мазкур таъсир туфайли тинч турган жисм ҳаракатга келиши ёки ҳаракатдаги жисм тезлигини ўзгартириши мумкин, 2) жисмларнинг ўзаро таъсири натижасида уларнинг тезликларининг ўзгариши майдон воситасида бўлиши мумкин, яъни жисмлар бир-бирига нисбатан бирор масофада туриб майдон воситасида.

Биринчи тур кучларга мисол тариқасида жисмнинг ҳаракат йўналишига нисбатан қарама-қарши томонга йўналган ишқаланиш кучларини, ҳавонинг ва суюқликларнинг жисм ҳаракатига қаршилик кучларини келтириш мумкин. Жисмни бир нуқтадан иккинчи нуқтага кўчиришда бу кучларни енгиш учун

ташқи кучлар мусбат иш бажаради ва бажарилган ишнинг катталиги ўтилган йўлга боғлиқ, босиб ўтилган йўл қанчалик катта бўлса ташқи кучлар бажарган иш ҳам шунчалик катта бўлади. Иккинчи тур кучларга мисол тариқасида Ернинг тортиш кучини, қайишқоқлик (эластиклик) кучини, зарядланган жисмларга электр майдон томонидан таъсир этувчи кучларни кўрсатиш мумкин. Ҳар бир жисм ўз атрофида гравитация майдони деб аталадиган майдон ҳосил қилади ва бу майдон унга киритилган бошқа жисмларга таъсир этувчи тортишиш кучи тарзида намоён бўлади. Фазонинг бирор нуқтасига жисмни киритсак ва шу нуқтада унга қандайдир куч таъсир этса, фазонинг бу нуқтасида майдон бор деган хулосага келамиз. Қуёш билан Ер, Ер билан Ой орасидаги ўзаро таъсир гравитация майдони воситасида содир бўлади. Зарядланган жисмларнинг бир-биридан бирор масофада туриб ўзаро таъсирлашиши материянинг бир тури бўлган электр майдон воситасида амалга ошади.

Демак, майдонга киритилган жисмларга мазкур майдон томони- дан муайян куч таъсир қилади. Маълумки, бундай майдон куч майдони дейилади. Ер атрофидаги куч майдони унинг гравитация майдонидир. Масалан, массаси *m* бўлган Ер сиртидаги жисмга Ернинг гравитация майдони куч билан таъсир қилади. Фазонинг бир нуқтасидан иккинчи нуқтасига жисмни кўчиришда ташқи кучларнинг бажарган иши босиб ўтилган йўлнинг шаклига боғлиқ бўлмай, балки жисмнинг бошланғич ва охирги вазиятларигагина боғлиқ бўлса, бундай кучлар *консерватив* ёки *потенциал кучлар* деб аталади.



4.6-расм

Фараз қилайлик, система бирор куч таъсирида 1a2 йўл бўйича (4.6 - расм) бир вазиятдан иккинчи вазиятга ўтсин. Бунда A_{1a2} га тенг иш бажарилади. Агар система иккинчи вазиятга 1b2 йўл бўйича ўтса, унда бажарилган иш A_{1b2} га тенг бўлади. консерватив кучларнинг таърифига биноан $A_{1a2}=A_{1b2}$. Кучлар системанинг конфигурациясига (координаталарига) боғлиқ бўлмаганлиги учун $A_{1b2}=-A_{2b1}$ бўлади, шунинг учун, $A_{1a2}+A_{2b1}=0$. Демак, система ёки жисмга таъсир этаётган куч *консерватив (ёки потенциал) куч* деб юритилади, агар шу куч таъсирида системани ёки жисмни бир ҳолатдан иккинчи бир ҳолатга кўчиришда бажарилган иш A_{1a2} кўчиш траекториясига боғлиқ бўлмаса, у ҳолда

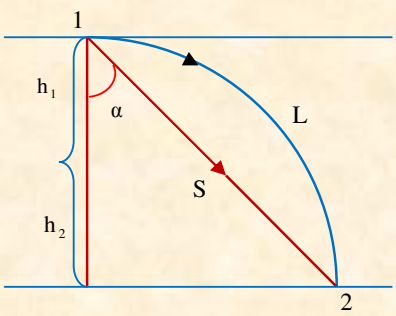
$$A_{1a2}=A_{1b2}=A_{12}.$$

асм

Юқорида айтилган хулосани мисолда кўриб чиқайлик. Жисм ишқаланишсиз оғирлик кучи таъсирида биринчи вазиятдан иккинчи бир вазиятга *S* йўл орқали ўтсин (4.7-расм). Бу кучнинг иш қуйидагига тенг:

$$A_{12}=mg\cdot S\cdot\cos\alpha=mg\cdot(h_1-h_2). \qquad (4.19)$$

Агар жисм шу куч таъсирида L йўл бўйича ўтса ҳам, худди шундай ишни бажаради, чунки оғирлик кучининг иши, йўл шаклига боғлиқ бўлмасдан, фақат баландликлар фарқига боғлиқдир. Шундай қилиб, агар кучларнинг ўзаро таъсири системадаги моддий нуқталар конфигурациясига (яъни, уларнинг координаталарига) боғлиқ бўлса ва бу кучлар системани ихтиёрий бир вазиятдан иккинчи бир вазиятга кўчиришда бажарилган иши ўтиш йўлига боғлиқ бўлмасдан, системани бошланғич ва охирги конфигурациялари билан аниқланса, у вақтда бундай кучлар *консерватив* (яъни, потенциал) *кучлар* деб юритилади.



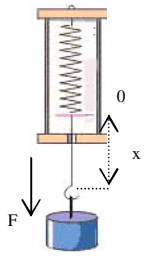
4.7-расм

Демак, оғирлик кучлари консерватив (ёки потенциал) кучлардир. Консерватив кучларга яна *эластиклик кучлари* ва зарядланган зарраларнинг ўзаро *электростатик таъсир кучлари* ҳам мисол бўла олади. Бажарган иши йўлга боғлиқ бўлмайдиган кучларни ҳам *консерватив кучлар* деб аташ мумкин. Консерватив бўлмаган ҳамма кучлар *ноконсерватив* (ёки диссипатив) *кучлар* деб юритилади. Диссипатив кучларга ҳосил бўлаётган *ишқаланиш кучлари* ва суюқликда ёки газда ҳаракатланаётган жисмга таъсир қилаётган *қаршилик кучлари* киради. Ноконсерватив кучлар, фақат жисмлар конфигурациясига боғлиқ бўлмасдан, уларнинг нисбий тезликларига ҳам боғлиқ. Ишқаланиш кучлари ҳамма вақт ҳаракат йўналишига қарама-қарши йўналишда бўлгани учун $\cos\alpha=-1$. Шунинг учун моддий нуқтани ёки системани берк траектория бўйича кўчиришда ишқаланиш кучлариинг иши ҳамма вақт манфий ёки нолга тенг бўлмайди. Ёпиқ системада ҳар қандай ҳаракатда кучларнинг тўла бажарган иши ҳамма вақт манфий бўлса, бундай кучлар *диссипатив кучлар* деб юритилади. Ноконсерватив кучларга гироскопик кучлар ҳам киради. Бу кучлар моддий нуқтанинг тезлигига

боғлиқ ва таъсири тезликка тик йўналган. Бу кучлар таъсирида моддий нуқтани ҳар қандай траектория бўйича кўчиришда бажарилган иш нолга тенг. Гироскопик кучларнинг консерватив кучлардан фарқи шундаки, у фақат моддий нуқта конфигурацияси билан аниқланмасдан, балки унинг тезлигига ҳам боғлиқ. Гироскопик кучларга, *Лоренц кучлари*, яъни магнит майдонида зарядланган заррага таъсир этувчи кучлар мисол бўла олади.

4.5. Жисмнинг потенциал энергияси

Механикавий энергиянинг юқорида кўриб ўтилган тури — кинетик энергиядан ташқари яна бир тури мавжуд бўлиб, у потенциал энергиядир. Потенциал энергия — жисмларнинг ёки уларнинг айрим қисмларининг ўзаро таъсир энергияси бўлиб, бу энергия уларнинг бир-бирига нисбатан жойлашувига боғлиқ. Шунинг учун потенциал энергиянинг киймати жисм (ёки тизим)ни бир вазиятдан иккинчи вазиятга ўтказишда ташқи кучларнинг бажарган иши билан ўлчанади. Иккинчи томондан, 6.4- § да айтиб ўтилганидек, куч майдонида жойлашган жисмларга муайян консерватив куч таъсир этади; мазкур кучнинг белгиланган шароитда иш бажариш қобилия- ти уларнинг потенциал энергиясининг ўлчови бўлиб хизмат қилади. Бошқача айтганда, куч майдонида жойлашган жисм муайян потенциал энергияга эга бўлади. Масалан, Ер сиртидан бирор баландликда жойлашган жисм унинг сиртига нисбатан муайян потенциал энергияга эга бўлади, чунки жисмга Ернинг гравитация майдони (оғирлик кучи майдони) таъсир этади ва жисм Ер сиртига қайтиб тушиши жараёнида консерватив кучлар унинг потенциал энергиясига тенг бўлган иш бажаради. Худди шунингдек, чўзилган (ёки сиқилган) пружина ўрамлари қайишқоқлик (эластиклик) кучлари майдонининг таъсирида бўлади, бинобарин у чўзилиш катталигига мос келувчи потенциал энергияга эга бўлади. Пружина дастлабки вазиятига кайтганда консерватив (қайишқоклик) кучлар унинг потенциал энергиясига тенг иш бажаради. Шуни ҳам айтиш керакки, қайишкоқлик кучлари майдонининг асл манбаи — пружина чўзилганда уни ташкил этган атомлар орасидаги масофанинг ўзгаришидир, ҳар бир атом қўшни атомларнинг электр майдони таъсирида бўлади.



4.8-расм

Демак, потенциал энергия — жисмларнинг ёки тизим қисмлари- нинг ўзаро таъсири билан боғлиқ энергия бўлиб, бу энергия таъсирлашувчи жисмлар ёки тизим қисмлари орасидаги масофага боғлиқдир. Шунинг учун жисмнинг ёки тизимнинг потенциал энергияси фақат унинг координаталарининг функциясидир ва бу функция $E_п(x, y, z)$ тарзида ифодаланади. Потенциал энергияга эга бўлган жисм (тизим) ўзининг дастлабки вазиятига қайтганда, консерватив кучлар айнан унинг потенциал энергиясига тенг бўлган иш бажаради.

4.5.1. *Эластик деформацияланган жисмнинг потенциал энергияси.* Масалан, эластик деформацияланган жисмнинг потенциал энергиясини аниқлаш учун чўзилган пружинанинг потенциал энергиясини ҳисоблайлик (4.8-расм). Тажрибадан маълумки, эластиклик кучи F деформация катталиги (x) га тўғри мутаносиб (Гук қонуни), яъни

$$F = -kx\ . \qquad (4.20)$$

Бу ерда к – жисмнинг эластиклик хоссаларини тавсифловчи, эластиклик коэффициенти. Минус ишора бизга эластик куч билан деформация катталиги йўналиши қарама-қаршилигини кўрсатади. Эластиклик кучи таъсирида, жисм деформациясининг кичик (dx катталикка) ўзгаришларида, бажарилган элементар иш қуйидагига тенг бўлади:

$$dA = Fdx = -k\,xdx. \qquad (4.21)$$

Ишнинг тўла қийматини топиш учун (4.21) формулани деформацияланмаган ҳолатдан (x_0=0) деформация катталиги x қийматлари чегарасида интеграллаймиз

$$A = -\int_{x_0}^{x} kxdx = -\frac{kx^2}{2} + W_p. \qquad (4.22)$$

Пружинанаинг потенциал энергиясининг ўзгариши

$$W_n = -\frac{kx^2}{2} + W_{p0} \qquad (4.23)$$

тенглама билан аниқланади. Бу ерда

$$W_{p0} = \frac{kx_0^{\ 2}}{2}$$

деформацияланмаган жисмнинг потенциал энергияси, уни нолга тенг деб олсак, (4.23) қуйидагича ёзилади

$$W_n = -\frac{kx^2}{2}. \qquad (4.24)$$

Шундай қилиб, (4.24) дан кўринадики, эластик жисм деформацияланса, унда иш деформацияланган жисм энергиясининг ўзгаришига сарф бўлади. (4.24) ифодага деформацияланган жисмнинг *потенциал энергияси* дейилади.

4.5.2. Гравитацион майдон энергияси ва потенциали

Оғирлик кучи майдонида системани кўчиришда бажарилган иш система потенциал энергиясининг камайишига тенг. Шу каби m массали моддий нуқтани гравитацион майдонда кўчирилишида бажарилган иш шу жисмнинг потенциал энергиясининг камайишига тенг

$$A_{12}=W_{n1}-W_{n2}=-\Delta W. \qquad (4.38)$$

Элементар кўчишлар учун бу ифодани қуйидагича ёзамиз

$$dA=-\Delta W. \qquad (4.39)$$

Гравитацион майдонда кучлари m массали моддий нуқтани кўчиришда бажарган элементар иш

$$dA=Fdr. \qquad (4.40)$$

Гравитацион майдонни M массали моддий нуқта ҳосил қилаётган бўлса, бу майдон томонидан жисмга таъсир этувчи куч

$$F=\gamma\cdot\frac{mM}{r^2}. \qquad (4.41)$$

(4.40) ва (4.41) га қўйсак, dA иш учун қуйидаги формулани оламиз

$$dA=\gamma\cdot\frac{mM_1}{r^2}dr. \qquad (4.42)$$

Майдоннинг маълум бир B нуқтасидан иккинчи бир нуқтасига (4.9-расм) моддий нуқтани кўчиришда бажарилган ишни топиш учун (4.42) ни r_1 дан r_2 гача интеграллаймиз

$$A_{12}=\int_{r_1}^{r_2}\gamma\cdot\frac{mM}{r_2}dr=-\gamma\cdot m\cdot M\cdot\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right) \qquad (4.43)$$

(4.43) билан (4.38) ни тенглаштириб, потенциал энергиянинг ўзгаришини топамиз

$$\Delta W_p=W_{p1}-W_{p2}=-\gamma mM\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right) \qquad (4.44)$$

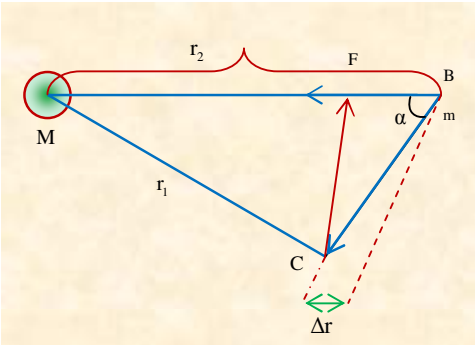
Агар *m* массали моддий нуқта гравитацион майдон ҳосил қилаётган *M* (майдон манбаи) массали жисмдан чексиз узоқлашса ($r_2\to\infty$), $W_п=0$ тенг бўлади, унда (4.44) ни қуйидагича ёзамиз

$$W_p=-\gamma\cdot\frac{m\times M}{r}. \qquad (4.45)$$

$W_п$ – гравитацион майдондаги m массали моддий нуқтанинг потенциал энергиясидир. Агар гравитацион майдонни m_1, m_2, ..., m_i массали моддий нуқталар

системаси ҳосил қилаётган бўлса, шу гравитацион майдонда m массали моддий нуқтанинг потенциал энергияси қуйидагига тенглигини кўрсатиш мумкин

$$W_p = -\sum_{i=1}^{n} \gamma \cdot \frac{m \cdot m_i}{r_i^2}. \qquad (4.46)$$



4.9-расм

Бу ерда r_i – m массали моддий нуқтадан системанинг m_i масса турган нуқтасигача бўлган масофа. Гравитацион майдоннинг энергетик характеристикаларини билиш учун, унга *потенциал* деган тушунча киритилади. Гравитацион майдоннинг потенциали φ тортишиш майдонидаги моддий нуқтанинг потенциал энергияси шу нуқта массасига нисбатига тенг

$$\varphi = \frac{W_p}{m} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{\gamma m_i}{r_i}. \qquad (4.47)$$

Майдоннинг потенциали унга киритилаётган моддий нуқтанинг массасига боғлиқ эмас экан. Агар гравитацион майдонни битта m_1 массали жисм ҳосил қилаётган бўлса, унда унинг потенциали,

$$\varphi = -\gamma \frac{m_1}{r} \qquad (4.48)$$

бўлади, бунда r – m_1 массали моддий нуқта билан майдоннинг маълум бир кузатилаётган нуқтасигача бўлган масофа.

4.6. Консерватив ва ноконсерватив системада энергиянинг сақланиш қонуни

Консерватив кучлар таъсирида бўлган механик системанинг кинетик ва потенциал энергияларининг ўзгаришини кўриб чиқайлик. Механик системани ташкил қилган моддий нуқталар ўртасидаги ички кучлар ва системага таъсир этаётган ташқи кучлар ўзаро консерватив бўлса, ундай механик системани консерватив система деб юритилади. Консерватив системада механик

энергиянинг сақланиш қонунини ҳаракат тенгламасидан фойдаланиб, келтириб чиқарамиз. Консерватив система m_1, m_2, ..., m_i массали n та моддий нуқтадан ташкил топган бўлсин. Бу моддий нуқталар ички (f_{12}, f_{13}, f_{14}, ...) ва ташқи кучлар (F_1, F_2, F_3, ...) таъсирида бўлганда, система нуқталари учун ҳаракат тенгламасини ёзамиз

$$\left.\begin{aligned} m_1\frac{d\upsilon_1}{dt} &= \left(f_{12}+f_{13}+f_{14}+...+f_{1n}\right) \\ m_2\frac{d\upsilon_2}{dt} &= \left(f_{21}+f_{23}+_{24}+...+f_{2n}\right) \\ &... \\ m_n\frac{d\upsilon_n}{dt} &= \left(f_{n1}+f_{n2}+f_{n3}+...+f_{n,n-1}\right). \end{aligned}\right\} \qquad (4.49)$$

Кучлар таъсирида моддий нуқталар dt элементар вақтда dS_1, dS_2, ..., dS_i элементар масофаларга силжисин. Ҳар бир тенгламани элементар масофаларга кўпайтириб ва

$$\frac{ds_1}{dt}=\upsilon_1,\ \ \frac{dS_2}{dt}=\upsilon_2,\ ...\frac{dS_n}{dt}=\upsilon_n. \qquad (4.49a)$$

эканлигини ҳисобга олсак, элементар ўзгаришлардан кейин (4.48) тенглама қуйидаги кўринишда бўлади

$$\left.\begin{aligned} &m_1\upsilon_1 d\upsilon_1-\left(f_{12}+f_{13}+f_{14}+...+f_{1n}\right)dS_1=F_1dS_1 \\ &m_2\upsilon_2 d\upsilon_2-\left(f_{21}+f_{23}+_{24}+...+f_{2n}\right)dS_2=F_2dS_2 \\ &... \\ &m_n\upsilon_n d\upsilon_n-\left(f_{n1}+f_{n2}+f_{n3}+...+f_{n,n-1}\right)dS_n=F_ndS_n. \end{aligned}\right\} \qquad (4.50)$$

(4.50) тенгламаларни чап ва ўнг томонларини ҳадма-ҳад қўшамиз, унда қуйидаги ҳосил бўлади

$$\left.\sum_{i=1}^{n} m_1\upsilon_1 d\upsilon_1-\sum_{i=1}^{n}\left(f_{i1}+f_{i2}+...+f_{in}\right)dS_i=\sum_{i=1}^{n} F_idS_i\right\}. \qquad (4.51)$$

(4.51) тенгламада биринчи йиғинди системадаги моддий нуқталар

$$\left.dW_k=\sum_{i=1}^{n} m_1\upsilon_1 d\upsilon_1\right\}.$$

кинетик энергиясининг ўзгаришига тенг. Манфий ишора билан олинган иккинчи йиғинди системадаги ички кучларнинг бажарган ишига тенг, яъни бу иш система потенциал энергиясининг ўзгаришига тенг

$$\left.\sum_{i=1}^{n}\left(f_{i1}+f_{i2}+...+f_{in}\right)dS_i=dW_p\right\}.$$

(4.51) тенгликнинг ўнг томони системага таъсир этувчи ташқи консерватив кучларнинг элементар ишига тенг

$$\left.\sum_{i=1}^{n}F_i dS_i=dA\right\}.$$

Бу ҳолда (51) тенгламани қуйидагича ёзамиз

$$dW_k+dW_n=d(W_k+W_n)=dA. \qquad (4.52)$$

Консерватив механик системанинг тўла энергиясининг ўзгариши системага таъсир этувчи ташқи консерватив кучларнинг бажарган элементар ишига тенг бўлади. Бу механик энергиянинг сақланиш қонунини ифодалайди. Агар системага ташқи кучлар таъсир қилмаса, унда (4.52) тенглама қуйидаги кўринишда бўлади

$$W_k+W_n=0 \qquad (4.53)$$

ёки

$$W=W_k+W_n=const. \qquad (4.54)$$

Шундай қилиб, *изоляцияланган механик системанинг кинетик ва потенциал энергияларининг йиғиндиси, яъни тўла энергияси ўзгармас бўлади.*

Энди ноконсерватив механик системада энергиянинг сақланиш қонунини кўриб чиқайлик. Агар системада консерватив кучлар қатори, ноконсерватив (диссипатив) кучлар таъсири мавжуд бўлса, бундай механик системани *ноконсерватив система* деб юритилади. Ноконсерватив системанинг механик энергияси бошқа тур (номеханик) энергияларга айланиши натижасида камаяди. Изоляцияланмаган ноконсерватив системадаги моддий нуқталарга таъсир этаётган кучларни учта гуруҳга ажратамиз:

1. Ички потенциал (консерватив) кучлар;
2. Ишқаланиш (диссипатив) кучлар;
3. Системага таъсир этувчи ташқи (консерватив) кучлар.

Шунга асосан системада кучлар бажарган ишини ҳам уч қисмга ажратамиз:

1. $dA_n = dW_n$ – ички потенциал кучлар бажарган иш, у потенциал энергия ўзгаришига тенг;

2. dA_D – диссипатив кучлар бажарган иш;

3. dA_M - ташқи кучлар бажарган иш.

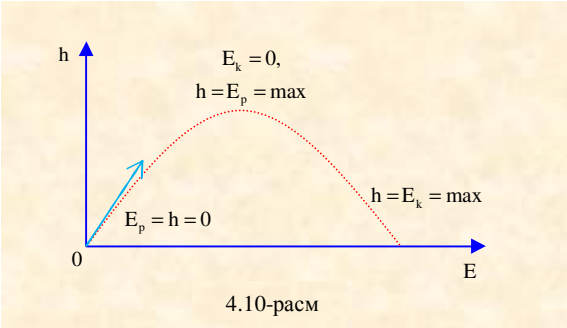
Бу вақтда ноконсерватив системада энергиянинг сақланиш қонуни қуйидагича ифодаланади

$$dA_D + dA_M = d(W_k + W_n)\,. \qquad (4.55)$$

Демак, *ноконсерватив кучлар система тўла энергиясининг ўзгариши, ташқи ва ишқаланиш кучлари бажарган ишлар йиғиндисига тенг экан.* Ноконсерватив системанинг тўла энергияси ўзгармас бўлмайди, у камайиб боради, чунки диссипатив кучлар бажарган иш манфийдир. Ишқаланиш кучлари таъсири бўлган системаларда механик ҳаракат энергияси иссиқлик ҳаракат энергиясига айланади. Шундай қилиб, *энергия ҳеч қачон йўқолмайди, у фақат бир жисмлар системасидан иккинчи жисмлар системасига эквивалент ҳолатда ўтиши мумкин. Материянинг ҳамма ҳаракат формаларининг ўзгаришларида ҳам энергия ўзгармайди.* Бу табиатнинг умумий қонунларидан биридир.

Энергиянинг сақланиш қонуни: энергия бордан йўқ бўлмайди, йўқдан бор бўлмайди. У бир турдан иккинчи турга айланади.

$$W_{k1} + W_{n1} = W_{k2} + W_{n2},$$
$$W_k + W_n = \text{const},$$
$$W_Ò = W_k + W_n = \text{const}.$$



4.10-расм

Бу ерда W_T – тўла энергия. *Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмаса,* фазода ҳаракатланаётган жисм траекториясининг исталган нуқтасида (учиш вақти давомида) тўла энергия ўзгармасдир. *Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинганда,* фазода ҳаракатланаётган жисмнинг тўла энергияси бошланғич нуқтасида энг катта, тушиш нуқтасида энг кичик бўлади. Қуйида горизонтга бурчак остида отилган жисмнинг кинетик ва потенциал энергиясининг h баландликка қараб ўзгариши (энергиянинг сақланиш қонуни) келтирилган (4.10-расм).

Жисмлар эластик тўқнашса, тўқнашишдан олдинги кинетик энергиялар йиғиндиси, тўқнашишдан кейинги кинетик энергиялар йиғиндисига тенг бўлади. Демак, жисмлар эластик тўқнашсалар, уларнинг кинетик энергиялари йиғиндиси ўзгармайди. Жисмлар ноэластик тўқнашса, тўқнашишдан олдинги кинетик энергиялар йиғиндиси, тўқнашишдан кейинги кинетик энергиялар йиғиндисидан катта бўлади. Демак, жисмлар ноэластик тўқнашсалар, уларнинг кинетик энергиялар йиғиндиси камаяди. Бунга сабаб, энергиянинг бир қисми деформацияга сабаб бўлади.

Фазо ва вақтнинг симметрияси деганимизда вақтнинг бир жинслилиги, фазонинг эса бир жинслилиги ва унинг изотроплиги тушунилади. Бу тушунчалар киритилиши билан вақтнинг бир жинслилиги, фазонинг эса бир жинслилиги ва изотроплигини қандай тасаввур қилиш мумкин, деган саволнинг туғилиши табиийдир. Вақтнинг бир жинслилиги – ўтаётган вақтнинг турли пайтлари бир-биридан фарқ қилмайди демакдир. Шу боисдан, кўпинча, вақтнинг барча пайтлари ўзаро муқобил, яъни улар тенг ҳуқуқли деган ибора қўлланилади. *Мисол:* баъзи бир тажриба натижалари бирор вақт ўтгандан кейин қайта текширилиб кўрилади ва кўпинча бир ҳил натижа олинади. Демак, вақтнинг бир жинслилиги турли пайтларда ўтказилган тажриба натижаларини таққослаб кўришга имкон беради. Фазонинг бир жинслилиги деганимизда унинг барча нуқталари бир-бирига муқобил эканлиги тушинилади, яъни фазонинг ҳамма нуқталарининг физик ҳусусиятлари бир ҳил. Амалий жихатдан фазонинг бир жинслилиги шунда намоён бўладики, жисмларнинг ўзаро жойлашишлари ва тезликларини ўзгартирмасдан берк тизимни бир жойдан иккинчи жойга кўчирсак, унинг ҳусусиятлари ва ҳаракат қонунлари ўзгармайди: аввалги жойида содир бўладиган ҳодиса бир ҳил шароит яратилганда фазонинг иккинчи жойида ҳам ўзгаришсиз такрорланади. Бу натижа фазонинг барча нуқталарининг ҳусусиятлари бир хил эканлигининг исботи, яъни фазонинг бир жинслилигини намоён бўлиши демакдир.

Фазонинг изотроплиги шуни билдирадики, ундаги ихтиёрий нуқтага нисбатан олинган барча йўналишларнинг ҳусусиятлари бир-биридан фарқ қилмайди, яъни фазода қайси йўналишни олиб қарамайлик, улар бир-бирига муқобил. Мазкур муқобиллик шунда номоён бўладики, бир ҳил шароит яратилганда жисмлардан ташкил топган берк тизимни (тадқиқот қурилмаларини, ўлчаш асбобларини, лабораторияни ва бошқаларни) исталган бурчакка бурилса, бу буриш барча келгуси ҳодисаларининг боришига таъсир этмайди.

а) *энергиянинг сақланиш қонуни – вақт бир жинслилиги натижаси.*

Вақтнинг бир жинслилиги, фазонинг бир жинслилиги ва изотроплигини билиб олганимиздан сўнг механикада энергия сақланиш қонунини исбот қилишга киришамиз. Маълумки, механик система устида бажарилган иш кинетик энергиянинг орттирмасига тенг, яъни

$$A_{12} = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2} = E_2 - E_1 .$$

Навбатдаги мулоҳаза фақат битта моддий нуқтага тегишли бўлиб, моддий нуқталар тизими учун ҳам шундай йўл тўғри бўлади. Потенциал функция у нинг ўзи координатагагина эмас, балки вақтга ҳам боғлиқ у=у(x,y,z,t). Потенциал майдонда моддий нуқтани кўчиришда бажарилган иш қуйидаги интеграл кўринишда ифодаланади:

$$A_{12} = -\int\left(\frac{\partial u}{\partial x}dx + \frac{\partial u}{\partial y}dy + \frac{\partial u}{\partial z}dz\right)$$

бунга $\frac{\partial u}{\partial t}dt$ ни қўшиб ва айириб бажарилган ишни топамиз

$$A_{12} = -\int du + \int \frac{\partial u}{\partial t}dt .$$

Интеграллашдан сўнг

$$A_{12} = u_1 - u_2 + \int \frac{\partial u}{\partial t}dt$$

ифодани ҳосил қиламиз. Охирги ифодалардан қуйидагини ҳосил қиламиз

$$E_2 - E_1 = u_1 - u_2 + \int \frac{\partial u}{\partial t}dt$$

ёки

$$(E_2 + u_2) - (E_1 + u_1) = \int \frac{\partial u}{\partial t}dt .$$

Биз бу хулосаларда вақтнинг бир жинслилиги хоссасидан ва системанинг берк тизимлилиги шартидан фойдаланмадик. Шунинг учун бу мулоҳазалар берк бўлмаган тизимлар учун ҳам ўринлидир. Фараз қилайлик, тизим берк тизим бўлсин, унда вақтнинг бир жинслилиги учун u функция вақтга ошкор боғлиқ бўлмайди, яъни $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$. Натижада

$$E_1 + u_1 = E_2 + u_2$$

Бу тенглама механикада энергиянинг сақланиш қонунини ифодалайди. Бу қонуннинг асосида вақтнинг бир жинслилиги ётади. Чунки ана шу хусусият туфайли берк тизимдаги жараёнларни содир бўлиш қонунияти бу жараёнларни вақт бўйича бошқа пайтга кўчирилганда ҳам ўзгармайди.

4.7. Ички энергия. Потенциал ва системанинг мувозанат шарти

Механик системанинг ёки жисмнинг ҳаракатини икки турдаги ҳаракатлар йиғиндисидан иборат, деб қараш мумкин. Бошқача айтганда, системани бирор

санақ системасига нисбатан бир бутун сифатида ҳаракати ва система (жисм)ни ташкил этган зарраларнинг “ички” ҳаракати формасида деб олиш мумкин. Шунга асосан система ёки жисмнинг энергияси, системанинг кинетик ва ички энергияларининг йиғиндисига тенг

$$W=W_k+U\,. \qquad (4.56)$$

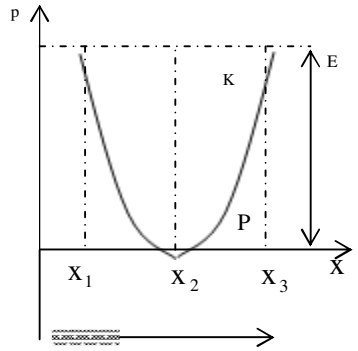
Бу ерда

$$W_k=\frac{m\cdot\upsilon^2}{2}$$

m – системанинг ёки жисмнинг массаси, υ – жисм инерция марказининг тезлиги. Жисм (ёки система)нинг ички инерцияси жисмни ташкил қилган зарраларнинг кинетик энергияси билан уларнинг ўзаро таъсир потенциал энергияси йиғиндисига тенг

$$U=U_k+U_n\,. \qquad (4.57)$$

Моддий нуқта абцисса ўқи бўйича тебранма ҳаракат қилсин. Бундай ҳолларда моддий нуқтанинг потенциал энергиясини битта ўзгарувчига боғлиқ деб қараш мумкин, яъни



4.11-расм

$$W_n=W_n(x)\,.$$

Потенциал энергиянинг масофага боғлиқлигини тасвирловчи график *потенциал эгрилик* деб юритилади. Мисол тариқасида эластиклик кучи таъсирида зарранинг ҳаракатини кўриб чиқайлик (4.11-расм). $x=x_0$ вазиятда пружина деформацияланмаган деб ҳисоблаймиз. Шунинг учун заррага таъсир этувчи куч нолга тенг. Зарра мувозанат ҳолатдан четлашганда унга таъсир этаётган куч

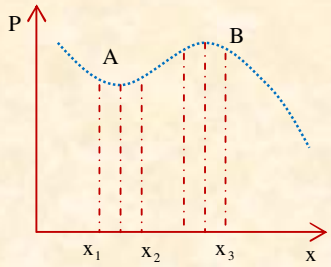
$$F=-k(x-x_0)$$

га тенг. Зарранинг потенциал энергияси

$$W_p=\frac{k\left(x-x_0\right)^2}{2}=\frac{k\Delta x^2}{2} \qquad (4.58)$$

нинг графиги парабола кўринишида бўлади. Зарранинг тўла механик энергияси $W=W_к+W_п$ ўзгармас катталикдир ва у графикда x ўқига параллел тўғри чизиқ билан тасвирланади. $x=x_0$ да зарранинг кинетик энергияси максимум, потенциал энергияси нолга тенг ($W_п=0$) бўлиб, тўла энергия кинетик энергиядан ($W=W_{кмах}$) иборат бўлади. $x=x_1$ ва $x=x_2$ нуқталарда зарранинг кинетик энергияси нолга тенг бўлиб, тўла энергия потенциал энергиядан иборат бўлади. Графикдан кўриниб турибдики, зарра x_1 нуқтадан чапга ва x_0 нуқтадан ўнгга силжимайди. Бу ҳолатда, зарранинг $x_1\leq x \leq x_2$ потенциал чуқурликда жойлашган бўлади. Потенциал эгриликни таҳлил этиб жисмнинг ёки моддий нуқтанинг мувозанат шартлари тўғрисида мулоҳаза юритишимиз мумкин. Агар жисмга қўйилган кучларнинг тенг таъсир этувчиси нолга тенг бўлса, жисм мувозанат ҳолатда бўлади.

Бирор майдоннинг потенциал энергияси 4.12-расмда тасвирлангандек бўлсин. Потенциал энергиянинг минимум ва максимум А ва В нуқталарида жисм мувозанат ҳолатларда бўлади. Жисм ёки зарра x_A нуқтада бўлсин, бунда потенциал энергия минимумга тенг. $x_1\leq x\leq x_A$ қисмда потенциал энергия камаяди, шунинг учун заррани А нуқтага қайтарувчи мусбат итарувчи куч таъсир қилади. $x_A\leq x\leq x_2$ қисмда потенциал энергия ортади, шунинг учун заррани А нуқтага қайтарувчи манфий тортишиш кучи таъсир қилади. Шундай қилиб, агар заррани минимал потенциал энергияга эга бўлган нуқта мувозанатидан чиқарилса, унда жисм тортишиш ва итаришиш кучлари таъсирида мувозанат нуқтасига келтирилади.



4.12-расм

Демак, *потенциал энергия минимум қийматга тенг бўлганда жисм турғун мувозанатда бўлади*. Агар зарра *B* нуқтада бўлса, бунда у максимал потенциал

энергияга эга. Заррани мувозанат ҳолатидан чиқарилса, унга таъсир этувчи кучлар мувозанат нуқтасига қайтармайди. Шунинг учун бу кучлар таъсирида мувозанат нуқтасидан узоқлашади. Демак, потенциал энергия максимум қийматига тенг бўлганда жисм турғунмас мувозанатда бўлади.

4.8. Шарларнинг эластик ва ноэластик урилиши.

1. Абсолют ноэластик ва эластик урилишлар.

Урилиш - фазонинг кичик соҳасида жисмларнинг қисқа вақтли ўзаро таъсирлашиш жараёнидир. Масалан, диаметрлари 10 см дан бўлган икки пўлат шар бир - бирига қараб 5 м/с тезлик билан яқинлашиб тўқнашганда ўзаро таъсир 0,0005 с чамаси давом этади, ҳолос. Лекин тўқнашиш жараёнида шарларнинг бир-бирига тегиш соҳасида ниҳоят катта кучлар намоён бўлади. Хусусан, юқорида қайд қилинган мисолда урилиш чоғида таъсир этадиган кучнинг миқдори 40000 Н дан ортиб кетади. Урилиш чоғида жисмлар деформацияланади. Натижада бир - бирига урилаётган жисмлар кинетик энергияларининг барчаси ёки бир қисми эластик деформациянинг потенциал энергиясига ва жисмларнинг ички энергиясига айланиши мумкин. Ички энергиянинг ортиши жисмлар температурасининг кўтарилишида намоён бўлади. Урилишларнинг икки чегаравий кўринишлари билан танишайлик.

а). Абсолют ноэластик урилиш.

Лой, пластилин, қўрғошин каби моддалардан иборат жисмларнинг урилиши. Абсолют ноэластик урилишнинг характерли хусусиятлари қуйидагилар:

а) урилишда вужудга келган жисмлар деформацияси сақланади; б) дефоромация потенциал энергияси вужудга келмайди;

в) жисмлар кинетик энергияларининг бир қисми жисмларнинг деформацияланишига сарф бўлади. Деформация сақланганлиги туфайли энергиянинг мазкур қисми кинетик энергия тарзида тикланмайди, балки жисмлар ички энергиясига айланади. Одатда энергияни бу қисмини деформация иши деб аталади;

г) урилишдан сўнг жисмлар умумий тезлик билан ҳаракатланади ёки нисбий тинч холатда бўлади.

Шунинг учун абсолют ноэластик урилишда фақат импулснинг сақланиш қонуни бажарилади. Механик энергиянинг сақланиш қонуни бажарилмайди. Масалан m_1 ва m_2 бўлган шарлар ϑ_1 ва ϑ_2 тезликлар билан ҳаракатланиб, абсолют ноэластик тўқнашсин. ϑ_1 ва ϑ_2 лар шарларнинг марказларини бирлаштрувчи туғри чизиқ бўйлаб йўналган. Урилишдан кейинги тезликни **V'** билан белгилаб икки шардан иборат берк система учун импулснинг сақланиш қонунини ёзайлик

$$m_1\vec{\vartheta}_1 + m_2\vec{\vartheta}_2 = (m_1 + m_2)V'$$

Бундан

$$V' = \frac{m_1\vec{\vartheta}_1 + m_2\vec{\vartheta}_2}{m_1 + m_2} \qquad (4.59)$$

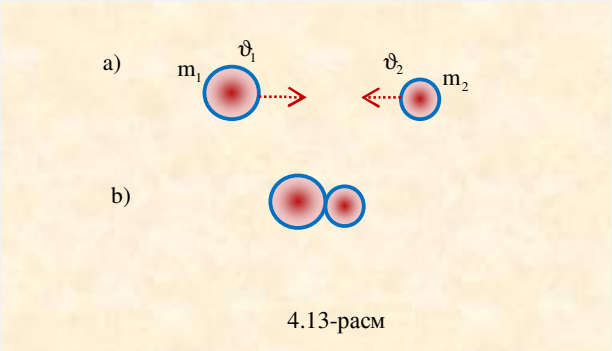
Мазкур ифода асосида қуйидаги хулосаларга келамиз

а) шарлар бир - бирига қараб ҳаракатланса (4.13-расм), урилишдан сўнг иккала шарнинг биргаликдаги ҳаракатининг йўналиши $|m_1\vartheta_1|$ ва $|m_2\vartheta_2|$ ларга боғлиқ.

б) шарлар бир - бири томон ҳаракатланса, лекин $|m_1\vartheta_1| = |m_2\vartheta_2|$ бўлса, урилишдан сўнг шарлар механик ҳаракатларини давом эттирмайди , яъни $V' = 0$;

в) шарлар бир томонга ҳаракатланса, урилишдан сўнг ҳам улар ўша томон ҳаракатларини давом эттиради. Урилишгача шарлар эга бўлган умумий кинетик энергия $\frac{m_1\vartheta_1^2}{2}+\frac{m_2\vartheta_2^2}{2}$ ва урилишдан кейинги умумий кинетик энергиянинг $\frac{m_1+m_2}{2}*(V')^2$ фарқи диформация ишига (A_D) тенг

$$A_D = \frac{m_1\vartheta_1^2}{2}+\frac{m_2\vartheta_2^2}{2} = \frac{m_1+m_2}{2}*(V')^2 \qquad (4.60)$$



4.13-расм

Бундаги В′ ўрнига унинг қиймати (4.59) ни қўйсак ва бир қатор математик амаллардан сўнг қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз

$$A_D = \frac{m_1+m_2}{2(m_1+m_2)}*(\vartheta_1+\vartheta_2)^2 \qquad (4.61)$$

Агар тўқнашаётган шисмлардан бири қўзғалмас бўлса, (4.61) ифода янада соддароқ кўринишга келади. Масалан: $\vartheta_2 = 0$ деб олсак,

$$A_D = \frac{m_1m_2}{2(m_1+m_2)}*(\vartheta_1)^2 = \frac{m_2}{m_1+m_2}*\frac{m_1\vartheta_1^2}{2} \qquad (4.62)$$

бўлади. Агар урилишгача биринчи жисмнинг кинетик энергияси $\frac{m_1\vartheta_1^2}{2}$ эканлигини эътиборга олсак, (4.62) ни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$A_D = \frac{m_2}{m_1+m_2} * E_1 . \qquad (4.63)$$

Шунинг учун каттароқ деформацияларни ҳосил қилиш лозим бўлган ҳолларда (Масалан: темирчиликда) қўзғалмас жисм массаси (m_2) урувчи жисмнинг массаси (m_1) дан каттароқ бўлгани қулайроқдир. Аксинча, мих ёки қозиқ қоқишда болғаниинг массаси (m_1) мих ёхуд қозиқникидан каттароқ бўлгани маьқул.

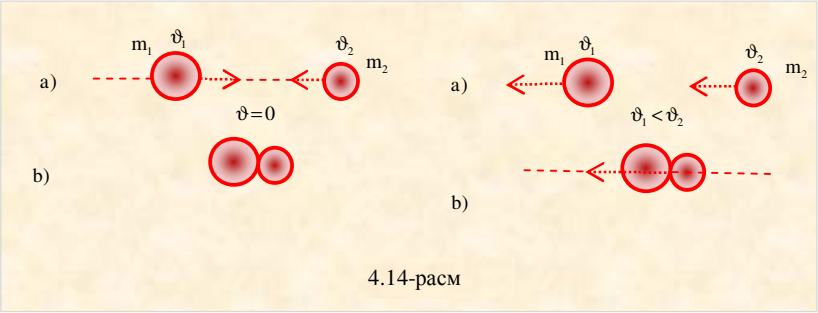
б). Абсолют эластик урилиш.

Фил суяги каби моддалардан иборат жисмларнинг урилиши абсолют эластик урилишга анча яқин бўлади. Абсолют эластик урилишнинг характерли ҳусусиятлари қуйидагилар:

а) урилиш чоғида жисмларнинг эластик деформацияланиши вужудга келади, лекин урилишдан сўнг бутунлай йўқолади, яъни жисмларнинг шакли тикланади;

б) жисмларнинг деформацияланишида кинетик энергия қисман (ёки тўлиқ) эластик деформациянинг потенциал энергиясига айланади, жисмлар ўз шаклларини тиклаётганда эса яна кинетик энергияга айланади, кинетик энергия бошқа турдаги энергияларга, хусусан ички энергияга айланмайди;

в) урилишдан сўнг жисмлар биргаликда ҳаракатланмайди.



4.14-расм

Абсолют эластик урилишда система импулсининг сақланиш қонуни ва система механик энергиясининг сақланиш қонуни бажарилади. Мазкур қонунлар массалари m_1 ва m_2 бўлган шарларнинг марказий урилиши учун қуйидагича ёзилади

$$m_1\vec{\vartheta}_1 + m_2\vec{\vartheta}_2 = m_1V_1' + m_2V_2' , \qquad (4.65)$$

$$\frac{m_1\vartheta_1^2}{2} + \frac{m_2\vartheta_2^2}{2} = \frac{m_1(V_1^1)^2}{2} + \frac{m_2(V_2^1)^2}{2} . \qquad (4.66)$$

Бу тенгламалардаги ϑ_1 ва ϑ_2 шарларнинг тўқнашишидан олдинги, V'_1 ва V'_2 эса урилишдан кейинги тезликлари. (4.65) ва (4.66) ни биргаликда ечиб

$$V_1^1 = \frac{2m_2\vartheta_2 \pm (m_1 - m_2)\vartheta_1}{m_1 + m_2},$$
$$V_2^1 = \frac{2m_1\vartheta_1 \pm (m_1 - m_2)\vartheta_2}{m_1 + m_2}. \qquad (4.67)$$

ифодаларни ҳосил қиламиз. Баъзи хусусий ҳолларни муҳокама қилайлик.

1. Шарлардан бири тинч турган бўлсин, яъни $\vartheta_2 = 0$. У ҳолда (4.67) ифодалар қуйидаги кўринишга келади:

$$V_1^1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\vartheta_1,$$
$$V_2^1 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\vartheta_1. \qquad (4.68)$$

Демак, урилишдан кейинги шарлар тезликларининг катталиклари улар массаларини нисбатига боғлик бўлади. Агар шарлардан бирининг массаси иккинчисига нисбатан ниҳоят катта, яъни $m_1 << m_2$ шарт бажарилса

$$V_1' = -V_2', \qquad V_2' = 0. \qquad (4.69)$$

бўлади. Бундай ҳол эластик шар деворга (деворни массаси ва радиуси ниҳоят катта деб ҳисобланади) урилганда амалга ошиши мумкин. Шунинг учун деворга урилган шар тезлигининг қиймати сақланади, йўналиши эса тескарисига ўзгаради. Бошқача қилиб айтганда, шар девордан эластик равишда орқага қайтиб кетади.

3. Массалари тенг (яъни $m_1 = m_2$) бўлган шарлар бир - бири билан тўқнашган ҳолда (4.69) ифодалар

4.

$$V_1' = \vartheta_2, \qquad V_2' = \vartheta_1.$$

кўринишга келади. Демак, шарлар тезликларини айрибошлайди (алмаштиради).

Синов саволлари:

1. Иш ва энергия хакида тушунча беринг?
2. Консерватив ва ноконсерватив кучлар?.
3. Энергия. Кинетик ва потенциал энергия ?
4. Энергиянинг сакланиш конунини келтириб чикаринг?
5. Эластик ва ноэластик шарлар тўкнашиш нима?

МАСАЛАЛАР ЕЧИШ НАМУНАЛАРИ

1-масала. Кўтарма кран тинч турган юкни 2 м/с^2 тезланиш билан кўтариш жараёнида биринчи 5 секунд давомида $2{,}95 \cdot 10^4$ Ж иш бажарган. Юкнинг массасини аниқланг?

Берилган: a=2 м/с^2; t=5 с; A=29500 Ж; v_0=0.

m = ?

Ечиш: 1. Кўтарувчи куч ва кўчиш йўналиши мос бўлган ушбу ҳолда бажарилган иш

$$A=F \cdot S$$

га тенг.

2. Иккинчи томондан юкка ҳаракат йўналишига тескари йўналган оғирлик кучи (mg) ҳам таъсир қилади. Шунинг учун a тезланиш билан юқорига кўтарилаётган юкнинг ҳаракат тенгламаси қуйидагича бўлади:

$$F - mg = m \cdot a\ .$$

Бундан

$$F = m \cdot (g + a)$$

ифодага келамиз.

3. Бошланғич тезлиги бўлмаган (v_0=0) юк *a* тезланиш билан ҳаракатланиб t вақт давомида

$$S = \frac{at^2}{2}$$

масофага кўчади.

4. F ва S ларнинг қийматларини ўрнига қўйиб, бажарилган иш учун:

$$A=F \cdot S=m \cdot (g+a)\ \cdot \frac{at^2}{2}$$

ифодани ҳосил қиламиз. Бундан эса юкнинг массасини топамиз.

$$m=\frac{2A}{(g+a)at^2}\ .$$

5. Ҳисоблаймиз:

$$m=\frac{2\cdot 29500}{\left(9.8\frac{m}{c^2}+2\frac{m}{c}\right)\cdot 2\frac{m}{c^2}\cdot 25c^2}=100\,кг\cdot$$

Жавоби: m=100 кг.

2-масала. Оғирлиги 0,08 Н бўлган ўқ милтиқдан горизонтал йўналишда учиб чиқди. Нишон 400 м узоқликда жойлашган бўлиб, ўқ нишонга этиб келгунча 2 м пасайди. Ўқнинг милтиқдан учиб чиқиш вақтидаги кинетик энериясининг топинг.

Берилган: P=0,08 Н, S=400 м, h=2 м.

W_K = ?

Ечиш: 1. Ўқнинг кинетик энергияси

$$W_k=\frac{m\upsilon^2}{2}$$

формула ёрдамида аниқланади.

2. Ўқ учиш жараёнида икки ҳаракатда қатнашяпти. Биринчи ҳаракат (эркин тушиш ҳаракати) туфайли ўқ h масофа пастга тушиб қолди. Бу ҳаракат учун

$$h=\frac{gt^2}{2}$$

ифода ўринли. Бунда ўқ нишонга этиб келиши лозим бўладиган вақтни топамиз:

$$t^2=\frac{2h}{g} \quad \text{ва} \quad t=\sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Ҳаракатнинг иккинчиси (горизонтал йўналишдаги ҳаракат) туфайли ўқ t вақт дамомида S масофани босиб ўтди. Шунинг учун ўқ тезлиги

$$\upsilon=\frac{S}{t}=\frac{S}{\sqrt{\frac{2h}{g}}}=\sqrt{\frac{g}{2h}}.S$$

ифода билан аниқланиши лозим.

3. Кинетик энергия формуласига тезлик қийматини қўйиб

$$W_K=\frac{m\upsilon^2}{2}=\frac{m}{2}\left(S\sqrt{\frac{g}{2h}}\right)^2=\frac{mgS^2}{4h}=\frac{PS^2}{4h}$$

ифодани ҳосил қиламиз.

4. Ҳисоблаймиз:

$$W_K = \frac{0,08H \cdot (400)^2}{4 \cdot 2} = 1600\ Ж.$$

Жавоби: Милтиқдан чиқиш пайтида ўқнинг кинетик энергияси 1600 Ж бўлган.

3-масала. Йўлнинг горизонтал қисмида 10 м/с тезлик билан ҳаракатланаётган трамвайга фавқулодда ҳодиса туфайли кескин тормоз берилди. У тўхтагунча қанча масофага сирпаниб боради? Ишқаланиш коэффициенти 0,2 деб олинсин.

Берилган: υ=10 м/с; μ=0,2; g=9,8 м/с^2.

S=?

Ечиш: 1. Трамвай кинетик энергиясининг S масофадаги ўзгариши ишқаланиш кучининг шу S йўлда бажарган ишига тенг:

$$\Delta W_K = F_{ишк} \cdot S$$

2. Мазкур ҳолда:

$$\Delta W_K = \frac{m\upsilon^2}{2}.$$

Чунки охирги вазиятда трамвайнинг тезлиги (демак, кинетик энергияси ҳам) нолга тенг.

3. ΔW_K нинг бу қийматини ва ишқаланиш кучи

$$F_{ишк} \cdot S = \mu\, mg$$

эканлигини ҳисобга олиб,

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = \mu \cdot m \cdot g \cdot S$$

тенгламани тузамиз. Бундан

$$S = \frac{\upsilon^2}{2 \cdot \mu \cdot g}$$

тенгламани ҳосил қиламиз.

4. Ҳисоблаймиз:

$$S = \frac{\left(10\,\frac{м}{с}\right)^2}{2 \cdot 0,2 \cdot 9,8\,\frac{м}{с^2}} = 25,5\,м\ .$$

Жавоби: Трамвай 25,5 м метр масофага сирпаниб боради.

4-масала. 10 м баландликдан коптокни вертикал равишда пастга 14 м/с тезлик билан отилди. Ерга урилиб қайтгач, копток қанча баландликка кўтарилади?

Берилган: h_1=10 м; υ_1=14 м/с; g=9,8 м/с^2.

h_2=?

Ечилиши: 1. Энергиянинг сақланиш қонунига асосан h_1 баландликдаги тўлиқ механик энаргия (W_1) ва h_2 ,баландликдаги тўлиқ механик энергия $W_1=W_2$.

2. h_1 ва h_2 баландликдаги тўлиқ механик энергиянинг қийматлари қуйидагича аниқланади:

$$W_1=W_{n_1}+W_{k_1}=mgh_1+\frac{m\upsilon_1^2}{2},$$

$$W_2=W_{n_2}+W_{k_2}=mgh_2.$$

3. W_1 ва W_2 нинг қийматларини тенглаштирамиз

$$mgh_1+\frac{m\upsilon_1^2}{2}=mgh_2.$$

Бундан

$$h_2=h_1+\frac{\upsilon_1^2}{2g}.$$

ифодани ҳосил қиламиз.

4. Ҳисоблаймиз:

$$h_2=10\text{м}+\frac{\left(14\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2\cdot 9,8\frac{\text{м}}{\text{с}^2}}=20\text{м}.$$

Жавоб: Копток ердан қайтиб 20 м баландликка кўтарилган.

Мустақил ечиш учун масалалар

1. 500 кг массали жисмни 10 м/с тезлик билан 5 с да текис кўчириш учун қандай иш бажариш керак? Куч йўналишини ҳаракат йўналиши билан мос тушади деб ҳисобланг. Ишқаланиш коэффиценти 0,02 га тенг.

2. $2\cdot10^3$ массали автомобиль жойидан 20 м/с^2 тезланиш билан қўзғалиб, горизонтал йўлда 5 с ичида тезлигини оширди. Агар қаршилик коэффициенти 0,01 га тенг бўлса, бу вақтда қанча иш бажаради.

3. 20кг массали жисмни тинч ҳолатдан, 10 с ичида 20 м баландликка текис тезланувчан кўтаришда бажарилган ишни аниқланг. Ҳавонинг қаршилигини ҳисобга олманг.

4. Массаси $3\cdot10^3$ кг бўлган вагонеткани рельс бўйлаб қиялиги горизонтга нисбатан 30^0 бўлган тоққа кўтаришди. Вагонетканинг 0,2 м/с^2 тезланиш билан

ҳаракатланаётганлиги маълум бўлса, тортиш кучи 50 м йўлда қандай иш бажарган. Ишқаланиш коэффиценти 0,1 га тенг.

5. 31 кг массали юкни горизонтал сирт бўйлаб горизонтга 60^0 бурчак остида таъсир қилувчи куч ёрдамида ўзгармас тезлик билан кўчирилмоқда. Ишқаланиш коэффиценти 0,7. Жисмни 5м га кўтаришда 500 Ж иш бажарилди. Юкка қўйилган кучнинг катталиги нимага тенг.

6. Бир хил узунликдаги 9,8 ва 19,6 Н/м бикрликка эга бўлган пружиналарнинг учлари параллел бирлаштирилган. Пружиналарни 1 см га чўзиш учун қандай иш бажариш керак.

7. Агар пружиналар кетма-кет уланган бўлса, уларни чўзиш учун қанча иш бажариш керак (6-масала шартига қаранг).

8. Томони 6 см бўлган кубча сув остида юқори нуқталари сув сиртига тегиб турадиган қилиб ушлаб турилибди. Агар кубчани қўйиб юборилса итариб чиқарувчи куч қандай иш бажаради. Кубча тайёрланган модданинг зичлиги 500 кг/м^3.

9. Горизонтал йўлда 36 км/соат тезлик билан кетаётган 10^6 кг массали поезд тормозлангач 40 с дан кейин тўхтади. Тормозланишда поезд эришган ўртача қувватни топинг.

10. Массаси $3\cdot10^4$ кг бўлган танк горизонтга нисбатан қиялиги 30^0 бўлган тоққа кўтарилмоқда. Агар танкнинг фойдали қуввати $3{,}6\cdot10^5$ Вт бўлса, у қандай максимал тезликка эришиши мумкин? Ҳаракатга қаршиликни ҳисобга олманг.

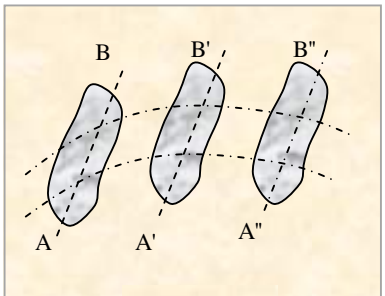
11. Агар 10^3 кг массали автомобиль 36 км/соат ўзгармас тезлик билан: а) горизонтал йўл билан; б) ҳар 100 м да 5 м қиялиги бўлган тоққа; в) худди шундай қияликдаги тоғдан пастга тушса, унинг двигатели қандай қувватга эришади. Ишқаланиш коэффициенти 0,07 га тенг.

12. Массаси 10 кг бўлган юк 20 м баландликдан тинч ҳолатдан эркин тушади. Жисм ерга урилган пайтда кинетик энергияси нимага тенг ва траекториясининг қайси нуқтасида кинетик энергия потенциал энергиядан 3 марта катта. Ҳавонинг қаршилигини ҳисобга олманг.

V-БОБ
ҚАТТИҚ ЖИСМЛАР МЕХАНИКАСИ

5.1. Қаттиқ жисм ҳақида асосий тушунчалар

Ҳар қандай жисм унга қўйилган куч таъсирида ўз шакли ва ўлчамини ўзгартиради, яъни деформацияланади. Табиатда мутлақо деформацияланмайдиган жисм йўқ. Лекин кўпчилик ҳолларда жисмлар ҳаракатланганда улар деформацияланмайди деб айтилади. Бошқача айтганда, қаттиқ жисмнинг ихтиёрий олинган икки нуқтаси орасидаги масофа ўзгармас бўлади. Қаттиқ жисмнинг ҳар қандай ҳаракатини иккита асосий ҳаракат: илгариланма ва айланма ҳаракатга бўлиш мумкин. Қаттиқ жисмнинг илгариланма ҳаракатида унинг икки нуқтасини туташтирувчи тўғри чизиқ ўз-ўзига параллел ҳолда кўчади (5.1-расм). Қаттиқ жисмни фикран *n* та майда бўлакларга бўлиш мумкин. Лекин унинг ҳар бир бўлакчасининг ўлчамлигидан анча кичик бўлсин. Бу ҳолда қаттиқ жисмни *n* та моддий нуқта системасидан иборат деб қараш мумкин бўлиб, қаттиқ жисм массаси *m* шу моддий нуқталар йиғиндисига тенг бўлади:



5.1-расм

$$m=\sum_{i=1}^{n} m_i \ .$$

Бу ерда m_i – i бўлакнинг массаси. Фараз қилайлик, қаттиқ жисмнинг шу бўлагининг ҳаракат тезлиги υ бўлсин. Бундай моддий нуқта учун Нютоннинг иккинчи қонунининг математик ифодаси

$$\frac{d}{dt}\left(m_i \upsilon_i\right)=F_i+f_i$$

бўлади. Бу тенгламада F_i – жисмнинг i - бўлагига бошқа бўлакчалари томонидан бўлаётган таъсир кучлари – ички кучлар, f_i – эса шу бўлакка таъсир қилаётган ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчисидир. Агар қаттиқ жисмнинг ҳар бир бўлаги учун охирги тенгламани ёзиб, уларнинг йиғиндисини олсак,

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{d}{dt}\left(m_i \upsilon_i\right)=\sum_{i=1}^{n} F_i+\sum_{i=1}^{n} f_i$$

бўлади. Нютоннинг учинчи қонунига асосан ички кучлар йиғиндиси $\sum_{i=1}^{n} f_i=0$ бўлганлигидан

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{d}{dt}(m_i\upsilon_i)=\sum_{i=1}^{n}F_i$$

ёки

$$\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n}(m_i\upsilon_i)=\sum_{i=1}^{n}F_i=F.$$

Агар қаттиқ жисм фақат илгариланма ҳаракат қилса, унинг ҳамма нуқталарининг тезланиши бир хил бўлади. Шунинг учун,

$$\frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{n}m_i\upsilon_i\right)=\sum_{i=1}^{n}m_i\cdot\frac{d\upsilon}{dt}$$

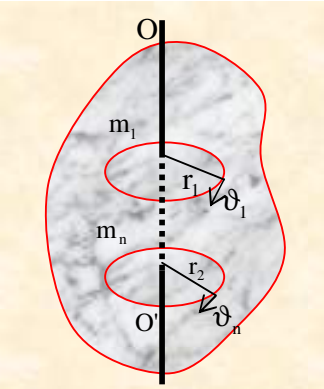
кўринишда ёзамиз ва $\sum_{i=1}^{n}m_i=m$ эканлигини эътиборга олсак, уни қуйидаги кўринишда ёза оламиз

$$m\frac{d\upsilon}{dt}=F.$$

Ушбу тенгликни қаттиқ жисмнинг *илгариланма ҳаракат тенгламаси* ва

$$\sum_{i=1}^{n}F_i=F$$

тенглама эса жисмга таъсир қилаётган *ташқи кучлар бош вектори ёки ташқи кучлар тенг таъсир этувчиси* деб юритилади. Ушбу тенгламаларни моддий нуқта ҳаракат тенгламаси билан солиштирсак қуйидаги фикрга келамиз: *қаттиқ жисм илгариланма ҳаракатини шу кузатилаётган қаттиқ жисм массасига тенг моддий нуқта ташқи кучлар бош вектори таъсирида ҳаракатланяпти,* деб қараш мумкин. Агар қаттиқ жисм ҳаракати мураккаб бўлса, унинг ҳар бир нуқтаси ўзига хос тезланишга эга бўлганлигидан бундай ҳаракатни битта моддий нуқта ҳаракати билан аламаштириб бўлмайди. $m\frac{d\upsilon}{dt}=F$ тенгламани механик система масса маркази ҳаракати учун ўринли бўлган $\frac{d(m\upsilon_s)}{dt}=F$ тенглама билан таққосласак, ҳаракати *m* массали қаттиқ жисм ҳаракатига эквивалент бўлган бу нуқта қаттиқ жисм масса маркази эканлигига ишонч ҳосил қиламиз. Демак, *жисмнинг масса маркази шундай моддий*



5.2-расм

нуқта каби ҳаракат қиладики, бу нуқта массаси қаттиқ жисм массасига тенг бўлиб, унга ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчиси таъсир қилади.

5.2. Қўзғолмас ўқ атрофида айланаётган қаттиқ жисмнинг инерция моменти ва кинетик энергияси

Қўзғолмас OO' ўқи атрофида айланаётган абсолют қаттиқ жисмни кўрайлик (5.2-расм). Текширилаётган қаттиқ жисм n та моддий нуқталардан иборат бўлсин. Моддий нуқталарнинг массалари m_1, m_2 ,..., m_n таъсир этувчи ташқи кучлар F_1, F_2 , ..., F_n, чизиқли тезликлари ϑ_1, ϑ_2 , ..., ϑ_n ва бурчак тезлиги ω бўлсин. Жисмнинг айланма ҳаракат кинетик энергиясини топиш учун ҳар бир моддий нуқтанинг кинетик энергиясини топиб, сўнгра уларнинг йиғиндисини оламиз

$$\frac{m_1\vartheta_1^2}{2}=\frac{m_1}{2}\left(\omega\cdot r_1\right)^2=m_1r_1^2\frac{\omega^2}{2},$$
$$\frac{m_2\vartheta_2^2}{2}=\frac{m_2}{2}\left(\omega\cdot r_2\right)^2=m_2r_2^2\frac{\omega^2}{2},$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$\frac{m_n\vartheta_n^2}{2}=\frac{m_n}{2}\left(\omega\cdot r_n\right)^2=m_nr_n^2\frac{\omega^2}{2},$$

ёки

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{m_i\vartheta_i^2}{2}=\sum_{i=1}^{n}m_ir_i^2\frac{\omega^2}{2}. \qquad (5.1)$$

(5.1) – тенгликда

$$\sum_i\frac{m_i\vartheta_i^2}{2}=Z$$

ва

$$\sum_i m_ir_i^2=J \qquad (5.2)$$

деб белгиласак, қўзғолмас ўқ атрофида айланувчи қаттиқ жисмнинг кинетик энергиясининг ифодасини қуйидагича ёзамиз

$$Z=\frac{J\omega^2}{2}. \qquad (5.3)$$

Бу тенгликни илгариланма ҳаракатдаги жисм кинетик энергияси ($E_k=\frac{m\vartheta^2}{2}$) билан таққосласак, айланма ҳаракатдаги жисмнинг инерция моменти J жисм

инертлигининг ўлчови эканлиги келиб чиқади. Жисмнинг инерция моменти қанча катта бўлса, жисм катта тезлик олиши учун шунча кўпроқ энергия сарфлаш керак. (5.2) - тенгликдаги J жисмнинг OO' айланиш ўқига нисбатан *инерция моменти* дейилади. (5.2) - тенгликдан *моддий нуқтанинг инерция моменти моддий нуқта массасининг нуқтадан айланиш ўқигача бўлган масофа квадратига кўпайтирилганига тенглиги келиб чиқади*

$$J = m r^2. \tag{5.4}$$

Халқаро бирликлар тизимида жисмнинг инерция моменти (5.4) тенгликка кўра кг·м^2 ларда ўлчаниши келиб чиқади. Горизонтал текисликда ҳаракатланаётган ғилдиракли жисм энергияси, жисмнинг илгариланма ҳаракати ва айланма ҳаракатидаги кинетик энергияларининг йиғиндисидан ташкил топади

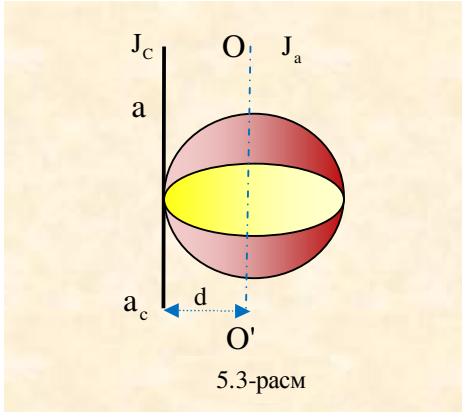
$$W = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}. \tag{5.5}$$

Қатъий қилиб айтганда, жисмнинг m массаси унинг V ҳажми бўйича узлуксиз тақсимланган механик система сифатида қараш лозим, бунда жисмнинг инерция моменти

$$J=\int_{(m)} \rho^2 dm=\int_{(V)} \rho^2 D dV \tag{5.6}$$

бўлади. Бу ерда D - жисмнинг зичлиги, dm=DdV - жисмнинг айланиш ўқидан ρ масофада турган dV ҳажм кичик элементининг массаси. Жисмнинг инерция моменти унинг материалига, шаклига, ўлчамига, шунингдек, жисмнинг айланиш ўқига нисбатан жойлашишига боғлиқ.

Агар *Штейнер теоремасидан* фойдаланилса, ихтиёрий ўққа нисбатан жисмнинг инерция моментини ҳисоблаш осонлашади: *жисмнинг ихтиёрий а ўққа нисбатан инерция моменти, бу ўққа параллел ва жисмнинг S масса марказидан ўтган ўққа нисбатан инерция моменти J_c билан жисм массаси m ни шу ўқлар орасидаги масофанинг квадратига кўпайтмасининг йиғиндисига тенг (5.3-расм)*



5.3-расм

$$J_a = J_C + m d^2 \tag{5.7}$$

Бу теоремани исботлаймиз. 5.3-расмда a ва a_c ўқлар чизма текислигига тик йўналган, массаси dm бўлган жисмнинг кичик элементидан бу ўқларгача бўлган масофалар a ва a_c билан белгиланган. Косинуслар теоремаси

$$\rho^2 = \rho_0^2 + d^2 + d\rho_c \cos\varphi$$

бўйича

$$J_a = \int_{(m)} \rho^2 dm = \int_{(m)} \rho_c^2 dm + md^2 + 2d \int_{(m)} x^* dm$$

бўлади. Бу ерда $x^* = \rho_c \cdot \cos\varphi$ - жисм dm элементининг бошланиши жисм масса марказида ва абциссаси a ва a_c ўқлар билан кесишувчи ва улар ётган текисликка тик бўлган координаталар системасидаги абциссадир. Масса марказининг (5.4) таърифидан

$$\int_{(m)} x^* dm = m x_c^* = 0$$

бўлиши келиб чиқади, чунки жисмнинг масса маркази координата боши билан мос тушади. Шундай қилиб (5.7) муносабатнинг тўғрилиги исботланди. Содда шаклли жисмлар инерция моментларини ҳисоблашга бир неча мисоллар кўрамиз.

1-мисол. Массаси m ва радиуси R бўлган юпқа деворли доиравий цилиндрнинг ўқига нисбатан инерция моментини топамиз. Бундай цилиндрнинг ҳамма кичик элементлари унинг масса маркази S дан ўтган ўқдан бир хил R масофада жойлашган. Шунинг учун

$$J_S = \int_{(m)} R^2 dm = mR^2 \tag{5.8}$$

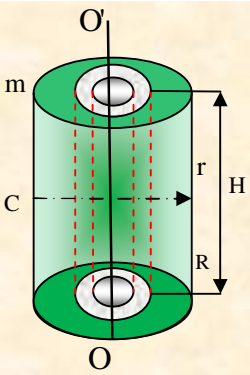
бўлади.

2-мисол. Массаси m ва радиуси R булган бир жинсли яхлит цилиндрнинг ўқига нисбатан инерция моментини топамиз. Цилиндрни фикран жуда кўп сонли умумий ўқли юпқа цилиндрларга бўламиз. Айтайлик улардан бирортасининг радиуси r, деворининг қалинлиги эса dr<<r бўлсин. Бу кичик цилиндр элементининг инерция моменти

$$dJ_C = r^2\,dm = 2\pi r^2\ rHD\,dr \qquad (5.9)$$

бўлади. Бу ерда H - цилиндр баландлиги; D - унинг зичлиги. Яхлит цилиндрнинг инерция моментини унинг ҳамма кичик элементлари инерция моментларини йиғиб, яъни (5.9) ифодани r бўйича 0 дан R гача интеграллаб топамиз

$$J_C = 2\pi HD\int_0^R r^2 dr = \frac{1}{2}\pi R^2 HD = \frac{mR^2}{2} \qquad (5.10)$$



5.4-расм

бунда $m = \pi DR^2 H$ цилиндрнинг массаси (5.4-расм).

3-Мисол. Массаси m ва узунлиги *l* бўлган бир жинсли ингичка стерженнинг ўртасидан ўтган ўққа нисбатан инерция моментини топамиз. Стерженни фикран кичик бўлакчаларга бўламиз. Айтайлик x - бундай бўлаклардан бирининг айланиш ўқигача бўлган масофаси, dx- бўлакчанинг узунлиги. У ҳолда бу элементнинг инерция моменти

$$dJ_c = x^2 dm = x^2 DS\,dx \qquad (5.11)$$

бўлади. Бу ерда S - стерженнинг кўндаланг кесим юзаси; D- унинг зичлиги. Стерженнинг биринчи ярмининг инерция моментини (5.11) ифодани x бўйича 0 дан *l*/2 гача интеграллаб топамиз, бутун стерженнинг инерция моменти икки марта катта

$$J_c = 2DS\int_0^{l/2} x^2 dx = \frac{2}{3}DS\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{ml^2}{12}, \qquad (5.12)$$

чунки стерженнинг массаси m=DS1. Ва ниҳоят, m массали ва R радиусли бир жинсли шарнинг унинг марказидан ўтган ўққа нисбатан инерция моментини келтирамиз

$$J_C = \frac{2}{5}mR^2. \qquad (5.13)$$

5.3. Куч моменти. Импулс моменти ва унинг ўзгариш қонуни. Айланма ҳаракат динамикасининг асосий тенгламаси

Айтайлик, қаттиқ жисм n-та моддий нуқталардан иборат бўлсин. Моддий нуқта массаларини m_1, m_2 ,..., m_n , таъсир этувчи ташқи кучларни F_1, F_2 , ... F_n, айланиш ўқидан қаттиқ жисмгача бўлган масофаларни r_1, r_2, ... r_n, чизиқли тезликларини ϑ_1, ϑ_2, ..., $\vartheta_н$ ва бурчак тезлигини ω билан белгилайлик. Моддий нуқталарга таъсир этувчи кучларни динамиканинг иккинчи қонунига асосан топиб, сўнгра уларни йиғиндисини оламиз

$$\begin{aligned} F_1 &= m_1\frac{d\vartheta_1}{dt} = m_1 r_1 \cdot \frac{d\omega}{dt} = m_1 r_1 \varepsilon, \\ F_2 &= m_2\frac{d\vartheta_2}{dt} = m_2 r_2 \cdot \frac{d\omega}{dt} = m_2 r_2 \varepsilon, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ F_n &= m_n\frac{d\vartheta_n}{dt} = m_n r_n \cdot \frac{d\omega}{dt} = m_n r_n \varepsilon. \end{aligned} \tag{5.14}$$

(5.14) - тенгламалар тизимининг ҳар икки томонларини: $r_1, r_1, \ldots, r_n$ га кўпайтирамиз ва қўшамиз

$$F_1 r_1 + F_2 r_2 + \ldots + F_n r_n = (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots m_n r_n^2)\varepsilon \tag{5.15}$$

ёки

$$M_1 + M_2 + \ldots + M_n = (J_1 + J_2 + \ldots J_n)\varepsilon$$

У ҳолда

$$M_1 + M_2 + \ldots + M_n = M$$

ва

$$J_1 + J_2 + \ldots J_n = J$$

деб белгиласак, (5.15)-тенгликни

$$M = J \cdot \varepsilon \tag{5.16}$$

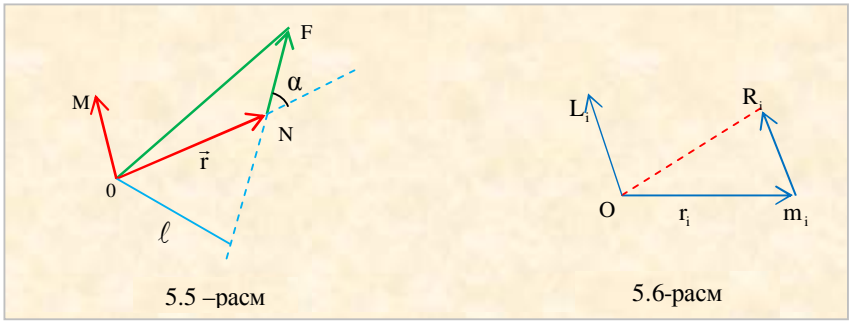
кўринишда ёзамиз. (5.16) - тенглик айланма ҳаракат учун динамиканинг *иккинчи қонунини* ифодалайди. Бу тенгликка кўра жисмга қўйилган айлантирувчи *куч моменти жисмнинг инерция моментинининг бурчак тезланишга кўпайтмасига тенг.* (5.16) тенгликдан кўринадики, айлантирувчи момент ҳосил қилган бурчак тезланиш (ε) жисмнинг инерция моментига боғлиқ ҳолда ўзгаради, яъни жисмнинг инерция моменти қанча катта бўлса, бурчак тезланиши шунча кичик

бўлади. *Қўзғолмас О нуқтага нисбатан F кучнинг моменти* деб, О нуқтадан F куч қўйилган N нуқтага ўтказилган r радиус-вектор билан шу кучнинг вектор кўпайтмасига айтилади

$$\vec{M}=\left[\vec{r}\cdot\vec{F}\right]. \qquad (5.17)$$

M вектори r ва F векторлар текислигига ўнг парма қоидаси бўйича тик йўналган (5.5-расм). Куч моментининг модули

$$M=F\cdot r\sin\alpha=F\cdot\ell \qquad (5.18)$$



5.5 –расм 5.6-расм

формула билан аниқланади. Бу ерда α - r билан F орасидаги бурчак, ℓ=rsin α - 0 нуқтадан F кучнинг таъсир чизиғига туширилган тик чизиқнинг узунлиги. Бунда ℓ катталик *F* кучнинг *елкаси* дейилади.

5.4. Импулс моменти

Моддий нуқтанинг қўзғолмас О нуқтага нисбатан *импулс моменти* L_i деб, моддий нуқтанинг О нуқтадан ўтган r_i - радиус вектори билан шу моддий нуқтанинг $R_i = m_i V_i$ - импулсининг вектор кўпайтмасига айтилади (5.6-расм)

$$\vec{L_i}=\left[\vec{r_i}m_i\vec{V_i}\right]=\left[\vec{r_i}\vec{P_i}\right]. \qquad (5.19)$$

Мос ҳолда, қўзғолмас О нуқтага нисбатан механик системанинг *импулс моменти* деб, системанинг барча моддий нуқталарининг шу нуқтага нисбатан импулс моментларининг геометрик йигиндисига тенг бўлган векторга айтилади

$$\vec{L}=\sum_{i=1}^{n}\vec{L_i}=\sum_{i=1}^{n}[\vec{r_i}\vec{P_i}]. \qquad (5.20)$$

(5.20) ифодани t вақт бўйича дифференциал оламиз

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n}[\vec{r}_i\vec{P}_i]=\sum_{i=1}^{n}\frac{d}{dt}[\vec{r}_i\vec{P}_i]=\sum_{i=1}^{n}[\vec{r}_i\frac{d\vec{p}_i}{dt}]$$

чунки,

$$\left[\frac{dr_i}{dt}\right]=[\vec{V}_i\vec{P}_i]=0\,.$$

(5.19) ва (5.20) ифодалардан

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n}[\vec{r}_i\vec{F}_i^{\text{ðàø}}]+\sum_{i=1}^{n}\left[\vec{r}_i\sum_{k=1}^{n}\vec{F}_{ik}\right] \qquad (5.21)$$

бўлиши келиб чиқади. Механик системага таъсир этувчи ҳамма ташқи кучларнинг О нуқтага нисбатан моментларнинг геометрик йиғиндисига тенг бўлган вектор О нуқтага нисбатан ташқи кучларнинг бош моменти дейилади.

$$\vec{M}^{\text{таш}}=\sum_{i=1}^{n}[\vec{r}_i\vec{F}_i^{\text{таш}}]. \qquad (5.22)$$

(5.21) тенгламанинг ўнг томонидаги О нуқтага нисбатан барча ички кучларнинг йиғиндисини кўрсатувчи иккинчи сумма нолга тенг эканини кўрсатамиз. Бу суммада F_{ik} ва F_{ki} кучларнинг жуфт моментлари иштирок этади

$$\vec{M}_{ik}=\left[\vec{r}_i\vec{F}_{ik}\right] \text{ ва } \vec{M}_{ki}=\left[\vec{r}_k\vec{F}_{ki}\right]$$

Нютоннинг учинчи қонунидан

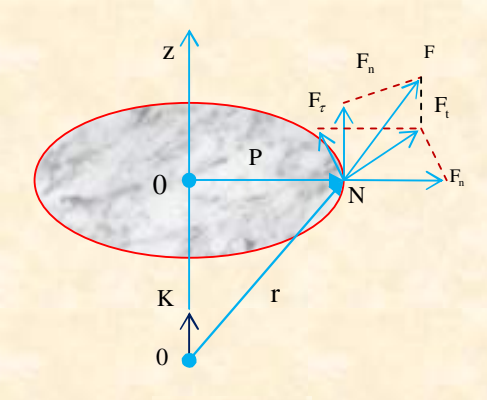
$$\vec{M}_{ik}+\vec{M}_{ki}=\left[\vec{r}_i\vec{F}_{ik}\right]+\left[\vec{r}_k\vec{F}_{ki}\right]=\left[\vec{r}_i\vec{F}_{ik}\right]-\left[\vec{r}_k\vec{F}_{ik}\right]=\left[\left(\vec{r}_i-\vec{r}_k\right)\vec{F}_{ik}\right]$$

бўлиши келиб чиқади. 5.7 - расмдан кўринадики, $\left(\vec{r}_i-\vec{r}_k\right)$ ва $\vec{F}_{ik}$ векторлар коллениардир. Шунинг учун уларнинг вектор кўпайтмалари нолга тенг. Демак,

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\vec{M}_{ik}=\sum_{i=1}^{n}\left[\vec{r}_i\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_{ik}\right]=0\,, \qquad (5.23)$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=\vec{M}^{\text{таш}} \qquad (5.24)$$

бўлади. (5.24) тенглама импулс моментининг ўзгариш қонунини ифодалайди: *қўзғолмас нуқтага нисбатан механик системанинг импулс моментидан вақт бўйича олинган ҳосила, системага таъсир қилувчи барча ташқи кучларнинг ўша нуқтага нисбатан бош моментига тенг.* Механик системанинг ўққа нисбатан *импулс моменти* деб, кўрилаётган ўқдан ихтиёрий танланган нуқтага нисбатан система импулс моменти векторининг шу ўққа проекциясига айтилади. Мос холда, *ўққа нисбатан куч моменти* деб, шу ўққа ихтиёрий танланган нуқтага нисбатан куч моменти векторининг шу ўққа проекциясига айтилади.



5.7-расм

Ўқда нуқтани танлаш шу нуқтага нисбатан импулс моменти ва куч моменти қийматларига таъсир қилади, лекин шу билан бир вақтда ўққа нисбатан импулс ва куч моментлари қийматига ҳеч қандай таъсир қилмаслигини исбот қилиш мумкин. (5.24) тенгламани маркази 0 нуқтада бўлган тўғри бурчакли декарт координата системаси ўқларидаги проекцияларидан фойдаланиб

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=M_y^{таш},\ \frac{d\vec{L}}{dt}=M_z^{таш} \qquad (5.25)$$

тенгламаларга эга бўламиз. (5.25) тенгламалардан кўринадики, қўзғолмас ўққа нисбатан механик системанинг импулс моментидан вақт бўйича олинган ҳосила системага таъсир қилувчи барча ташқи кучларнинг шу ўққа нисбатан бош моментига тенг. (5.24) тенглама қўзғолмас 0 нуқтага нисбатан L импулс ва $M^{таш}$ ташки куч моменти учун ўринли. Энди, L билан А нуқтага нисбатан эркин холда ҳаракатланаётган механик системанинг L_A импулс моменти орасида қандай боғланиш борлигини тушунтирамиз. L_A ни ҳисоблашда биз система моддий нуқталарининг координата боши 0 нуқтада бўлган қўзғолмас инерциал саноқ системасига нисбатан ҳаракатига мос келувчи P_i импулслари қийматларини қўямиз. Бунда P_A - А нуқтанинг К саноқ системасидаги радиус-вектори бўлсин. У

холда А нуқтадан системанинг биринчи нуқтасига ўтказилган радиус-вектори $P'_i = P_i - P_A$ бўлади. Шунинг учун

$$\overrightarrow{L_A} = \frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n}[\vec{r}_i\vec{P}_i] = \sum_{i=1}^{n}[\vec{r}_i\vec{P}_i] - \left[\vec{r}_A\sum_{i=1}^{n}\vec{P}_i\right]$$

ёки

$$\overrightarrow{L_A} = \vec{L} - \left[\vec{r}_A\vec{P}\right] \qquad (5.26)$$

бўлиши келиб чиқади. Бу ерда Р - системанинг К саноқ системасига нисбатан импулси. Бу муносабатни дифференциаллаб,

$$\frac{d\overrightarrow{L_A}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{L}}{dt} - [\overrightarrow{V_A}\vec{P}] - \left[\overrightarrow{r_A}\frac{d\vec{P}}{dt}\right]$$

ифодани оламиз. (5.24) га биноан, $\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}^{\text{ò à ø}}$ бўлгани учун юқоридаги ифода қуйидаги кўринишни олади

$$\frac{d\overrightarrow{L_A}}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt} - [\overrightarrow{V_A}\vec{P}] - \left[\overrightarrow{r_A}\frac{d\vec{P}}{dt}\right]. \qquad (5.27)$$

А нуқтага нисбатан ташқи кучларнинг моменти

$$M_A^{\text{таш}} = \sum_{i=1}^{n}\left[\vec{r}'\overrightarrow{F_i}^{\text{таш}}\right] = \sum_{i=1}^{n}\left[\vec{r}'\vec{F}_i^{\text{таш}}\right] - \left[\overrightarrow{r_A}\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i^{\text{таш}}\right],$$

яъни,

$$\overrightarrow{M}_A^{\text{таш}} = \overrightarrow{M}^{\text{таш}} - [\overrightarrow{r_A}\vec{F}^{\text{таш}}] \qquad (5.28)$$

(5.24), (5.27) ва (5.28) лардан

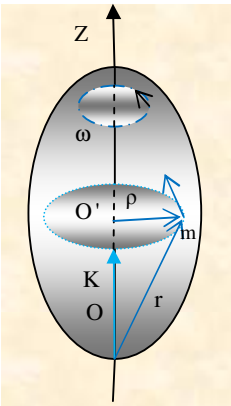
$$\frac{d\vec{L}_A}{dt} = \overrightarrow{M}^{\text{ò à ø}} - [\vec{V}_A\vec{P}] \qquad (5.29)$$

келиб чиқади. Хусусан, агар А нуқта сифатида системанинг масса маркази олинса, $V_A = V_c$ бўлиб, $[\vec{V}_c\vec{P}] = 0$ бўлади. Шунинг учун

$$\frac{d\overrightarrow{L_A}}{dt} = \overrightarrow{M}^{\text{ò à ø}} \qquad (5.30)$$

бўлиши келиб чиқади. Механик системанинг масса марказига нисбатан импулс моментидан вақт бўйича олинган ҳосила, системага таъсир этувчи барча ташқи кучларнинг ўша нуқтага нисбатан бош моментига тенг. Кўрсатиш мумкинки, ҳисоблашда тенг ҳуқуқли равишда система барча нуқталарининг К қўзғолмас саноқ системасидаги ёки унга нисбатан масса маркази тезлиги билан илгариланма ҳаракатланаётган саноқ системасидаги ҳаракатларининг импулсларини олиш мумкин. Ҳақиқатдан ҳам, $r_i'=r^*_i=r_i-r_c$ ва $v^*_i=v_i-v_c$ белгиларидан фойдаланиб,

$$L=\sum_{i=1}^{n}[\vec{r}_i^{\,*}\vec{P}_i]=\sum_{i=1}^{n}[m_i\vec{r}_i^{\,*}(\vec{v}_i^{\,*}+\vec{v}_c)]=\sum_{i=1}^{n}[\vec{r}_i^{\,*}\vec{P}_i^{\,*}]+m[\vec{r}_c^{\,*}\vec{v}_c]=\sum_{i=1}^{n}[\vec{r}_i^{\,*}\vec{P}_i^{\,*}]$$



5.8-расм

формулани оламиз, чунки $r_c^*=0$. Декарт координаталар системасини шундай жойлаштирамизки, OZ ўқ жисмнинг айланиш ўқи билан мос тушсин, унинг *к* орти эса жисмнинг бурчакли тезлиги билан бир хил йўналсин (5.8-расм). Бунда $\vec{\omega}=\omega_з\vec{k}$, бу ерда $\omega_з=\omega>0$. Қўзғолмас OZ ўқ атрофида айланувчи жисм динамикасининг тенгламаси

$$\frac{dL_Z}{dt}=M_Z^{таш} \qquad (5.31)$$

кўринишга эга бўлади. Айланувчи жисмнинг ўққа нисбатан импулс моменти билан бурчакли тезлик орасидаги боғланишни топамиз. 5.8-расмдан кўринадики, жисм таркибига кирувчи m_i массали моддий нуқтанинг радиус-вектори $\vec{r}_i=\overrightarrow{OO_i}+\vec{\rho}_i$ бўлади, бунда O_i - текширилаётган моддий нуқта ҳаракатланаётган $\vec{\rho}_i$ радиусли айлананинг маркази. Координата боши О га нисбатан жисмнинг импулс моменти

$$\vec{L}=\sum_{i=1}^{n}[\vec{r}_i m_i\vec{v}_i]=\sum_{i=1}^{n}[(\vec{O}\vec{O}m_i\vec{v}_i]+\sum_{i=1}^{n}[\vec{\rho}_i m_i\vec{v}_i].$$

Вектор $\left[\overrightarrow{OO_i}m_i\vec{v}_i\right]$ OZ ўқига тик, вектор $\left[\vec{\rho}_i m_i\vec{v}_i\right]$ эса OZ ўқ бўйлаб йўналган. Шундай қилиб,

$$L_Z=\sum_{i=1}^{n}m_i\rho_i^2\omega_z. \qquad (5.32)$$

Механик системани ташкил қилувчи ҳамма моддий нуқта m_i массаларининг айлана ўқидан уларгача бўлган ρ_i масофанинг квадратига кўпайтмасининг

йиғиндисига тенг бўлган J катталик системанинг шу ўққа нисбатан *инерция моменти дейилади*

$$J = \sum_{i=1}^{n} m_i \rho_i^{\ 2} . \qquad (5.33)$$

Шундай қилиб, жисмнинг OZ ўққа нисбатан импулс моменти

$$L_z = J\omega_z \qquad (5.34)$$

бўлади. Бу ерда J жисмнинг OZ айланиш ўқига нисбатан инерция моменти. (5.34) ни дифференциаллаб, уни қуйидаги шаклда қайта ёзишимиз мумкин

$$\frac{d}{dt}(J\omega_z) = M^{таш} \qquad (5.35)$$

Агар жисм айланиш жараёнида деформацияланмаса, унинг инерция моменти ўзгармайди ва (5.35) да уни дифференциал белгиси остидан чиқариш мумкин

$$J\frac{d\omega_z}{dt} = M_z^{\ таш}$$

ёки

$$J\varepsilon_z = M_z^{\ таш} \qquad (5.36)$$

бу ерда $\varepsilon_z = d\omega_z/dt$ - бурчакли тезланиш векторининг OZ айланиш ўқига проекцияси. (5.36) дан кўринадики, ε_z инерция моменти J га тескари пропорционал. Демак, жисмнинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти унинг шу ўқ атрофида айланишидаги жисм инертлигининг ўлчовидир.

5.5. Айланаётган қаттиқ жисмнинг кинетик энергияси

Қаттиқ жисм бир вақтда ҳам айланма, ҳам илгариланма ҳаракатда бўлиши мумкин. Бундай ҳаракатда бўлган қаттиқ жисмнинг кинетик энергияси унинг айланма ва илгариланма ҳаракатига мос келувчи кинетик энергиялар йиғиндисига тенг бўлади. Айланма ҳаракатда бўлган қаттиқ жисм кинетик энергиясини қараб чиқайлик, жисмни абсолют қаттиқ жисм деб уни моддий нуқта деб қараш мумкин бўлган n та бўлакчага бўлайлик, агар i бўлакнинг массаси m_i, чизиқли тезлиги υ_i ҳаракат қилаётган айлана радиуси r_i, айланма ҳаракат бурчак тезлиги ω бўлса бу бўлакнинг кинетик энергияси

$$K_i = \frac{m_i \upsilon_i^2}{2}$$

бўлади $\upsilon_i = \omega r_i$ эканини ҳисобга олсак,

$$K_i = \frac{m_i \omega_i^2 r_i^2}{2}.$$

Жисмнинг кинетик энергияси унинг бўлакларининг кинетик энергиялари йиғиндисига тенг

$$K = \sum_{i=1}^{n} K_i = \sum_{i=1}^{n} \omega^2 \frac{m_i r_i^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 .$$

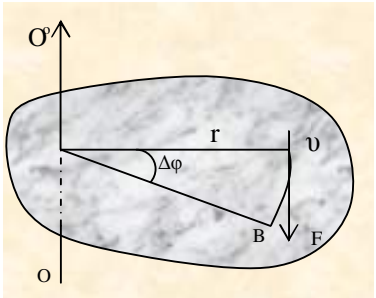
Бундан,

$$K = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 = I$$

бўлганлигидан,

$$K = \frac{I\omega^2}{2}.$$

Бу формулани илгариланма ҳаракат кинетик энергияси $\frac{m\upsilon^2}{2}$ ифодаси билан



5.9-расм

таққосласак, жисм массаси ўрнида жисмнинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти, чизиқли тезлик ўрнида айланма ҳаракат бурчак тезлиги турганини кўрамиз. Жисмга куч таъсир қилиб, уни қандайдир ўқ атрофида айланма ҳаракатга келтирганда унинг бўлаклари силжийди. Демак, иш бажарилади. Бу иш айланаётган жисм кинетик энергиясининг ўзгаришига тенг бўлади. Шу ишни ҳисоблаймиз. Жисм OO' қўзғолмас ўқ атрофида айланма ҳаракат қилаётган бўлсин. Натижавий F куч жисмнинг B нуқтасига қўйилган бўлиб, бу нуқта айланиш ўқидан r ораликда бўлсин (5.9-расм). Жисм F куч таъсирида Δφ бурчакка бурилганда B нуқта V нуқтага силжиб ΔS ёйни ҳосил қилади. Бунда бажарилган элементар иш

$$\Delta A = F dS.$$

Бунда $\Delta S = r\Delta\varphi$ бўлгани учун $\Delta A = F r \Delta\varphi$ бўлади, $Fr = M$ куч моменти бўлганлигидан

$$\Delta A = M\, d\varphi. \qquad (5.38)$$

Тўла иш эса (5.38) ни ўтилган бурчакли масофа бўйича интеграллаш орқали ифодаланилади

$$A=\int_0^{\varphi} M d\varphi. \qquad (5.39)$$

Агар жисмнинг айланма ҳаракати давомида куч моменти ўзгармас (M=const) бўлса, (5.39) дан умумий бажарилган иш

$$A=M\varphi \qquad (5.40)$$

бўлади. Демак, айланма ҳаракатда бажарилган иш куч моменти билан бурилиш бурчагига кўпайтмаси орқали аниқланар экан. (5.40) даги куч моментини инерция моменти ва бурчак тезлик ўзгариши орқали ҳамда бурчакли масофани кузатилаётган вақтга текис айланма ҳаракат қилаяпти деб қарасак, элементар иш

$$dA = M d\varphi = I\frac{d\omega}{dt}\omega dt = I\cdot\omega\cdot d\omega.$$

Бурилиш бурчаги φ_1 дан φ_2 гача ўзгарганда бурчак тезлик ω_1 дан ω_2 гача ўзгарган бўлса, умумий ишни ҳисоблаш учун шу чегараларда юқоридаги ифодани интеграллаймиз

$$A = \int_{\varphi} dA = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi = \int_{\omega_1}^{\omega_2} I\omega d\omega$$

ёки

$$A = M(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{I\omega_2^{\ 2}}{2} - \frac{I\omega_1^{\ 2}}{2}\ . \qquad (5.41)$$

(5.41) дан кўринадики, айланма ҳаракатда жисм кинетик энергиясининг ўзгариши қўйилган натижавий куч моментига боғлиқдир. Жисм бир вақтда ҳам айланма ҳам илгариланма ҳаракат қилаётган бўлсин. Айланиш масса марказидан ўтган ўқ атрофида бўлсин. Ҳамда жисм ҳаракат қилганда бу ўқ ўз-ўзига параллел кўчсин. Бундай мураккаб ҳаракат учун кинетик энергия

$$K=K_i+K_{ayl}=\frac{m\upsilon_s^{\ 2}}{2}+\frac{I\omega^2}{2}.$$

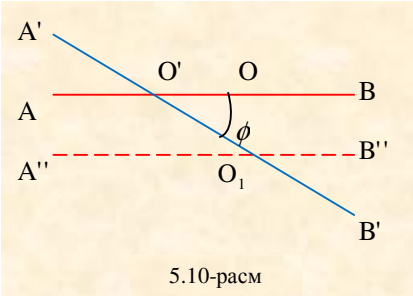
Бу ерда m – жисмнинг массаси, I – жисмнинг масса марказидан ўтган ўққа нисбатан инерция моменти, ω – шу ўққа нисбатан айланма ҳаракатнинг бурчак тезлиги, υ_c – масса марказининг чизиқли тезлиги.

5.6. Жисм инерция моментининг айланиш ўқига боғлиқлиги

Масса маркази О бўлган АВ стержен (5.10-расм) текислигига тик О’ нуқтадан ўтган ўқ атрофида ω бурчак билан айланма ҳаракат қилаётган бўлсин. Вақтнинг бирор моментида стержен ўзининг АВ ҳолатидан А’В’ ҳолатига кўчган бўлсин. Бунда масса маркази OO_1 ёй бўйича кўчади. Бу ҳаракатни иккита ҳаракатдан иборат деб қараш мумкин.

1) Стержен узунлиги бошланғич ҳолатига параллел (А’’В’’) кўчиб илгариланма ҳаракатда бўлади.

2) O_1 нуқтадан ўтувчи ўқ атрофида ўзининг янги А’В’ ҳолатига бурилади. Булардан кўринадики, бир вақтда стержен илгариланма ва айланма ҳаракатда бўлар экан. Бунда жисмнинг О’ нуқтадан ўтувчи ўқ атрофида ω бурчак тезлик билан айланма ҳаракат энергияси икки қисмдан иборат деб қараш мумкин. Биринчи қисм стерженнинг илгариланма ҳаракат кинетик энергияси. Бунда стерженнинг ҳамма нуқталари бир хил тезлик билан кўчади деб қараш мумкин. У вақтда,



5.10-расм

$$K_i = \frac{m\upsilon^2}{2}$$

$$\upsilon = \frac{ds}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} \cdot d = \omega \cdot d.$$

Демак,

$$K_i = \frac{m}{2} \cdot (\omega d)^2 .$$

Бу ерда $dS = OO_1$ ёй узунлиги бўлиб, ҳаракат вақтини жуда кичик деб қараганимизда у қуйидагига тенг бўлади

$$d = O'O = O'O_1$$

Иккинчи қисм стерженнинг О нуқтадан ўтувчи ўқ атрофида ω бурчак тезлик билан айланма ҳаракат кинетик энергияси

$$K_{ayl\text{-}1} = \frac{1}{2} I_0 \omega^2 .$$

Бунда I_0-O' нуқтадан ўтувчи ўққа параллел равишда масса марказидан ўтувчи ўққа нисбатан жисмнинг инерция моменти. Агар стерженнинг O' ўққа нисбатан инерция моментини I десак, бу ўққа нисбатан стержен айланадаги кинетик энергия

$$K_{1\text{-}2}=\frac{1}{2}I\omega^2. \qquad (5.42)$$

Демак,

$$K=K_1+K_2. \qquad (5.43)$$

(5.42) формулани ҳисобга олсак, (5.43) қуйидаги кўринишни олади

$$\frac{1}{2}I\omega^2=\frac{1}{2}I_0\omega^2+\frac{1}{2}md^2\omega^2.$$

Бундан,

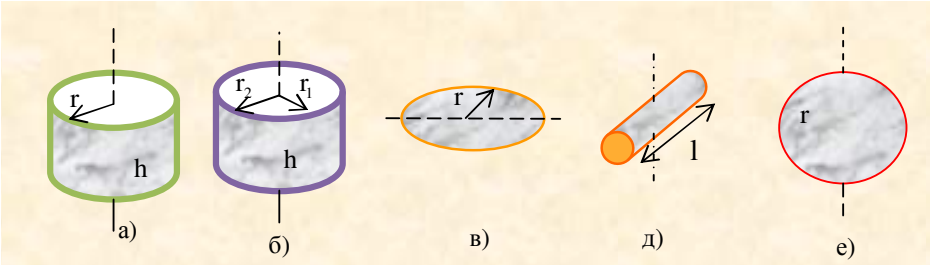
$$I=I_0+m\,d^2. \qquad (5.44)$$

(5.44) дан кўринадики, қаттиқ жисмнинг исталган ўққа нисбатан инерция моменти I шу ўққа параллел масса марказидан ўтадиган ўққа нисбатан инерция моменти I_0 билан жисм массасининг I ва I_0 аниқланаётган ўқлар орасидаги масофа квадрати d^2 га кўпайтмасининг йиғиндисига тенг. (5.44) формула Гюйгенс-Штейнер теоремасининг математик ифодасидир. Шуни айтиш керакки, ҳар бир жисм тинч турса ҳам, ҳаракатланса ҳам массага эга бўлгани каби ҳар бир жисм у тинч турадими ёки айланма ҳаркатда бўладими, қатъий назар исталган ўққа нисбатан инерция моментига эга бўлади. Берилган жисмнинг қаралаётган ўққа нисбатан инерция моменти фақат унинг массаси шу айланиш ўқига нисбатан қандай тақсимланганига боғлиқ. Тўғри геометрик шаклга эга бўлган бир жинсли айрим жисмларнинг инерция моменти формуласини келтирамиз (5.11-расм).

1) Ингичка ҳалқанинг ҳалқа текислигининг ўртасидан тик ўтган ўққа нисбатан инерция моменти (5.11а-расм):

$$I=mr^2$$

2) Қалин деворли цилиндр (гардиш) нинг симметрия ўқига нисбатан инерция моменти (5.11б-расм)



5.11-расм

$$I=\frac{1}{2}m\left(r_1^2+r_2^2\right)$$

r_1 – ички радиус, r_2 – ташқи радиус.

3) Дискнинг диаметрларидан бири билан мос равишда тушадиган ўққа нисбатан инерция моменти (5.11в-расм)

$$I=\frac{1}{4}mr^2.$$

4). Яхлит цилиндрнинг унинг ясовчиси *l* га перпендикуляр ва ўртасидан ўтадиган ўққа нисбатан инерция моменти (5.11д-расм)

$$I=m\left(\frac{1}{4}r^2+\frac{1}{12}l^2\right).$$

5) Узунлиги *l* бўлган ингичка стерженнинг

а) узунлигига тик равишда ортасидан ўтадиган ўққа нисбатан инерция моменти

$$I=\frac{1}{12}ml^2.$$

б) унинг четидан ўтадиган ўққа нисбатан инерция моменти

$$I=\frac{1}{3}ml^2.$$

6) Шарнинг:

а) марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти (5.11е-расм):

$$I=\frac{2}{5}mr^2.$$

б) агар айланиш ўқи шар марказидан қандайдир *d* масофада ўтган бўлса, у ҳолда

$$I=\frac{2}{5}\cdot m\cdot(r^2+d^2).$$

Бу кузатилаётган барча шаклдаги жисмлар бир жинсли бўлгандагина юқоридаги формулалар ўринли бўлади.

5.7. Импулс моменти. Импулс моментининг сақланиш қонуни

Жисм қандайдир қўзғолмас ўқ атрофида айланади, деб фараз қиламиз. Унда n та элементар бўлакчалар ҳосил қиламиз. Ҳар бир бўлакча маркази айланиш ўқида ётган концентрик айланалар чизади. i бўлакчанинг массаси m_i чизиқли тезлик вектори υ_i ва айланиш радиуси вектори r_i бўлсин. Ушбу бўлакча (моддий нуқта) нинг импулс моменти

$$\overrightarrow{L_i}=\left[r_i m_i \upsilon_i\right]$$

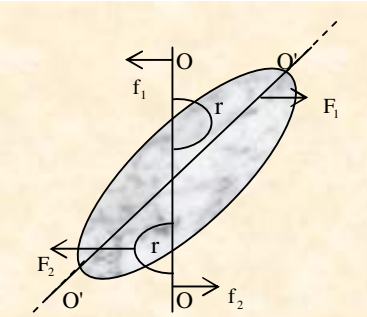
бўлиб, умумий ҳолда импулс моменти векторининг модули,

$$\overrightarrow{L_i}=r_i m_i \upsilon_i \sin\left(\vec{r}\vec{\upsilon}\right)$$

га тенг бўлади. Айланма ҳаракатдаги қаттиқ жисмлар учун Нютоннинг иккинчи қонунидан фойдаланамиз

$$\overrightarrow{M}=I\frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Бунда *I* – ўзгармас, шунинг учун



5.12-расм.

$$\overrightarrow{M}=\frac{d(I\vec{\omega})}{dt} \qquad (5.45)$$

Агар $I=m_i r_i^2$ тенгликни эътиборга олсак,

$$I\omega=\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2\omega=\sum_{i=1}^{n} m_i r_i r_i\omega=\sum_{i=1}^{n} m_i r_i \upsilon_i$$

каби ёза оламиз. У вақтда

$$L=\sum_{i=1}^{n} L_i$$

ҳосил бўлади. Демак, (5.45) ни қуйидагича ёзиш мумкин

$$\vec{M}=\frac{d\vec{L}}{dt}$$

Ихтиёрий ўққа нисбатан қаттиқ жисм импулс моментининг вақт бўйича дифференциали шу қаттиқ жисмни айланма ҳаракатга келтираётган ташқи кучларнинг шу ўққа нисбатан моментини ифодалар экан

$$d\vec{L}=\vec{M}dt=d\left(I\omega\right). \qquad (5.46)$$

Бунда Mdt – импулс моменти деб юритилади. (5.46) дан кўринадики ихтиёрий айланиш ўқига нисбатан жисмнинг импулс моментининг ўзгариши шу ўққа нисбатан ташқи кучлар моментлари йиғиндисининг импулсига тенг бўлар экан. (5.46) тенглама қаттиқ жисм айланма ҳаракатининг асосий тенгламаси деб юритилади. Бу тенглама қаттиқ жисм қайси ўққа нисбатан айланма ҳаракат қилмасин, ҳамма ҳолларда бажарилади. Одатда ўқларнинг учи шарикли подшипниклар, сферик шарнирлар ёки бошқа қурилмалар ёрдамида қўзғолмас қилиб маҳкамланиб, бу қурилмалар ўқни фазода кўчмай айланишига имкон беради.

Масалан, қаттиқ жисм шарикли подшипникка бириктирилган ўқ атрофида айланаётган бўлсин (5.12-расм). Унинг айланиш ўқи ОО симметрия О'О' билан бурчак ҳосил қилган. Бунда қаттиқ жисм бўлаклари айланишидан ҳосил бўлаётган марказдан қочма инерция кучлари ўққа нисбатан бир-бирини мувозанатламайди. Натижада бир-бирига тенг F_1 ва F_2 жуфт кучлар ҳосил бўлиб, ўқни соат стрелкаси ҳаракати бўйича буришга ҳаракат қилади. Оқибатда подшипник деворлари билан ўқ орасида ўзаро тенг йўналиши қарама-қарши f_1 ва f_2 реакция кучлари юзага келади. Шундай бўлиши мумкинки, қаттиқ жисм бўлакчаларга таъсир қилаётган марказдан қочма инерция кучи айланиш ўқига нисбатан бир-бирини мувозанатлайди. Бундай ўқни эркин ўқ деб аталади. Бундай ўқлар атрофида жисм айланганда, биз кўрсатган реакция кучи юзага келмайди. Демак, подшипниклар ва ўқлар бу кучлар ҳисобига едирилмайди.

5.13-расм. 5.14-расм

Кўрсатиш мумкинки, масса тақсимоти ва жисм шаклидан қатъий назар ҳар бир қаттиқ жисм учун ўзаро перпендикуляр ва инерция марказидан ўтадиган ўқлар мавжуд. Бу ўқларни эркин ўқлар деб қараш мумкин. Бу ўқлар жисмнинг *бош*

инерция ўқлари деб юритилади. Айланишнинг муқаррарлиги жисм қайси бош инерция ўқи атрофида айланаётганига боғлиқ. Тажриба ва назария шуни кўрсатадики, жисм инерция моменти энг катта ва энг кичик бўлган ўқлар атрофида айланса, унинг айланиши барқарор бўлади. Масалан, параллелапипедсимон жисмни олайлик (5.13-расм). x, y, z ўқлар эркин ўқлар ҳисобланади. Агар бу ўқлар атрофида параллелапипед айлантирилса, x ва y ўқлар атрофида айланганда ўқлар ҳолати ўзгармайди. Ҳақиқатдан, гугурт қутичасини ҳавода ҳаракатга келтирайлик. Агар қаламнинг учини ипга боғлаб иккинчи учини тез айланма ҳаракатга келтирилса, қалам горизонтал текисликка ўзининг ўртасидан ўтган ва узунлигига перпендикуляр бўлган ўқ атрофида айлана бошлайди (5.14-расм). Чунки қаламнинг фазодаги бошқа ҳолатларида (горизонтал ҳолатдан бошқа) қаламнинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти энг катта ҳам энг кичик ҳам бўлмай улар оралиғида бўлади. Яна қаттиқ жисм айланма ҳаракат динамикаси тенгламаси

$$\vec{M}=\frac{d(I\omega)}{dt}=\frac{d\vec{L}}{dt}$$

га эътибор берайлик. Агар жисмга таъсир қилаётган кучлар моментининг натижавийси нолга тенг бўлса, $Mdt=d(I\omega)=0$ бўлади. $I\omega$ катталикнинг ўзи ўзгармас бўлади, демак,

$$L=I\omega=const.$$

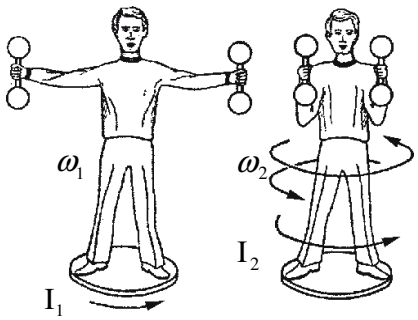
Шундай қилиб, агар жисмнинг айланиш ўқига нисбатан куч моментлари таъсир қилмаса ёки уларнинг айланиш ўқига нисбатан натижавий моменти нолга тенг бўлса жисмнинг айланиш ўқига нисбатан импулс моменти ўзгармайди. Бу қонун *импулс моментининг сақланиш қонуни* деб юритилади

$$L= I\omega=const$$
$$L=pr=const.$$

Импулс моментининг сақланиш қонунини вектор кўринишида ифодаласак,

$$\vec{L}=\vec{I}\omega=const$$
$$\vec{L}=\vec{p}\vec{r}=const.$$

Бу қонуннинг бажарилишини Жуковский стулчаси тажрибаларда кўрсатиш мумкин. Жуковский стулчаси горизонтал текисликдан иборат бўлиб, вертикал *OO'* ўқ атрофида деярли ишқаланишсиз айланади (5.15-расм).



5.15-расм.

Жуковский стулчаси устида турган студент икки қўлида иккита гантелни ён томонига горизонтал кўтарган ҳолда турганида OO’ ўққа нисбатан ω_1 инерция моментини I_1 десак импулс моменти $I_1\omega_1$ бўлади. Агар студент гантелларни кўкрагига келтириб айланиш ўқига яқинлаштирсак, система инерция моменти камаяди, уни I_2 билан белгилайлик. Бу ҳолда бурчак тезликни ω_2 десак, $\omega_2>\omega_1$ эканини кузатиш мумкин. Импулс моментининг сақланиш қонуни

$$I_1\omega_1=I_2\omega_2$$

дан фойдаланса к,

$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{\omega_2}{\omega_1} \qquad (5.47)$$

бўлади. Бу тенгликдан кўринадики, инерция моментлари нисбати бурчак тезликлар нисбатига тескари мутаносиб бўлар экан. Бу тажрибада айланма ҳаракат кинетик энергиясининг ўзгаришини қараб чиқайлик. Биринчи ҳолда система кинетик энергияси

$$K_1=\frac{I_1\omega_1^2}{2}.$$

Иккинчи ҳолда система кинетик энергияси

$$K_2=\frac{I_2\omega_2^2}{2}.$$

Буларнинг нисбати

$$\frac{K_1}{K_2}=\frac{I_1\omega_1^2}{I_2\omega_2^2}=\frac{I_1\omega_1}{I_2\omega_2}\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right).$$

(5.47) га асосан $\frac{I_1\omega_1}{I_2\omega_2}=1$, демак, $\frac{K_1}{K_2}=\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)$ ёки

$$K_1\omega_2=K_2\omega_1 .$$

Демак, кинетик энергиялар нисбати бурчак тезликлар нисбатига тўғри мутаносиб бўлар экан. Тажрибага кўра $I_1>I_2$, яъни $\omega_1<\omega_2$, бунга асосан

$$\frac{K_1}{K_2}=\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)<1 .$$

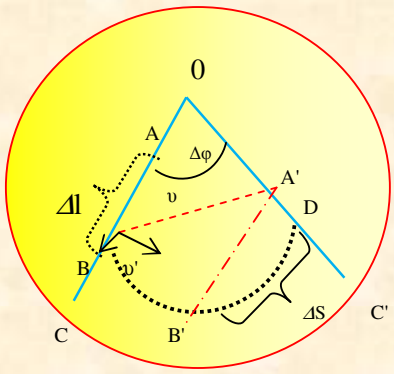
Бундан энергия ўзгариши нолдан катта,

$$\Delta K>0$$

эканлигини кўрамиз. Кинетик энергиянинг ортиши студентнинг мускул иши ҳисобига ҳосил бўлади. Буни қандай тушунтириш мумкин? Студент гантелни очилган қўлида айланиш ўқидан узоқда айланма траекторияда ушлаб туриши учун мускул кучи билан унга таъсир қилиши керак. Бу куч марказга интилма куч бўлиб, $F=m\omega^2 r$ га тенг (m – гантелнинг массаси, r – гантелнинг айланиш ўқидан узоқлиги). Студент гантелни айланиш ўқига яқинлаштирганда бу куч мусбат иш бажаради ва кинетик энергия ортади. Гантел узоқлаштирилганда бу куч манфий иш бажариб кинетик энергия камаяди.

5.8.Кориолис кучлари

Айланма ҳаракатдаги системада бу системага нисбатан кўчиб бораётган жисмга марказдан қочирма кучдан бошқа яна қўшимча куч ҳам таъсир қилишини кўрсатамиз.



5.16- расм.

Кориолис кучи деб аталадиган бу куч (француз математиги Кориолис (1795-1843-й) шарафига шундай ном берилган) жисмнинг айланаётган системага нисбатан

ҳаракатдаги υ’ тезлигига ва система айланишининг ω бурчак тезлигига боғлиқ. Дастлаб хусусий ҳолни кўриб чиқамиз. Система вертикал ўқ (5.16-расм) атрофида стрелка билан кўрсатилган йўналишда ўзгармас ω бурчак тезлик билан айланаётган дискдан иборат бўлсин. а жисм ОС радиус бўйича А нуқтадан дискка нисбатан υ’ тезлик билан текис ҳаракат қилаётган бўлсин. Δt вақт ичида а жисм Δl=AB=υ’Δt кесмани босиб ўтади. Шу Δt вақт ичида ОС радиус қўзғолмас координата системасига нисбатан дискнинг айланама ҳаракати туфайли Δφ=ωΔt бурчакка бурилади ва жисм А нуқтадан D нуқтага ўтади.

Қўзғолмас координата системасида а жисм бир вақтнинг ўзида икки ҳаракатда, дискка нисбатан υ’ тезлик билан бўлаётган ҳаракатда ва айланаётган дискнинг ҳаракатида қатнашади. Дискнинг турли жойида нуқталарнинг чизиқли тезлиги турлича бўлади. Чизиқли тезликнинг А нуқтадаги қийматини υ билан белгилаймиз. Агар а жисм фақат тезлик билангина ҳаракат қилса, АА’ ёйни чизар ва А’ нуқтага келиб қолар эди. Бир вақтнинг ўзида υ тезлик билан ҳам, υ’ нисбий тезлик билан ҳам ҳаракат қилиб, а жисм В’ нуқтага келиб қолиши керак эди (А’В’‖АВ). Ҳақиқатда эса, А жисм D нуқтага келиб қолади. Бу а жисм айланиш марказидан узоқлашган сари унинг υ чизиқли тезлиги катталаша бориши сабаб бўлади. Шундай қилиб, а жисм қўзғолмас координата ситемасига нисбатан радиус бўйича ҳаракат қилиб ўз тезлигини узлуксиз ўзгартириб боради. У тезланувчан ҳаракат қилади. Бу ϖ тезланишнинг катталиги а жисмнинг Δt вақтда босиб ўтган қўшимча ΔS=B’D йўли орқали аниқланиши мумкин. 5.16-расмдан

$$\Delta S=A'B'\Delta\varphi$$

ёки $A'B'=\Delta l=\upsilon'\Delta t$ ва $\Delta\varphi=\omega\Delta t$ бўлгани учун

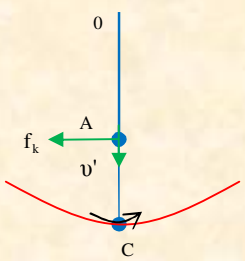
$$\Delta S=\omega\cdot\upsilon'\cdot(\Delta t)^2. \qquad (5.48)$$

Бинобарин қўшимча ΔS йўл Δt вақтнинг квадратига мутаносиб бўлиб ортар экан. Аммо, ϖ тезланишни ўзгармас бўлганда босиб ўтилган йўл Δt вақтнинг квадратига мутаносиб бўлади (текис тезланувчан ҳаракат); бу ҳолда

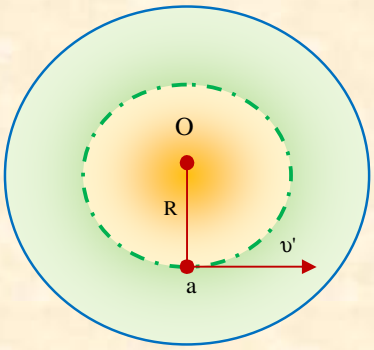
$$\Delta S=\frac{1}{2}\cdot\upsilon\cdot\left(\Delta t\right)^2$$

ΔS учун ёзилган бу ифодани (5.48) ифода билан таққослаб *а* жисмнинг тезланишини топамиз

$$\overline{\omega}=2\upsilon'\cdot\omega\,.$$



5.17-расм



5.18-расм

Бу тезланиш υ' нисбий тезликка тик равишда йўналган бўлади, биз текширган ҳолда у ўнг томонга йўналган *а* жисмга бу тезланишни бериш учун унга ўнг томонга йўналган f=mϖ куч билан таъсир қилиш керак, бунда m жисмнинг массаси. f куч таъсир қилмаганида *диск билан бирга айланаётган* жисмнинг координата системасига нисбатан ўзининг радиус бўйича *"тўғри чизиқли"* ҳаракатидан четга чиққан бўларди. Нютоннинг учинчи қонунига асосан а жисмни ҳаракат вақтида радиусда ушлаб турадиган боғланишларга f кучга тенг ва қарама-қарши йўналган $f_к$ куч таъсир қилади. Тезланишли системаларнинг илгари кўриб ўтилган мисоллардаги каби бу ҳолда ҳам диск билан бирга айланаётган координата системасидан фойдалансак, $f_к$ куч а жисмнинг ўзига қўйилган деб ҳисоблаймиз. Шундай қилиб, *айланма ҳаракат қилаётган системада радиус бўйича ва тезлик билан ҳаракатланаётган жисмга*

$$f_k = 2\upsilon' \cdot \omega \cdot m \qquad (5.49)$$

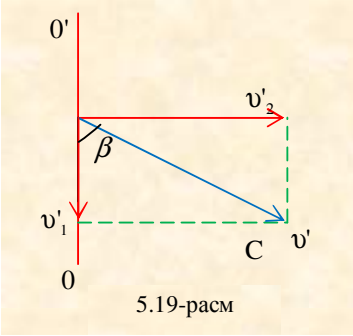
инерция куч қўйилган бўлиб куч υ' тезликка перпендикуляр (мисолимизда чап томонга, 5.17-расмга қаранг) йўналган бўлади. Худди мана шу $f_к$ куч Кориолис кучи дейилади. Энди а жисм маркази айланиш ўқида жойлашган айлана бўйича диск устида ҳаракат қилаётганда ҳам Кориолис кучи мавжуд бўлишини кўрсатамиз (5.18-расм). Агар *а* жисм дискка нисбатан *υ'* тезлик билан ҳаракатланаётган бўлса, қўзғолмас координата системасида тўла тезлик $(\upsilon_r + \upsilon')$ бўлади, бунда υ_r айланадаги чизиқли тезликдир. Демак, *а* жисмга қуйидаги марказга интилма куч таъсир қилади:

$$f_{mi} = \frac{m \cdot (\upsilon_r + \upsilon')^2}{R}.$$

Бунда *R* айланиш ўқидан жисмгача бўлган масофа бу формуладаги йиғиндини квадратга кўтариб, қуйидагини оламиз

$$f_{mi.}=\frac{m\cdot\upsilon_r^{\,2}}{R}+\frac{m\cdot\upsilon'^2}{R}+2\cdot\frac{\upsilon'\cdot\upsilon_r}{R}\cdot m.$$

Диск билан боғлиқ координата системасида $\frac{m\cdot\upsilon_r^{\,2}}{R}$ ҳад дискнинг ω бурчак тезлиги билан айланиш натижасида вужудга келадиган марказдан қочирма инерция кучни ифодалайди. $\frac{m\cdot\upsilon'^2}{R}$ ҳад эса жисмнинг R радиусли айлана бўйича υ’ нисбий тезлик билан ҳаракат қилиш натижасида вужудга келадиган марказдан қочирма кучни ифодалайди. Ушбу



5.19-расм

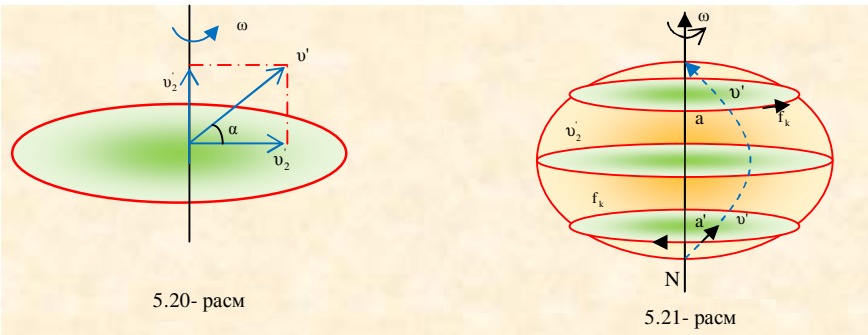
$$f=2\cdot\frac{\upsilon'\cdot\upsilon_r}{R}\cdot m=2\cdot\upsilon'\cdot\omega\cdot m.$$

ҳад эса бир вақтнинг ўзида ҳам дискнинг айланма ҳаракати ҳам жисмнинг дискка нисбатан ҳаракати мавжуд бўлгани туфайли вужудга келган қўшимча кучни ифодалайди. f кучга тенг ва унга қарама-қарши йўналган $f_к$ куч бу ҳол учун Кориолис кучи бўлади. Бу кучинг катталиги ҳаракат радиуси бўйича бўлаётгандаги кучга тенг. Энди а жисм ОС радиус билан β бурчак ташкил қилувчи нисбий υ’ тезлик билан ҳаракатланаётган ҳолни кўрамиз (5.19-расм). Бу ҳолда υ’ тезликни икки ташкил этувчига радиус бўйича йўналган $\upsilon_1'=\upsilon'\cdot\cos\beta$ ташкил этувчига ва радиусга тик йўналган $\upsilon_1'=\upsilon'\cdot\sin\beta$ ташкил этувчига ажратиш мумкин. υ_1' ташкил этувчига, (5.49) формулага кўра, $f_{к1}=2\upsilon'\cdot\omega\cdot\cos\beta$ Кориолис кучи, $\upsilon_{2'}$ ташкил этувчига эса $f_{к2}=2\upsilon'\cdot\omega\cdot\sin\beta$ Кориолис кучи мос келади тўла Кориолис кучи

$$f_k=\sqrt{f_{k1}^{\,2}+f_{k2}^{\,2}}=2\cdot\upsilon'\cdot\omega\cdot m.$$

Шундай қилиб, υ’ нисбий тезлик билан ихтиёрий йўналишга эга бўлганда ҳам Кориолис кучининг ифодаси (5.49) формула кўринишида бўлади. Ниҳоят, энг умумий ҳолни, яъни жисм айланиш ўқи билан α бурчак ташкил қилиб ҳаракат қилаётган ҳолни кўрамиз (5.19-расм). У ҳолда υ’ тезликни айланиш ўқига тик бўлган υ_1' ташкил этувчига ва айланиш ўқига параллел бўлган υ_2' ташкил этувчига ажратамиз. Бу охирги ташкил этувчи жисмдан айланиш ўқигача масофанинг ўзгаришига сабабчи бўлмайди ва демак қўшимча тезланишларни ва кучларни вужудга келтирмайди. Шунинг учун Кориолис кучининг катталигини фақат $\upsilon_1=\upsilon'\cdot\sin\alpha$ ташкил этувчигина аниқлайди. (5.49) формуладаги υ’ нисбий тезликни $\upsilon_1=\upsilon\cdot\sin\alpha$ билан алмаштирсак Кориолис кучи учун қуйидаги умумий ифодани оламиз

$$f_k = 2 \cdot \upsilon' \cdot \sin\alpha \cdot m.$$



5.20- расм 5.21- расм

Кориолис кучи суткалик айланиш натижасида маълум бурчак тезликка эга бўлган Ер шари устидаги ҳаракатларда намоён бўлади. Масалан, поезд шимолий ярим шарда меридиан бўйича шимолга қараб бораётган бўлсин (5.20-расмдаги, *а* нуқта). Бу вақтда υ' нисбий тезлик вектори ω бурчак тезлик вектори билан ўткир α бурчак ташкил қилади ва Кориолис кучи Ер сиртига уринма равишда поезд ҳаракати йўналишига нисбатан ўнг томонга релсни чап томондаги релсга нисбатан каттароқ куч билан босади. Жанубий ярим шарда поезд жанубга кетаётган бўлса (5.21-расмдаги а' нуқта), υ' билан ω орасидаги бурчак ўтмас бўлади ва Кориолис кучи ҳаракат йўналишига нисбатан чап томонга йўналган бўлади. Дарё сувларининг шимолий ярим шарда ўнг қирғоқни жанубий ярим шарда эса чап қирғоқни ювиб кетиши (Бер қонуни), шунингдек шимолий ярим шарда шимоли-шарқий пассатларнинг вужудга келиши ва бошқа шунга ўхшаш ҳодисалар Кориолис кучининг мавжуд эканлиги туфайли рўй беради.

Эркин тушаётган жисмларнинг вертикалдан шарққа томон оғиши ва маятник тебраниш текислигининг ўзгариши-жисмларнинг Ер шари устидаги ҳаракатига Кориолис кучининг таъсирини кўрсатувчи мисоллардир. Охирги ҳолни мукаммалроқ кўрайлик. Масалан, соддалаштириш учун маятник шимолий қутбда тебранаяпти деб фараз қиламиз. У ҳолда маятник юкининг υ' тезлиги (маятникнинг ипи узун бўлганда) ҳамма вақт ҳолда маятник юкининг υ' тезлиги (маятникнинг ипи узун бўлганда) ҳамма вақт Ер шарининг айланиш ўқига тик бўлади ва демак $\upsilon' \perp \omega$, бунда ω илгаригидек Ер айланишининг N бурчак тезлигидир. Натижада маятникнинг юкига сон қиймати $f_к = 2 \cdot m \cdot \upsilon' \cdot \omega$ бўлган Кориолис кучи таъсир қилади: бу куч горизонтал текисликда ётади ва υ' векторга нисбатан ўнг томонга йўналган бўлади. Бу кучнинг таъсирида маятникнинг юки ҳар бир тебранишида ўнг томонга оғади. Натижада маятникнинг тебраниш текислиги Ерга нисбатан соат стрелкаси йўналишида бурила боради ва бир суткада 2π бурчакка бурилади. Маятник географик кенглиги φ бўлган жойда тебранса, тебраниш текислиги бир суткада $2\pi \cdot \sin\varphi$ бурчакка бурилади. Маятникнинг тебраниш текислигининг бурилишини биринчи марта 1851-йилда Фуко кузатган ва бу кузатиш Ернинг суткалик айланиши мавжудлигини бевосита исбот қилади.

5.9. Қаттиқ жисм мувозанати ва мувозанат турлари

Қаттиқ жисм ҳолатини фазода аниқлаш учун унинг илгариланма ва айланма ҳаракатини тавсифлайдиган параметрларни аниқлаш керак. Жисмнинг илгариланма ҳаракатини билиш учун унинг масса марказига таъсир қилаётган кучларнинг *x, y, z* ўқларга нисбатан проекциялари йиғиндиси билан масса маркази координаталари орасидаги боғланишини кўрсатувчи тенгламалар

$$ma_x = \sum F_x, \quad ma_y = \sum F_y, \quad ma_z = \sum F_z.$$

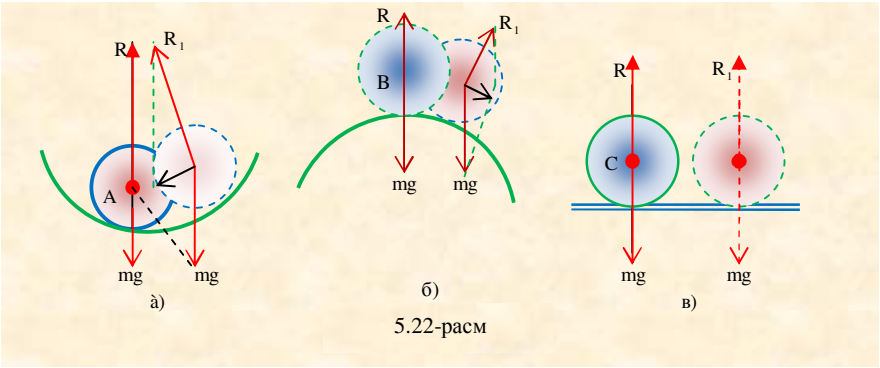
ҳамда жисмнинг x, y, z ўқлар атрофида бурилиш бурчагини ташқи кучлар моментининг шу ўқларга нисбатан катталигини тавсифлайдиган M_x, M_y, M_z катталиклар орасидаги боғланишлар

$$I_x\beta_x = \sum M_x, \quad I_y\beta_y = \sum M_y, \quad I_z\beta_z = \sum M_z.$$

ни билиш керак. Жисм мувозанатда бўлиши учун, бошқача қилиб айтганда, ўқ бўйича силжимаслиги ва бу ўқлар атрофида айланма ҳаракатга келмаслиги учун қуйидаги шарт бажарилиши керак

$$\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum F_z = 0$$
$$\sum M_x = 0, \sum M_y = 0 \sum M_z = 0.$$

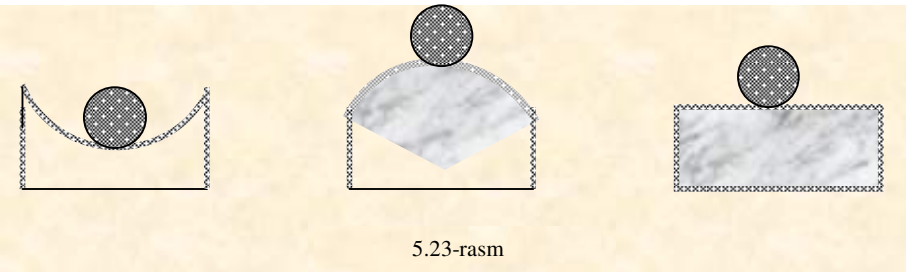
Демак, қаттиқ жисм мувозанатда бўлиши учун унга таъсир қилаётган кучларнинг *x, y, z* ўқларга проекцияларининг йиғиндиси ва бу кучларнинг шу ўққа нисбатан айлантирувчи моментларининг проекциялари йиғиндиси нолга тенг бўлиши керак. Шуни айтиш керакки, мувозанатда бўлган жисм шу ҳолатда исталганча узоқ вақт тура олмаслиги



5.22-расм

мумкин, чунки уларни кутилмаган кичик таъсирлар мувозанат ҳолатидан чиқара олади. Гап шундаки, бу кичик таъсир остида ўз мувозанат ҳолатидан чиққан жисм яна мувозанат ҳолатига қайтадими ёки йўқми? Ҳолатининг ўзгариши қандай бўлаётганлигига қараб жисм ўзининг олдинги мувозанат ҳолатига қайтиши ҳам қайтмаслиги ҳам мумкин (5.22а-расм). А жисм силлиқ сиртли чуқурликда мувозанат ҳолатда турган бўлсин. Унинг пастки нуқтасида бир-бирига тенг ва қарама-қарши йўналган оғирлик кучи mg га реакция кучи R таъсир қилади. Агар мувозанат ҳолатидан бир оз четга чиқарилса, mg ва R_1 реакция кучи бир-бири билан бурчак остида таъсир этиб, уларнинг натижавий йиғиндиси *F* нолга тенг бўлмасдан жисмни мувозанат ҳолати томон йўналтириб, уни мувозанат ҳолатига қайтаради. Бу куч жисмни мувозанат ҳолатда сақлаб туради. Бундай мувозанатни *турғун мувозанат* деб аталади. Бу турғун мувозанатда жисмнинг потенциал энергияси энг кичик бўлади. Шунинг учун мувозанат ҳолатдан чиқаришда энергиянинг сақланиш қонунига асосан ташқи куч кўп иш бажариши лозим. В жисм силлиқ дўнгликда мувозанат ҳолатда турган бўлсин, яна илгаригидек mg ва R бир-бирини мувозанатлайди. Лекин у мувозанат ҳолатдан чиқарилса, унга таъсир этувчи mg ва R кучларнинг натижавийси бўлган F куч уни мувозанат ҳолатидан узоқлаштиради (5.22б-расм). Бундай мувозанатни турғун (барқарор) бўлмаган мувозанат деб аталади. Турғунмас мувозанатда жисмнинг потенциал энергияси максимал қийматга эга бўлади. Шунинг учун уни бу ҳолатдан чиқаришда кичик миқдорда иш бажарилади. Ниҳоят, С жисм силлиқ горизонтал текисликда мувозанат ҳолатда турган бўлса, уни мувозанат ҳолатдан чиқарилган ҳолда ҳам mg ва R’ ўзаро бир-бирини мувозанатлайди ва F куч юзага келмайди (5.22в-расм). Бундай мувозанатни фарқсиз мувозанат деб аталади. Фарқсиз мувозанатда кузатилаётган сатҳга нисбатан жисмнинг потенциал энергияси нолга тенгдир. Демак, жисм потенциал энергияси унинг мувозанатини муқаррарлигини кўрсатувчи мезондир. Демак, мувозанат турлари 3 хил бўлади:

1. Турғун;
2. Турғунмас (нотурғун);
3. Бефарқ.



5.23-rasm

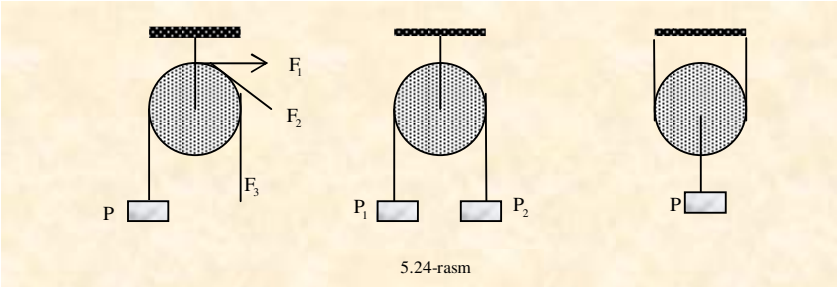
Мувозанат ҳолатидан жисм бироз четлатилганда, мувозанат ҳолатига қайтарувчи куч пайдо бўлса, жисмнинг мувозанат тури *турғун* деб аталади. Мувозанат ҳолатидан жисм бироз четлатилганда, мувозанат ҳолатидан узоқлаштирувчи куч

пайдо бўлса, жисмнинг мувозанат тури *нотурғун* деб аталади. Мувозанат ҳолатидан жисм бироз четлатилганда, ҳеч қандай қўшимча куч пайдо бўлмаса, жисмнинг мувозанат тури *бефарқ* деб аталади. Жисм қанча пастда бўлса, шунча турғунроқ бўлади. Жисм асосининг юзаси *таянч юзаси* деб аталади. Агар жисм қиялатилганда оғирлик кучи векторининг давоми таянч юзасидан ўтса, жисм турғун мувозанатда бўлади. Агар жисм қиялатилганда оғирлик кучи векторининг давоми таянч юзасидан чиқиб кетса жисм ағдарилиб кетади. Демак, таянч юзаси қанча катта бўлса, жисм мувозанати шунча турғунроқ бўлади.

Кучни ўзгартиришга хизмат қиладиган механизмлар *оддий механизмлар* деб аталади. Масалан, блок, ричаг ва ҳоказо. *Механиканинг "Олтин қоидаси":* Кучдан неча марта ютсак, масофадан шунча марта ютқазамиз ва аксинча.

Блоклар икки хил бўлади:

1. Кўчар блоклар;
2. Кўчмас блоклар.



5.24-rasm

Кўчар блокда юкнинг кўтарилиш тезлиги ипни тортиш тезлигининг ярмига тенг.

$$F = \frac{P}{2}$$

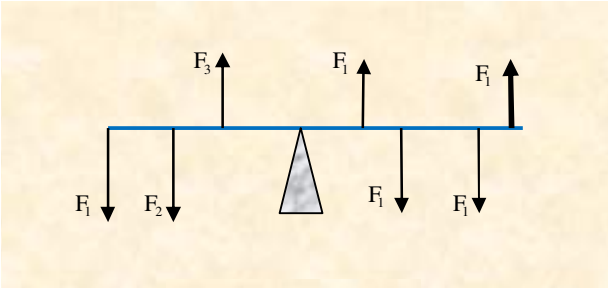
кўчар блок кучдан икки марта ютуқ беради, бу ерда $\eta = \frac{mg}{2F}$ кўчар блокнинг фойдали иш коэффициенти. *Кўчмас блок* кучдан ютуқ бермайди, у фақат кучнинг йўналишини ўзгартиради. Кўчмас блокда юкнинг кўтарилиш тезлиги ипнинг тортиш тезлигига тенг бўлади. Кўчмас блокдаги таранглик кучи

$$F_T = \frac{2 \cdot m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot g$$

У ҳолда, кўчмас блокдаги тезланиш

$$a = \frac{|m_1 - m_2|}{m_1 + m_2} \cdot g$$

Бу ерда $\eta=\frac{mg}{F}\cdot 100\%$ кўчмас блокнинг фойдали иш коэффициенти. Қўзғолмас ўқ атрофида айлана оладиган жисм *ричаг* деб аталади. Ричаг қонунини Архимед кашф этган бўлиб, у қуйидаги формулалар билан ифодаланади



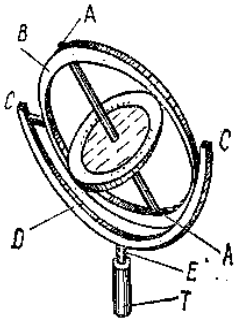
5.25-rasm

$$F_1l_1=F_2l_2$$
$$F_1S_1=F_2S_2$$

Ричагнинг мувозанат шарти қуйидагича таърифланади*: Соат стрелкаси бўйича йўналган куч моментларининг йиғиндиси, соат стрелкасига қарама-қарши йўналган куч моментларининг йиғиндисига тенг бўлса, ричаг мувозанатда бўлади.* Масалан: $M_1+M_2+M_4+M_7=M_3+M_5+M_6$

5.10. Гироскоп

Эркин ўқ атрофида катта бурчак тезлик билан айланаётган бир жинсли қаттиқ жисм *гироскоп* деб аталади. Импулс моментининг сақланиш қонунига асосан гироскоп фазода ўз айланиш ўқининг йўналишини сақлашга ҳаракат қилади. Агар гироскоп массаси ва айланиш бурчак тезлиги қанча катта бўлса, у ўз ўқи йўналишини шунча барқарор ўзгармас сақлайди. Гироскоп АА ўқ атрофида айланайтган бўлсин (5.26-расм). Бу ўқ ўрнатилган подшипниклар В ҳалқага маҳкамланагн бўлиб, бу ҳалқа ўз навбатида СС ўқ атрофида айлана олади. СС ўқ подшипниклари D ярим ҳалқага маҳкамланган бўлиб, бу ярим ҳалқа Е ўқ атрофида айлана олади. Е ўқ қўзғолмас подшипникда таяниб туради. Подшипник эса Т трубканинг пастки қисмига жойлашган. Агар Т трубкани қўлга олиб ҳар томонга бурсак (гироскоп айланаётган бўлса ҳам) АА ўқ фазода ўз йўналишини сақлайди, лекин В ҳалқага озгина тегилса, гироскоп СС ёки Е ўқ атрофида айлана бошлайди. Агар гироскоп АА ўқ атрофида катта бурчак тезлик билан айланаётган бўлса В ҳалқага қисқа вақтда етарлича катта таъсир кўрсатилса ҳам ўқнинг фазодаги йўналиши



5.26-rasm

ўзгармайди. Бунга сабаб гироскопнинг импулс моменти Iω жуда каттадир. В ёки D ҳалқага қисқа вақтда бўладиган импулс моментининг таъсири куч моменти импулси Mdt ни жуда кичик миқдорда ўзгартиради. Шунинг учун тўла импулс моменти катталиги ва йўналиши деярли ўзгармайди. Натижада гироскоп айланаётган АА ўқ фазода ўз йўналишини сақлайди. Агар таъсир қисқа вақтли бўлмаса гироскоп ҳолати қандай ўзгаришини кўрайлик (5.27а-расм). Гироскопнинг x ўқи вертикал y ва горизонтал z ўқи атрофида айланиши мумкин. Учта ўқ гидроскоп таянчида кесишади.

Олдин гироскоп m массали жисм билан мувозанатга келтирилган бўлсин. Агар гироскоп айланма ҳаракатга келтирилса унинг ўқи фазода ўз йўналишини ўзгартирмайди, чунки импулс моменти $L_x=I_x\omega_x$ ўзгармасдир. Энди бу мувозанатни бузамиз. Бунинг учун m массали жисмни силжитиш ёки ёнига қўшимча юк осиш керак. Ҳосил бўлган M_z момент гироскопни z ўқи атрофида оғдириши керак. Лекин тажриба кўрсатадики, гироскоп *y* ўқи атрофида айланма ҳаракатга келади. Бунинг сабаби нима? Буровчи момент таъсирида гироскоп қўшимча импулс моменти олади

$$\Delta L_z = M_z \Delta t$$

Бу қўшимча импулс моменти бошланғич импулс моменти бошланғич импулс моменти L_x билан векториал қўшилади. Йиғинди момент L_x моментга нисбатан $\Delta\alpha$ бурчакка бурилади (5.27б-расм). Бу бурилиш вертикал ўққа нисбатан бўлади

$$\Delta\alpha=\Omega_z\Delta t$$

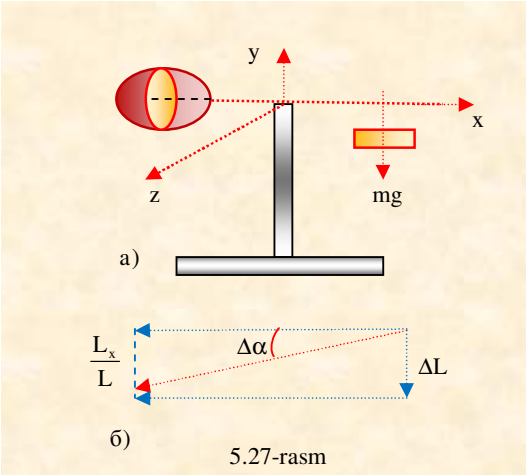
Ω_y – шу бурилишнинг бурчак тезлигидир. Натижада, бутун гироскоп y билан бирга L_x ва L_y ҳам бурилади. Бурилишнинг йўналиши ω_x ва M_z йўналишига боғлиқ. 5.27б-расмда ифодаланган вектор диаграммадан

$$\frac{\Delta L_z}{L_x}=\frac{M_z\Delta t}{I_x\omega_x}=\mathrm{tg}\left(\Delta\alpha\right)\approx\Delta\alpha=\Omega_y\Delta t$$

Бундан,

$$\frac{M_z}{I_x \omega_x} = \Omega_y .$$

Реал гироскопларда ишқаланиш бўлганида бурчак тезлиги аста камайиб унинг ўқи вертикал яқинлашади. Бу вертикал йўналиш M_z йўналиши билан мос тушади. Гироскопнинг ўз ўқи йўналишини фазода сақлаш хусусиятидан техникада кенг қўлланилади.



5.27-rasm

Масалан, снаряд ва ракеталарнинг ҳаракат йўналишини ўзгармас сақлаш учун улар айланма ҳаракатга келтирилади. Снаряд ўқ ствол ичида айлнанма ҳаракатга келтирилади. Ракеталар ҳаракатини бошқаришда ҳам ракеталар корпуси ичига гироскоплар жойлаштирилади. Гироскопнинг техникада қўлланилишидан бири бу гироскоп *гидрокомпасдир.* Агар гироскоп ўқи билан бирон-бир меридиан йўналишида қўйиб уни электр двигателлар ёрдамида ҳаракатга келтирилса ўқ меридиан йўналишида ўз ҳолатини сақлайди. Гирокомпасларда айланиш тезлиги жуда катта бўлиб, 500 айл/с га етади. Ҳар қандай системанинг фазодаги ҳолатини ва йўналишини сақлаш учун система ва гироскоп бир-бирига қаттиқ маҳкамланади. Ташқи таъсир системага (масалан, кемага) таъсир қилиб, унинг ҳолатини ўзгартирса система билан боғлиқ бўлган гироскоп ўқи ҳам ўз ҳолатини йўналишини ўзгартириши керак. Лекин гироскоп ўқи ўз ҳолатини сақлашга интилади. Натижада гироскоп билан боғланган система ҳам барқарор ҳолатига томон интилади.

. **Синов саволлари:**

1. Абсолют каттик жисм хакида тушунча беринг?
2. Инерция моменти. Штейнер теоремасини тушунтириб беринг?
3. Айланма харакат кинетик энергияси деганда нимани тушунасиз?
4. Куч моменти, айланма харакат динамикасининг асосий тенгламасини *ёзинг?*

МАСАЛАЛАР ЕЧИШ НАМУНАЛАРИ

1-Масала. 0072=15 см радиусли ғалтакка ўралган ипнинг учига М=500 г юк осиб қўйилган. Агар юк *a*=100 см/с^2 тезланиш билан пастга тушиб бораётган бўлса, ғалтакнинг инерция моменти топилсин.

Берилган: М= 500 г=0,5 кг; r =15 см = 0,15 м; *a*=100 см/с^2=1м/с^2.

I= ?

Ечиш: Қаттиқ жисм айланма ҳаракатининг асосий тенгламаси:

$$M = I \cdot \varepsilon \ , \qquad (1)$$

бу ерда М-айлантирувчи момент, ε – бурчак тезланиш, *I*- инерция моменти. Айлантирувчи момент М ни ипни таранглантирувчи куч Т вужудга келтиради, шунинг учун:

$$M = r \cdot T \ . \qquad \textbf{(2)}$$

Ипнинг таранглик кучини топиш учун юкка нисбатан Нютоннинг иккинчи қонунини қўллаймиз, яъни $F = m \cdot a$, бунда $m=\frac{P}{g}$, $F = P - T$ эканлигидан:

$$\frac{P}{g} \cdot a = P - T$$

бунда

$$T=P\left(1-\frac{a}{g}\right). \qquad (3)$$

(3) ни (2) га қўйсак:

$$M = P \cdot r\left(1-\frac{\alpha}{g}\right), \qquad (4)$$

бу эрда P =mg – юкнинг оғирлиги. Масаланинг шартига биноан $\varepsilon=\frac{a}{r}$, чунки ғалтак гардиши нуқталарининг чизиқли тезлиги юкнинг тезлигига тенг

$$I = \frac{M}{\varepsilon} = \frac{M \cdot r}{a} = \frac{P \cdot r^2}{a}\left(1 - \frac{a}{g}\right) \qquad (5\ )$$

ёки P=mg эканлигидан (5) ни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$I=\frac{mr^2}{a}(g\text{-}a). \qquad (6)$$

Ҳисоблаймиз:

$$I=\frac{0,5\,кг\cdot(0,15\,m^2)}{0,96\frac{m}{c^2}}\cdot\left(9,8\,\frac{m}{c^2}-1\,\frac{m}{c^2}\right)\approx 0,0979\ кг\cdot m^2\cdot$$

Жавоби: I=0,0979 кг·м^2.

2- масала. Агар 10 кБт қувватли мотор 1 минутда 3000 марта айланаётган бўлса, унинг айлантирувчи моменти топилсин.

Берилган: N=10 кВт=10^4 Вт, n=3000 айл/мин=50 айл/с.

M=?

Ечиш: Қувватнинг формуласи:

$$N=\frac{dA}{dt}=\frac{Md\varphi}{dt}=M\omega.$$

Маторнинг бурчакли тезлиги:

$$\omega=2\pi n=2\cdot 3,14\cdot 50=314\frac{1}{c}.$$

маторнинг айлантирувчи моменти:

$$M=\frac{N}{\omega}$$

формуладан топилади. Ҳисоблаб топамиз:

$$M=\frac{N}{\omega}=\frac{10^4 Вт}{314\frac{1}{c}}\approx 31,84\,Н\cdot м$$

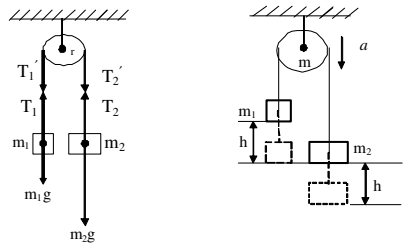
Жавоби: M=31,84 Н·м.

3-масала. Диск шаклидаги массаси m=0,06кг бўлган блок орқали ингичка, пишиқ ип ўтказилган. Ипнинг учларига m_1=0,2кг ва m_2=0,3кг бўлган юклар осилган. Агар бу юкларни ўз ҳолича эркин қўйилса, улар қандай тезланиш билан ҳаракат қилади? Ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Берилган: m=0,06 кг, m_1=0,2 кг, m_2=0,3 кг.

a=?

Ечиш: 1-усул Масалани ечишда илгаринланма ва айланма ҳаракатларнинг асосий қонунларидан фойдаланамиз. Ҳаракатланаётган ҳар бир юкка иккита куч: пастга йўналган оғирлик кучи P=mg ва юқорига йўналган ипнинг таранглик кучи T таъсир қилади.(1а-расм).



1а-расм 1б-расм

m_1 юк юқорига кўтарилади, демак, $T_1>m_1g$. Нютоннинг иккинчи қонунига кўра, бу кучларнинг тенг таъсир этувчиси уларнинг айирмасига тенг бўлиб, юк массасига ва унинг ҳаракат тезланишига тўғри пропорционал

$$T_1 - m_1 \cdot g = m_1 a ,$$

Бундан

$$T_1=m_1g+m_1a . \qquad (1)$$

m_2 юк пастга тушади, демак $T_2 < m_2g$. Бу юк учун иккинчи қонун формуласини ёзамиз:

$$m_2\ g - T_2=m_2a ,$$

Бундан

$$T_2=m_2g - m_2a . \qquad (2)$$

Айланма ҳаракат динмикасининг асосий қонунига мувофик, дискка қўйилган айлантирувчи момент m_1 дискнинг инерция моменти I нинг унинг бурчак тезланиши ε га кўпайтмасига тенг.

$$M=I\cdot\varepsilon . \qquad (3)$$

Айлантирувчи моментни аниқлаймиз. Ипларнинг таранглик кучи фақат юкларга таъсир қилмай, балки дискка ҳам таъсир қилади. Нютоннинг учинчи қонунига кўра, диск гардишига қўйилган T'_1 ва T'_2 кучлар катталик жиҳатидан T_1 ва T_2 кучларга мос равишда тенг, лекин йўналиш жиҳатидан уларга карама-қаршидирлар. Юклар ҳаракатланганда диск соат стрелкаси йўналишида айланади, демак $T'_2>T'_1$. Дискка қўйилган айлантирувчи момент, бу кучлар айирмасининг диск радиуси билан кўпайтмасига тенг, яъни

$$M=(T_2'-T_1')r\ .$$

Дискнинг инерция моменти

$$I=\frac{mr^2}{2}\ .$$

Бурчак тезланиш юкларнинг чизиқли тезланиши билан $\varepsilon=\frac{a}{r}$ муносабат орқали боғланган. (3) формулага M, I ифодаларни қўйиб, қуйидагини топамиз:

$$(T_2' - T_1')\cdot r = \frac{mr^2}{2}\cdot\frac{a}{r},$$

бундан

$$T_2' - T_1' = \frac{m}{2}\cdot a\ . \qquad (4)$$

$T'_1=T_1$ ва $T'_2=T_2$ бўлгани учун T'_1 ва T'_2 кучларни (1) ва (2) формуладаги ифодалар билан алмаштириш мумкин, у ҳолда:

$$m_2g - m_2a - m_1g - m_1a = \frac{m}{2}a$$

ёки

$$(m_2 - m_1)g = \left(m_2 - m_1 + \frac{m}{2}\right)a\ ,$$

Бундан

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 - m_1 + \frac{m}{2}}g\ . \qquad (5)$$

Ҳисоблаймиз

$$a = \frac{0,3\,\text{кг} - 0,2\,\text{кг}}{0,3\,\text{кг} + 0,2\,\text{кг} + \frac{0,06\,\text{кг}}{2}}\cdot 9,81\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 1,85\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\ .$$

Жавоби: a =1,85 м/с^2 .

2-усул. Масалани ечишда энергиянинг сақланиш қонунини қўллаймиз, бу қонунга кўра, ишқаланиш бўлмаганда яккаланган жисмлар системасининг тўла энергияси бу жисмларнинг ҳаракати вақтида ўзгармай қолади. Бунда

энергия фақат потенциал энергиядан кинетик энергияга ёки аксинча ўтиши мумкин. Механикада жисмнинг тўла энергияси деб, унинг потенциал ва кинетик энергиялари йиғиндисини айтилишини эслатиб ўтамиз. Ҳаракатнинг бошланғич пайтида биринчи юкнинг потенциал энергияси $П_1$ га иккинчисиники $П_2$ га тенг бўлсин. Бирор вақтдан кейин биринчи юкнинг баландлиги h қадар ортган, иккинчисиники h қадар камайган (1-расм). Биринчи юкнинг потенциал энергияси $П_1+m_1 \cdot gh$ иккинчисиники $П_2 - m_2gh$ бўлиб қолади. Бундан ташқари, юкларнинг ҳар бири α тезланиш билан ҳаракатланиб, шу вақт ичида υ тезликка мос равишда $\frac{m_1\upsilon^2}{2}$ билан $\frac{m_2\upsilon^2}{2}$ га тенг кинетик энергияга эришади. Худди шунингдек, диск текис тезланувчан ҳаракат қилиб, ω бурчакли тезлик ва унга тегишли $\frac{I\omega^2}{2}$ кинетик энергияга эришади. Дискнинг кинетик энергияси ифодасини ўзгартириб ёзамиз:

$$I=\frac{mr^2}{2} \quad \text{ва} \quad \omega=\frac{\upsilon}{r}$$

бўлгани учун

$$\frac{1}{2}I\omega^2=\frac{1}{2}\frac{mr^2}{2}\cdot\frac{\upsilon^2}{r^2}=\frac{mr^2}{4}.$$

Энергиянинг сақланиш қонунига асосан:

$$Ï_1+Ï_2=Ï_1+m_1gh+Ï_2-m_2gh+\frac{m_1\upsilon^2}{2}+\frac{m_2\upsilon^2}{2}+\frac{m\upsilon^2}{2}. \qquad (6)$$

Юкларнинг потенциал энергиясига тегишли ҳадларни (6) нинг ўнг қисмидан чап қисмига кўчирамиз. Маълум ўзгартиришлардан сўнг қуйидаги ҳосил бўлади:

$$(m_2-m_1)gh=\left(m_2-m_1+\frac{m}{2}\right)\frac{\upsilon^2}{2}.$$

Юклар текис тезланувчан ҳаракат қилгани учун $\upsilon^2=2ah$. Демак,

$$(m_2-m_1)g=\left(m_2+m_1+\frac{m}{2}\right)a,$$

бундан

$$a=\frac{m_2-m_1}{m_2+m_1+\frac{m}{2}}\cdot g,$$

яъни (5) ифодага мос бўлган натижа келиб чиқади.

4-масала. Радиуси 12 м ва массаси 1,2 т бўлган тинч ҳолатдаги айланма саҳна устида массалари 60 ва 70 кг дан бўлган артистлар турибди. Агар артистлар саҳна айланиш ўқи атрофида 6 м радиусли айлана бўйлаб саҳнага нисбатан 5 км/соат тезлик билан ҳаракат қилсалар, саҳна минутига неча марта айлана бошлайди? Саҳна бир жинсли доиравий диск, артистлар эса моддий нуқталар деб ҳисоблансин. Ишқаланиш кучлари эътиборга олинмасин.

Берилган: **r** = 12 м; M = 1,2 T=1200 кг; m = (60+70) кг=130 кг; R = 6 м;

υ=5 км/соат=1,39 м/с.

ν =?

Ечиш: Саҳна ва артистлар тинч ҳолатда бўлганда, уларнинг импулс моментлари нолга тенг. Артистлар юра бошлагач, сахна ҳам ҳаракатга келиб, уларнинг умумий импулс моментлари

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

бўлиб, импулс моментининг сақланиш қонунига асосан:

$$I_1\omega_1 + I_2\omega_2 = 0,$$

бунда $I_1 = mr^2$ - артистларнинг инерция моментлари, ω_1 - уларнинг бурчак тезлиги, $I_2 = \frac{1}{2}mR^2 + mr^2$ - саҳнанинг артистлар билан биргаликда инерсия моменти, P - саҳна радиуси, к - артистлар траекториясининг радиуси, ω_2 - саҳнанинг бурчак тезлиги, $m = m_1 + m_2$ = 130 кг – артистларнинг умумий массаси. Буларни импулс моментининг сақланиш қонунига қўйиб, саҳна минутига неча марта айланишини ҳисоблаймиз

$$mr^2 \cdot \frac{\upsilon}{r} + \left(\frac{1}{2}MR^2 + mr^2\right)\omega_2 = 0 \ ,$$

бундан

$$\omega_2 = -\frac{mr^2\frac{\upsilon}{r}}{\frac{1}{2}MR^2 + mr^2} = -\frac{2m\upsilon r}{MR^2 + 2mr^2} \ .$$

Лекин $\omega_2 = 2\pi\nu$ бўлгани учун саҳнанинг айланиш частотаси:

$$\nu = \frac{\omega_2}{2\pi} = -\frac{2m\upsilon r}{2\pi(MR^2 + 2mr^2)} = -\frac{130кг \cdot 1,39\frac{м}{s} \cdot 6м}{3,14(1200кг \cdot 12^2 м^2 + 2 \cdot 130кг \cdot 36м^2)} =$$

$$= -\frac{1084,2}{547952} = -0,002c^{-1} = -0,12\frac{айл}{мин}.$$

Жавоб: ν=0,12 айл/мин

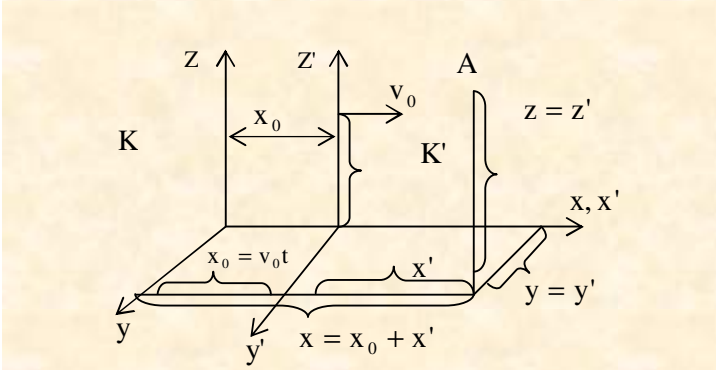
Мустақил ечиш учун масалалар

1. Автомобиль кескин тормозланганда унинг олд томони чўкади. Нима учун?
2. Темир стерженнинг бир учидан 8 см, иккинчи учидан 16 см қирқиб олинди. Стерженнинг қолган қисмининг оғирлик маркази қаерга ва қанчага кўчган.
3. Оғирлиги P=1,2 $\cdot 10^4$ Н бўлган труба Ерда ётибди. Унинг бирор учидан кран билан кўтариш учун қандай куч керак бўлади?
4. Узунлиги 1 м ва массаси 5 кг бўлган стержен иккита ўзаро параллел, бир хил узунликдаги ипга горизонтал ҳолда осиб қўйилган. Стерженга бир учидан 0,25 м масофада 10 кг массали юк маҳкамлаб қўйилган. Ипларнинг тарангликларини аниқланг.

VI-БОБ
МАХСУС НИСБИЙЛИК НАЗАРИЯСИНИНГ АСОСЛАРИ

6.1. Галилей алмаштиришлари

Инерциал санақ системаларига нисбатан бирор моддий нуқтанинг ҳаракатини, масалан релсга нисбатан илгариланма текис ҳаракат қилаётган вагон ва вагонга нисбатан ҳаракат қилаётган моддий нуқтанинг ҳаракатини қараб чиқайлик. Санақ системаларидан бирини *тинч* ҳолатда деб иккинчисини *ҳаракатланувчи* деб қабул қиламиз. Бундай ҳаракатга *нисбий ҳаракат* деб аталади. Тинч турган санақ системаси (релс) га нисбатан ҳаракатланувчи системадаги нуқтанинг ҳаракати *абсолют ҳаракат* деб аталади. Тинч турган санақ системасига нисбатан ҳаракатга *кўчирма ҳаракат* деб аталади. Тинч турган санақ системаси К да моддий А нуқтанинг координаталари x, y, z ҳаракатланувчи санақ системаси К' да унинг координаталари x', y', z' бўлсин. Иккала санақ системасида ўлчанган вақт тенглигини (t=t') тажрибалар кўрсатади. Мулоҳазаларни соддалаштириш учун t=t'=0 да иккала санақ системаси (К=К') устма-уст тушади деймиз.



6.1 расм

К' санақ системаси тинч турган санақ системаси К га нисбатан тўғри чизиқли текис (υ_0=const) ҳаракат қилсин (6.1-расм). К ва К' санақ системаларида ҳаракатланаётган моддий нуқтанинг координаталари орасидаги боғланиш қуйидаги кўринишда бўлади

$$m=m',\ x=x'+x_0,\ \ y=y',\ \ z=z'. \qquad x_0=m\upsilon_0=m'\upsilon_0. \qquad (6.1)$$

(6.1) тенгликка *Галилейнинг координаталар алмаштиришлари,* қисқача *Галилей алмаштиришлари* деб аталади. Моддий нуқтанинг К ва К' санақ системаларида тезликлари орасидаги боғланишни топиш учун (6.1) тенгликдан вақт бўйича биринчи тартибли ҳосила оламиз

$$\frac{dx}{dt}=\frac{dx'}{dt}+\frac{dx_0}{dt},\quad \frac{dy}{dt}=\frac{dy'}{dt},\quad \frac{dz}{dt}=\frac{dz'}{dt}.$$

$$\upsilon_x=\upsilon_x'+\upsilon_0, \quad \upsilon_y=\upsilon_y', \quad \upsilon_z=\upsilon_z'. \tag{6.2}$$

(6.2) га *Галилейнинг тезликлар бўйича алмаштиришлари* деб аталади. Бу тенгликни ҳадма-ҳад қўшсак

$$\upsilon=\upsilon'+\upsilon_0 \tag{6.2a}$$

ҳосил бўлади. Бу *тезликларни қўшиш қонунидир*. (6.2) ни вақт бўйича дифференциалласак, моддий нуқтанинг К ва К' саноқ системаларидаги тезланишлари ўртасида боғланишни топамиз

$$a_x = a_x', \quad a_y = a_y', \; a_z = a_z'. \tag{6.3}$$

(6.2) ва (6.2а) тенгламаларни вектор кўринишда ёзамиз

$$\vec{\upsilon}=\vec{\upsilon'}+\vec{\upsilon_0}, \tag{6.4}$$

$$\vec{a} = \vec{a'}. \tag{6.5}$$

υ-К системага нисбатан кузатилаётган моддий нуқта тезлиги – *абсолют тезлик,* υ'-К' системага нисбатан тезлиги – *нисбий тезлик* ва υ_0-К' *системанинг К системага* нисбатан тезлиги, *кўчиш тезлиги* бўлиб:

1) ҳаракатланаётган моддий нуқтанинг абсолют тезлиги (υ), нисбий (υ') ва кўчиш (υ_0) тезликларининг вектор йиғиндисига тенг;

2) моддий нуқтанинг К системага нисбатан тезланиши нисбий тезланишига тенг.

Хулоса қилиб айтганда, *инерциал саноқ системалар бир-бирига нисбатан тўғри чизиқли текис ҳаракат қилса, бу саноқ системаларида моддий нуқтанинг тезланиши бир хил бўлади.* (6.3) ёки (6.5) тенгликка асосан механиканинг нисбийлик принципини қуйидагича таърифлашимиз мумкин; *инерциал саноқ система ичида ўтказилган механик тажрибалар ёрдамида у тинч ёки тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётганини аниқлаш мумкин эмас ёки механика қонунлари ҳамма саноқ системалари учун ўринлидир.* 1905-йилда Эйнштейн ёруғлик ёрдамида ўтказилган тажрибалар асосида механиканинг нисбийлик принципини таҳлил қилиб шундай хулосага келди: *нисбийлик принципи бу табиатнинг энг фундаментал қонунларидан бири бўлиб, уни фақат механик ҳодисаларгина эмас, балки иссиқлик, электромагнит, оптик ва бошқа ҳодисаларга ҳам қўллаш мумкин.* Физика қонунларининг барча инерциал саноқ системаларида бир хилда бўлиш принципи *инвариантлик принципи* деб аталади. Инвариантлик принципи ҳаракатнинг тезлиги ёруғлик тезлигидан жуда кичик бўлган ҳоллардагина ўринли бўлади.

6.2. Эйнштейн постулатлари. Лоренц алмаштиришлари

Кўп йиллик тажриба ва кузатишларга асосланиб олимлар қуйидаги хулосага келганлар: *ёруғликнинг бўшлиқдаги тезлиги ўзгармас бўлиб ёруғлик манбаининг ва ёруғлик қабул этувчисининг ҳаракатига боғлиқ эмас.* Иккита инерциал санақ системаси (К ва К’) х ўқи бўйича υ тезлик билан бир-бирига нисбатан ҳаракатланаётган бўлсин (6.1-расм). К’ санақ системасида ёруғлик тезлиги с га тенг бўлса, унда Галилей алмаштиришларига асосан К санақ системасида унинг тезлиги (с+υ) тенг бўлади. Нютон механикасида фазо ва вақт абсолют деб қаралганлиги сабабли жисмлар тезлиги ёруғлик тезлигидан катта бўла олмайди. Шунинг учун Нютоннинг фазо ва вақтни абсолют деган тушунчаларидан воз кечишга тўғри келади. Ёруғлик тезлигининг ўзгармаслик фактига асосланиб Эйнштейн 1905-йилда фазо ва вақт тўғрисидаги тасаввурларни қайтадан кўриб чиқди. Фазо ва вақт тўғрисидаги Эйнштейннинг янги таълимоти бўлган *махсус нисбийлик назарияси* иккита принципдан иборат.

1. Нисбийлик принципи*: барча инерциал санақ системалари тенг ҳуқуқлидир, бу системаларда табиат ҳодисалари бир хилда ўтади ва қонунлар бир хилда ифодаланади.*

2. Ёруғлик тезлигининг инвариантлик принципи: *барча инерциал санақ системаларида ёруғлик тезлиги вакуумда энг катта бўлиб, у ўзгармас ва* $c=3\times10^8\,\frac{м}{с}$ *га тенг.*

Мана шу иккита постулатга асосан бир инерциал санақ системасидан бошқа инерциал санақ системасига ўтишда вақт ва координата алмаштиришларни аниқлаймиз. К ва К’ санақ системалари х ўқи бўйича бир-бирига нисбатан υ тезлик билан ҳаракатлансин ва t=t’=0 пайтда x=x’=0 бўлсин. Фараз қилайлик, ҳақиқий тўғри координата алмаштиришлари Галилей алмаштиришларидан γ кўпайтувчига фарқ қилсин

$$\begin{aligned} x'&=\gamma\left(x-\upsilon t\right),\\ x&=\gamma\left(x'-\upsilon' t'\right). \end{aligned} \tag{6.6}$$

$\upsilon'=-\upsilon$ эканлигини ҳисобга олсак (6.6) ифода қуйидаги кўринишга эга бўлади

$$\begin{aligned} x'&=\gamma\left(x-\upsilon t\right),\\ x&=\gamma\left(x'+\upsilon' t'\right). \end{aligned} \tag{6.7}$$

Иккала санақ системасининг координаната бошлари устма-уст тушган пайтдан бошлаб ёруғлик сигнали фронтининг тарқалишини кузатамиз. Ёруғлик сигнали фронтининг вақт ва координаталарини иккала системада $m_0, x_0, m_0^{'}, x_0^{'}$ деб белгилаймиз. Эйнштейннинг иккинчи постулатига асосан,

$$x_0=ct_s,\quad x_0^{'}=ct_s^{'}. \tag{6.8}$$

(6.7) ни (6.8) га қўйсак, у қуйидаги кўринишни олади

$$ct_s^{'}=\gamma\left(c-\upsilon\right)t_s,\quad ct_s=\gamma\left(c+\upsilon\right)t_s^{'}. \tag{6.9}$$

(6.9) тенгламаларнинг биридан $m_c^{'}$ топиб, иккинчига қўйсак ва m_c га қисқартириб γ нинг қийматини топамиз

$$\gamma=\frac{c}{\sqrt{c^2-\upsilon^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}. \tag{6.10}$$

(6.10) ни (6.6) тенгликка қўйсак, *x* ва *x'* координата алмаштиришлар қонунини топамиз

$$x'=\frac{x-\upsilon t}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}},\qquad x=\frac{x'+\upsilon t'}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{\tilde{n}^2}}}. \tag{6.11}$$

Энди вақт бўйича алмаштириш қонуни топиш учун (6.11) тенгламаларда x' координатани йўқотиш зарур. Бунинг учун иккинчи тенгламадаги x' ўрнига биринчи тенгламадаги қийматини қўямиз, унда t' ни t ва x га боғлиқлик тенгламаси ҳосил бўлади

$$x=\frac{x'+\upsilon t'}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}=\gamma\left(x'+\upsilon t'\right)=\gamma\left[\gamma\left(x-\upsilon t\right)+\upsilon t'\right]. \tag{6.12}$$

Бундан,

$$t'=\frac{x}{\gamma\upsilon}-\frac{\gamma x}{\upsilon}+\gamma t=\gamma t-\frac{x}{\upsilon}\left(\gamma-\frac{1}{\gamma}\right). \tag{6.13}$$

Элементар математик амаллардан кейин (6.13) нинг кўриниши қуйидагича бўлади

$$t'=\gamma\left(t-\frac{\upsilon}{c^2}x\right)=\frac{t-\frac{\upsilon}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}. \tag{6.14}$$

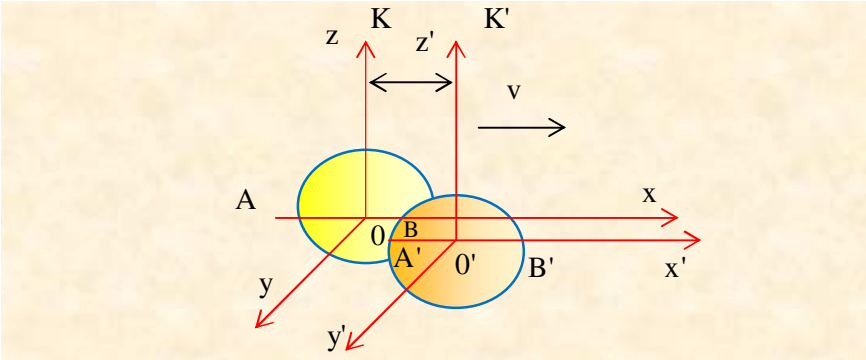
Шу тенгламага ўхшаш, яъни t ни t' ва x' боғлиқлик тенгламасини (6.11) дан топамиз

$$t'=\gamma\left(t'+\frac{\upsilon}{c^2}x'\right)=\frac{t'+\frac{\upsilon}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}. \qquad (6.15)$$

y ва z ўқлари бўйича кўчиш бўлмаганлиги учун y=y’ ва z=z’ тенг бўлиб, (6.11), (6.14) ва (6.15) тенгламалар *Лоренц алмаштиришлари* деб юритилади. Бу алмаштиришлар универсал характерга эга, чунки у фақат фазо ва вақтга тегишлидир. Жуда кичик тезликлар (υ<<c) да Лоренц алмаштириши Галилей алмаштиришига айланади. Нютон қонунларида фазо ва вақт абсолют деб қаралади. Лоренц алмаштиришларини келтириб чиқаришда бу катталиклар ўзаро боғланишда эканлигига асосланади.

6.3. Вақт оралиғининг нисбийлиги. Интервал

Бир вақтлиликнинг нисбийлиги. Нютон механикасида воқеалар барча инерциал саноқ системаларда бир вақтда содир бўлади деб ҳисобланади. *Махсус нисбийлик назариясининг постулатларидан қуйидаги хулоса келиб чиқади: Бир саноқ системасида иккита воқеа (бир-бирига яқин нуқталарда) бир вақтда юз берсада, у бошқа саноқ системаларида бир вақтда юз бермайди.* Қуйидаги тажрибани тасаввур қилайлик. Бир-бирига нисбатан x ўқи бўйича υ тезлик билан ҳаракат қилаётган иккита К ва К’ инерциал саноқ системаси (6.2-расм) берилган бўлсин. Уларнинг марказида 0 ва 0’ нуқталари устма-уст тушган пайтдан бошлаб иккала саноқ системасида вақтни (t ва t’) ҳисоблаймиз. t=t’=0 пайтда координата бошларида ёруғлик чақнаган бўлсин. Бунда ёруғлик сигнали ҳамма томонга тарқала бошлайди. x ўқида иккита А ва В нуқталарни белгилаймиз, бу нуқталар координата бошидан чап ва ўнг томонда бир хил ℓ масофада жойлашган. x’ ўқида ҳам координата боши О’ дан бир хил масофада А’ ва В’ нуқталар белгилаймиз. Ёруғлик сигнали қандай вақт оралиғида ва қандай кетма-кетликда А, В ва А’, В’ нуқталарига етиб боришини аниқлаймиз. К саноқ системасида ёруғлик сигнали А ва В нуқталарга бир хил вақтда етиб боради.



6.2 расм

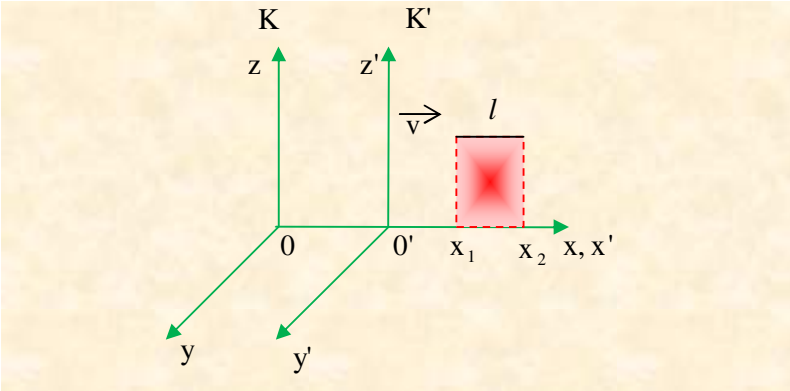
$$t = \frac{\ell}{c}.$$

Бу ерда с – ёруғлик тезлиги. К’ саноқ системасида воқеанинг кетма-кетлигини кўрайлик. А’ нуқта ёруғлик сигнали томонга қараб ҳаракатланади. Шунинг учун, у олдинроқ ёритилади, В’ нуқта ёруғлик сигналидан узоқлашади шунинг учун у кейинроқ ёритилади. Агар К’ саноқ системаси унга нисбатан чапга υ телик билан ҳаракатланганда эди, у ҳолда тескари натижа келиб чиқар эди. Инерциал саноқ системаларидан бирини абсолют деб қараш мумкин эмас, шунинг учун абсолют, яъни қўзғалмас деб ҳисоблай олмаймиз. Масалан, ҳаракатланаётган К’ саноқ системасида x_1' ва x_2' ($x_1' \neq x_2'$) нуқталарида (t’ пайтда) иккита воқеа содир бўлсин (масалан, ёруғлик чақнасин (6.3-расм)). Тинч турган К саноқ системасида бу воқеалар ҳар хил вақтда юз беради (t_1 ва t_2). (6.15) формулага асосан қуйидагини ёзамиз

$$t_1 = \frac{t' + \frac{x_1'\upsilon}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}, \quad t_2 = \frac{t' + \frac{x^2\upsilon}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}.$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t' + \frac{x_2'\upsilon}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}} - \frac{t' + \frac{x_1'\upsilon}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}} = \frac{\frac{\upsilon}{c^2}\left(x_2' - x_1'\right)}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}} = \frac{\frac{\upsilon}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}. \qquad (6.16)$$

Бу ифода нолдан фарқли, чунки $\Delta x' = x_2' - x_1' \neq 0$. Демак, ҳамма инерциал саноқ системалари тенг ҳуқуқлидир, лекин уларда воқеаларнинг бир вақтлилиги ва кетма-кетлиги ҳар хил бўлади. Бир саноқ системадан бошқасига ўтилганда вақт ўзгаришини ҳисобга олиш керак. Демак, бир вақтлилик тушунчаси нисбий маънога эга ва ҳар хил инерциал саноқ системаларда вақт ўтиши ҳар хил бўлади. Шундай қилиб, махсус нисбийлик назариясидан ушбу хулоса келиб чиқади*: бир саноқ системасида иккита воқеа бир вақтда содир бўлса, бошқа саноқ системасида воқеалар ҳар хил вақтда юз беради.*

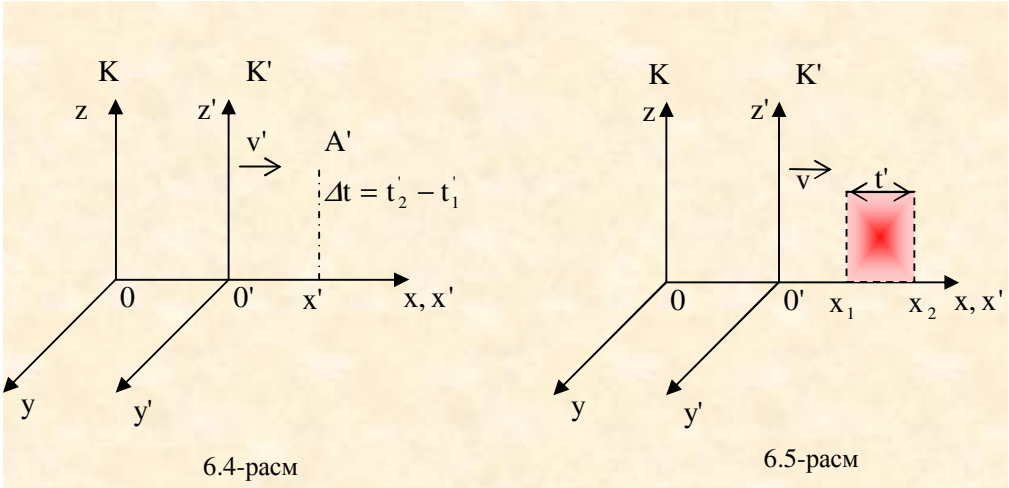


6.3- расм

Вақт оралиғининг нисбийлиги. 6.4-расмда кўрсатилган К’ инерциал санақ системаси К санақ системасига нисбатан υ тезлик билан ҳаракатлансин. Ва К’ системада бизни қизиқтирган жисм А’ нуқтада турсин. Шу нуқтада $t_1^{'}$ пайтда маълум бир воқеа содир бўлсин, $t_2^{'}$ пайтда бошқа воқеа юз бериб, бу воқеалар орасидаги вақт оралиғи $\Delta t'=t_2^{'}-t_1^{'}$ К’ санақ системасида ўлчанган. Энди мана шу воқеалар юз беришига кетган вақт оралиғини К санақ системасида топайлик, воқеалар битта А’ нуқтада содир бўлганлиги учун $x_1^{'}=x_2^{'}=x_0^{'}$ (6.15) формуладан фойдаланиб, вақт оралиғи учун қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t_2' + \frac{x_0'\upsilon}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} - \frac{t_1' + \frac{x_0'\upsilon}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}. \qquad (6.17)$$

(6.17) дан кўринадики, *ҳодисанинг К системада содир бўлиш вақтидан унинг К’ системада содир бўлиш вақти кичик экан, бу вақтнинг секинланиш эффекти (кечикиши)* деб аталади. Шундай қилиб, ҳар хил инерциал санақ системаларида кетма-кет содир бўлувчи воқеалар орасидаги вақт ўзгарар экан. Демак, вақт оралиғи нисбийдир.



6.4-расм 6.5-расм

Кесманинг нисбийлиги. Тасаввур қилайлик, ҳаракатланаётган К’ саноқ системада х ўқига параллел бирор l_0 узунликдаги стержен кесмани $l_0=l_2'-l_1'$ жойлаштирайлик (6.5-расм). Бу ерда x_1' ва x_2' К’ саноқ системасида бир вақтнинг ўзида (t’) стержен боши ва охирининг координаталари унинг узунлигини К саноқ системасида ўлчайлик. К саноқ системасидаги кузатувчи учун стержен К’ система билан биргаликда υ тезлик билан ҳаракатланади. К саноқ системасида бир вақтнинг (t) ўзида кесма координаталари x_1 ва x_2 бўлса унинг узунлиги $\ell = x_2 - x_1$ га тенг бўлади. Лоренц алмаштиришларидан фойдаланиб қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз

$$\ell_0 = x_2' - x_1' = \frac{x_2 - \upsilon t}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} - \frac{x_1 - \upsilon t}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} = \frac{\ell}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}. \qquad (6.18)$$

Бу ердан

$$\ell = \ell_0 \sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}. \qquad (6.19)$$

Демак, К саноқ системасида турган кузатувчи К’ саноқ системаси билан биргаликда ҳаракатланаётган стержен (кесма) нинг узунлиги $\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}$ *марта қисқаришини кўради.* Шундай қилиб, бир-бирига нисбатан ҳаракатланаётган ҳар хил инерциал саноқ системаларида стерженнинг узунлиги ўзгарар экан, яъни стерженнинг узунлиги нисбийдир.

Махсус нисбийлик назариясида интервал тушунчаси. Бу одатдаги иккита нуқта орасидаги интервал (яъни, масофа) тушунчаси ва иккита воқеа орасидаги

интервал (яъни, вақт оралиғи) тушунчаларини умумлаштиради. Фараз қилайлик, *К* инерциал саноқ системасида фазонинг бирор нуқтасида воқеа содир бўлсин. Бу нуқтанинг координаталарини *x, y, z* деб белгилайлик, t_1 пайтида бошқа нуқтада иккинчи воқеа содир бўлсин, бу нуқтанинг координаталари x_1, y_1, z_1 бўлсин. Унда иккита воқеа орасидаги s интервал

$$s = \sqrt{c^2(t_1 - t)^2 - (x_1 - x)^2 - (y_1 - y)^2 - (z_1 - z)^2}$$

бўлади. Лоренц алмаштиришларига нисбатан интервалнинг инвариантлигини қуйидаги ҳисоблашлар билан текшириш мумкин. Ҳаракатланувчи инерциал саноқ системасида (*K'*) интервал s' га тенг

$$s' = \sqrt{c^2(t_1' - t')^2 - (x_1' - x')^2 - (y_1' - y')^2 - (z_1' - z')^2}\,, \qquad (6.19а)$$

$$\left(x_1' - x_2'\right)^2 = \frac{(x_1 - x)^2 + \upsilon^2 (t_1 - t)^2 - 2\upsilon (x_1 - x)(t_1 - t)}{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}, \qquad (6.19б)$$

$$c^2(t_1' - t_2')^2 = \frac{c^2(t_1 - t)^2 - 2\upsilon(x_1 - x)(t_1 - t) + \frac{\upsilon^2}{c^2}(x_1 - x)^2}{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}. \qquad (6.19в)$$

$$(y_1' - y')^2 = (y_1 - y)^2 \qquad (6.19г)$$

$$(z_1' - z')^2 = (z_1 - z)^2. \qquad (6.19д)$$

Бу (б, в, г, д) ларни (а) формулага қўйсак ва элементар ҳисоблашларни бажарсак, s'=s эканлиги келиб чиқади. Шундай қилиб, иккита физик воқеа s интервал билан ажратилган, у абсолют характерга эга ва барча инерциал саноқ системаларида ўринли. Демак *интервал инвариант катталикдир*.

6.4. Тезликларни қўшишнинг релятивистик қонуни

6.5-расмда кўрсатилган K' саноқ системасида моддий нуқта A да турган жисм x' ўқи бўйича ўзгармас υ' тезлик билан ҳаракатлансин

$$\upsilon' = \frac{x'}{t'} \quad . \qquad (6.20)$$

K’ саноқ системаси ҳам X’ ўқи йўналишида К саноқ системасига нисбатан υ_0 тезлик билан ҳаракатда бўлсин. Жисмнинг К саноқ системасига нисбатан u тезлигини топайлик, яъни

$$u=\frac{x}{t}. \qquad (21)$$

Ҳисоблашларни соддалаштириш учун t=t’=0 пайтда x=x’=0 бўлсин ва жисм координаталар марказида О нуқтада жойлашган бўлсин. Бу ҳол учун Лоренцнинг координата ва вақт алмаштиришларини ёзайлик

$$x=\frac{x'+\upsilon t}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}, \qquad t=\frac{t'+\frac{\upsilon}{c^2}x'}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}. \qquad (22)$$

(6.22) ни (6.21) га қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз

$$u=\frac{\frac{x'+\upsilon t'}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}}{\frac{t'+\frac{\upsilon}{c^2}x'}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}}. \qquad (6.23)$$

(6.23) ни сурат ва махражини *t’* га бўламиз:

$$u=\frac{\frac{x'}{t'}+\upsilon}{1+\frac{\upsilon}{c^2}\cdot\frac{x'}{t'}}. \qquad (6.24)$$

(6.24) формулада $\frac{x'}{t'}$ (6.20) формулани эътиборга олиб, (6.24) ни қуйидагича ёзамиз

$$u=\frac{\upsilon'+\upsilon}{1+\frac{\upsilon'\upsilon}{c^2}}. \qquad (6.25)$$

(6.25) формула тезликларни қўшишнинг (алмаштиришнинг) релятивистик қонунини ифодалайди. Бунда абсолют тезлик, нисбий ва кўчиш тезликларининг йиғиндисига тенг бўлмас экан, яъни, Нютон механикасидаги тезликларни қўшиш қонунига ўхшамайди. Агар моддий нуқтанинг тезлиги ва саноқ системаларни бир-бирига нисбатан тезлиги ёруғлик тезлигидан жуда кичик, яъни $\upsilon \ll c$, $\upsilon \ll c$ бўлса,

унда $\frac{\upsilon'\upsilon}{c^2}<<1$ бўлади ва (6.25) дан Нютон механикасидаги тезликларни қўшиш қонуни келиб чиқади

$$u=\upsilon'+\upsilon\ . \qquad (6.26)$$

(6.25) формуладан кўриниб турибдики, жисмнинг абсолют тезлиги ёруғлик тезлигидан катта бўлмайди. Масалан, моддий нуқтанинг тезлиги $\upsilon'=c$ тенг бўлсин, унда

$$u=\frac{\upsilon'+\upsilon_0}{1+\frac{\upsilon'\upsilon_0}{c^2}}=\frac{c+\upsilon_0}{1+\frac{c\upsilon_0}{c^2}}=c\frac{c+\upsilon_0}{c+\upsilon_0}=c\,. \qquad (6.27)$$

тенг бўлади. Шундай қилиб релятивистик механика қонунлари жисмларнинг кичик, тезликларида $\upsilon_0<<c$ классик механика қонунларига айланади.

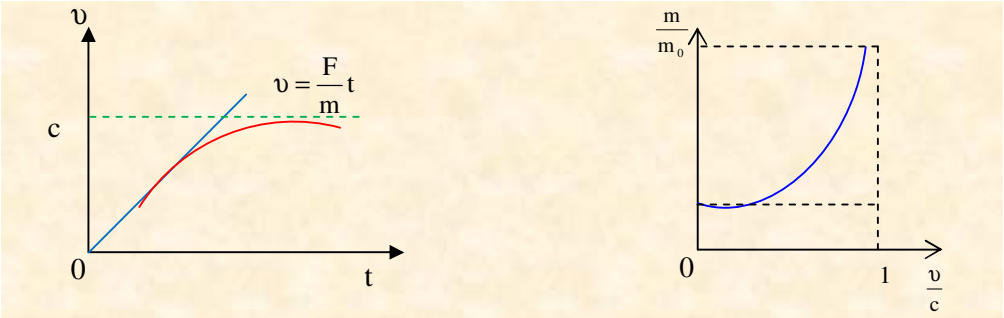
6.5. Масса, импулс ва энергия ҳамда улар орасидаги боғланиш

Классик механикада жисмнинг массаси барча инерциал саноқ системаларда ўзгармас деб ҳисобланар эди. Ҳақиқатдан шу хулосаларни тажрибалар тасдиқлайди, агар жисмларнинг ҳаракат тезлиги ёруғлик тезлигидан жуда кичик ($\upsilon<<c$) бўлса ва бу ҳолда жисм массасининг тезликкка боғлиқлигини аниқлаб бўлмайди. Масалан, жисм ўзгармас F куч таъсирида ҳаракатлансин, $t_1=0$ пайтда $\upsilon=0$ бўлганда динамиканинг иккинчи қонуни қуйидаги кўринишда бўлади

$$\vec{F}=m\frac{\upsilon}{t}\,.$$

ёки

$$\vec{\upsilon}=\frac{\vec{F}}{m}t=at\,. \qquad (6.28)$$



6.6-расм 6.7-расм

Демак, тезлик кучнинг жисмга таъсир этиш вақтига тўғри мутаносиб экан. Бошқача қилиб айтганда, таъсир қилаётган ўзгармас кучнинг таъсир этиш вақти қанча узоқ давом этса, унинг ҳаракат тезлиги чекланмаган ҳолда ортиб боради (6.6-расмдаги тўғри чизиқ). Бу хулоса махсус нисбийлик назариясига тўғри келмайди, чунки нисбийлик назариясининг фундаментал хулосаларидан бири ҳеч қандай жисмнинг ҳаракат тезлиги ёруғлик тезлигидан катта бўлмайди. Шунинг учун динамиканинг асосий қонунини шундай ўзгартиришимиз керакки, унинг хулосалари махсус нисбийлик назариясининг хулосаларига мос келиши керак. Бу масалани ечиш учун Эйнштейн жисмнинг массаси бир-бирига нисбатан ҳаракатланаётган саноқ системаларида бир хил эмас деб ҳисоблайди. Жисм массасининг бирор инерциал саноқ систмасига нисбатан ҳаракат тезлигига боғлиқлиги қуйидагича ифодаланилади (6.7-расм)

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} \quad . \tag{6.29}$$

Бунда m_0 – тинч турган жисмнинг массаси, m – жисмнинг саноқ системасига нисбатан υ тезлик билан ҳаракатлангандаги массаси. Бу масса *релятивистик масса* деб аталади. Релятивистик механикада жисмнинг импулси қуйидаги кўринишга эга

$$p = m\upsilon = \frac{m_0 \cdot \vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} . \tag{6.30}$$

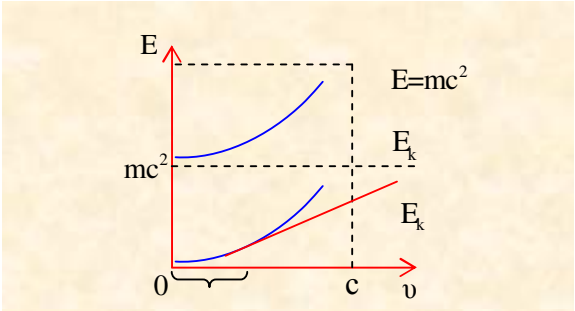
Бунда m – релятивистик масса. Агар жисмнинг ҳаракат тезлиги $\upsilon << c$ бўлса, $m = m_0 - const$ бўлади. Унда $p = m_0\upsilon$, яъни Нютон механикасидаги импулс ифодаси келиб чиқади. Ҳаракатланаётган жисм массасининг ортиш сабабаларини таҳлил қилиб чиқайлик. Жисм $\upsilon << c$ тезлик билан ҳаракатланаётганда (6.29) формулани Нютон биномига асосланиб қуйидагича ёза оламиз

$$m = m_0\left(1-\frac{\upsilon^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = m_0\left(1+\frac{1}{2}\cdot\frac{\upsilon^2}{c^2}+\frac{3}{8}\cdot\frac{\upsilon^4}{c^4}+...\right). \tag{6.31}$$

(6.31) да ҳадлар жуда кичик қийматга эга бўлгани учун ташлаб юборамиз, унда (6.31)

$$m = m_0 + \frac{m_0\upsilon^2}{2c^2} = m_0 + \frac{K}{c^2} . \tag{6.32}$$

кўринишни олади. (32) ни қуйидагича ёзамиз



6.8-расм

$$mc^2 = m_0c^2 + K = E_0 + K = E. \qquad (6.33)$$

ёки

$$E = mc^2 \qquad (6.34)$$

Бу энергиялар график равишда 6.8-расмда келтирилган. (6.34) тенглик масса ва энергиянинг ўзаро боғлиқлик қонунини ифодалайди

$$E_0 = m_0c^2 \qquad (6.35)$$

Бу тенглик энергия ифодасидир, уни жисмнинг *тинч ҳолатдаги энергияси* деб юритилади. Классик механика $\upsilon=0$ катталикни ҳисобга олмас эди, чунки $\upsilon=0$ да тинч ҳолатдаги жисмнинг энергияси нолга тенг деб ҳисобланар эди. Шундай қилиб, жисм катта тезлик билан ҳаракатланаётганида унинг кинетик энергияси (6.33) формуладан аниқланади:

$$K = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} - m_0c^2. \qquad (6.36)$$

$\upsilon \ll c$ бўлганда (6.36) формула (6.31) ҳисобга олинганда классик механикадаги формулага айланади

$$K = \frac{m\upsilon^2}{2}. \qquad (6.37)$$

Агар жисм тинч ҳолатда бўлса ($\upsilon=0$), (6.33) тенгликда $K = 0$ бўлади. $E = E_0$, яъни

$$E = E_0 = m_0c^2 . \qquad (6.38)$$

Жисмнинг тинч ҳолатдаги энергияси (6.38) мавжудлиги туфайли жисмни маълум бир потенциал энергияли резурвуар деб қараш мумкин. Бу энергия бошқа хил энергияларга ёки нурланиш энергиясига айланиши мумкин. Агар m_0 массали жисм ΔE энергия чиқарган бўлса, унда жисмнинг тинч ҳолатдаги массаси Δm миқдорга камаяди. Бунда тинч ҳолатдаги жисм энергияси ва массаси ўзаро боғлиқлиги қуйидаги муносабат орқали ифодаланилади

$$E_0 - \Delta E = (m_0 - \Delta m)c^2 = m_0c^2 - \Delta mc^2 . \qquad (6.39)$$

Бу ерда

$$\Delta E = \Delta mc^2 . \qquad (6.40)$$

Δm – масса дефекти деб юритилади. Масалан, жисм ёруғлик нурини ютиши натижасида ΔE энергияга эга бўлади ва унинг массаси Δm қийматга ортади. Агар иккита мусбат зарядланган заррани бир-бирига яқинлаштирсак унда уларнинг тич ҳолатдаги массалари йиғиндиси Δm қийматга ортади. Яъни $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$, бу ерда ΔE – системанинг потенциал энергияси ортишини кўрсатади ва бу катталик итариш кучларини енгиш учун сарф бўлган ишга тенгдир.

Жисмнинг ёки ўзаро таъсирдаги зарралар системасининг тинч ҳолатдаги энергияси E_0 шу жисмни ёки системани тинч ҳолатдаги энергиялари ($m_{0i}c^2$) йиғиндисига тенг эмас. Бундай системани бўлакларга ажратиш учун зарралар ўртасидаги ўзаро тутиниш кучларига қарши маълум бир иш бажариш зарур. Шунинг учун энергиянинг сақланиш қонунига асосан қуйидагини ёзамиз

$$\sum_{i=1}^{n} m_{0i}c^2 = E_0 + A . \qquad (6.41)$$

ёки

$$E_0 = \sum_{i=1}^{n} m_{0i}c^2 - \Delta E_b . \qquad (6.42)$$

Бу ерда $\Delta E_b = \Delta mc^2 = A -$ системанинг *боғланиш энергияси* деб аталади. Энергия ва массанинг ўзаро боғланиш қонуни ядро физикасида ўтказилган тажрибаларда тасдиқланди.

6.6. Релятивистик динамиканинг асосий қонуни

Механиканинг асосий қонуни, яъни Нютоннинг иккинчи қонуни

$$F = m\frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d(m\upsilon)}{dt} = \frac{dp}{dt}. \qquad (6.43)$$

Лоренц алмаштиришларига нисбатан инвариант бўлиши учун юқорида кўриб ўтилган релятивистик импулс (6.30) формуласидан фойдаланамиз. (6.30) ни (6.43) формулага келтриб қўйсак, қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз

$$F = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\upsilon}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}\right). \qquad (6.44)$$

Бу формула *релятивистик динамиканинг асосий қонунини* ифодалайди. Релятивистик динамика бирор ўзгармас куч таъсирида жисм тезлигининг ўзгариш қонунини топиш учун (6.44) тенгламани қуйидагича ўзгартириб интеграллаймиз

$$\int d\left(\frac{m_0\upsilon}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}\right) = \int Fdt. \qquad (6.45)$$

Бу ерда F, m_0, υ ва c ўзгармас катталиклар. Бу тенгликни яна интегралласак

$$\left(\frac{m_0\upsilon}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}\right) = Ft + const. \qquad (6.46)$$

ҳосил бўлади. Агар t=0 да υ=0 деб олсак, унда интеграллаш доимийси ҳам нолга тенг бўлади. Унда (6.45) тенгламани υ га нисбатан ечиб чиқсак қуйидаги тенгликни топамиз

$$\upsilon = \left(\frac{\frac{F}{m_0}t}{\sqrt{1-\left(\frac{Ft}{m_0c}\right)^2}}\right). \qquad (6.47)$$

Бундан кўриниб турибдики релятивистик динамикада тезликнинг ўзгариш қонуни Нютон динамикасидаги тезликнинг ўзгариш қонунига мос келмас экан. Релятивистик динамикада жисмнинг тезлиги ёруғлик тезлигидан катта бўлмайди, бу эса нисбийлик назариясига мос келади.

6.7. Махсус нисбийлик назариясида сақланиш қонунлари

Релятивистик механикада импулс ва энергиянинг сақланиш қонунини кўриб чиқамиз. Бунинг учун ўзаро таъсирда бўлмаган *n* та жисмдан иборат ёпиқ системани оламиз. Бу системанинг тўла релятивистик энергияси ва импулси шу системадаги жисмларнинг энергияси ва импулсининг йиғиндисига тенг

$$E=\sum_{i=1}^{n}E_i=\sum_{i=1}^{n}\frac{m_{0i}c^2}{\sqrt{1-\frac{\upsilon_i^2}{c^2}}}=\sum_{i=1}^{n}\sqrt{p_i^2c^2+m_{0i}^2c^2}=\sum_{i=1}^{n}\left(m_{0i}c^2+K_i\right), \qquad (6.48)$$

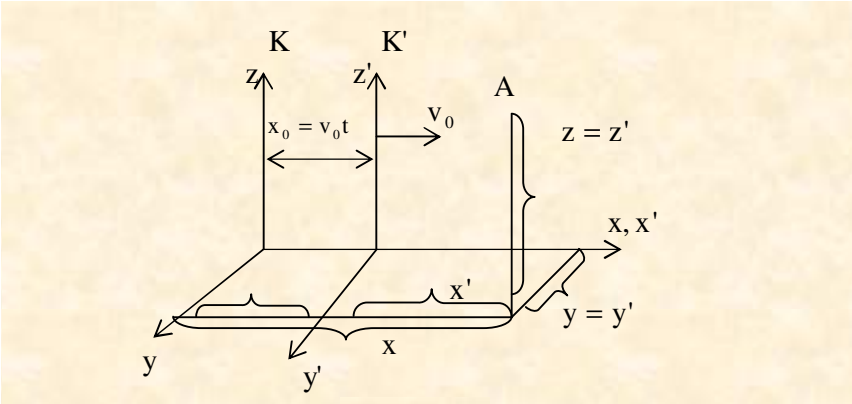
$$p=\sum_{i=1}^{n}p_i=\sum_{i=1}^{n}\frac{m_{oi}\upsilon_i}{\sqrt{1-\frac{\upsilon_i^2}{c_i^2}}}. \qquad (6.49)$$

Системани ташкил қилган жисмларнинг ўзаро таъсири бўлмаганлиги учун уларнинг тезлиги ва релятивистик энергияси ўзгармасдир. Шунинг учун системанинг тўла энергияси ва импулси ўзгармас бўлади. Жисмларнинг ўзаро таъсирини тўқнашувга қадар ёки тўқнашувдан кейинги пайтлар учун ёзамиз. Система ёпиқ бўлганлиги учун системанинг энергияси ва импулси ўзгармай қолади

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{m_{0i}\upsilon^2}{\sqrt{1-\frac{\upsilon_i^2}{c^2}}}=\sum_{i=1}^{n'}\frac{m_{0i}'\upsilon^2}{\sqrt{1-\frac{\upsilon_i^2}{c^2}}}. \qquad (6.50)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{m_{0i}\upsilon^2}{\sqrt{1-\frac{\upsilon_i^2}{c^2}}}=\sum_{i=1}^{n'}\frac{m_{0i}'\upsilon^2}{\sqrt{1-\frac{\upsilon_i^2}{c^2}}}. \qquad (6.51)$$

Бу ерда m_{0i} – жисмнинг тўқнашувга қадар массаси, m_{0i}' – жисмнинг тўқнашувдан кейинги массаси. Системани ташкил қилган жисмларнинг ўзаро тўқнашуви натижасида $n \neq n'$ бўлади. Энергия ва масса $E=mc^2$ муносабат билан боғлиқ бўлганлиги учун энергиянинг сақланиш қонунидан (6.50) массанинг сақланиш қонуни келиб чиқади.



6.9-расм

6.8. Ноинерциал санақ системалари. Инерция кучлари

Жисмларнинг ёки моддий нуқталарнинг ҳаракатларини ўрганганимизда биз асосан инерциал санақ системаларидан фойдаланган эдик. Лекин кўп ҳолларда моддий нуқталарнинг ҳаракатланиши ноинерциал санақ системаларига нисбатан ўрганиш зарурати ҳам туғилади. Бирорта инерциал санақ системасига нисбатан тезланиш билан ҳаракатланаётган санақ системалари *ноинерциал санақ системалари* деб юритилади. Мана шундай санақ системаларига (6.9-расм) нисбатан А нуқтадаги моддий нуқта ҳаракатини кўриб чиқайлик. А нуқтанинг К' санақ системасига нисбатан координаталари x', y', z' ва К санақ системасига нисбатан эса x, y, z бўлсин. К' ноинерциал санақ системасига нисбатан ўзгармас (a_0=const) тезланиш билан Х ўқи бўйича ҳаракатлансин. К ва К' санақ системаларига нисбатан ҳаракатланаётган моддий нуқтанинг координаталари орасидаги боғланиш қуйидагича бўлади

$$t=t', \; x=x'+x_0, \; y=y', \; z=z' \qquad (6.52)$$

Бу ерда $x_0= t\upsilon_0$, υ_0=const. Моддий нуқтанинг инерциал ва ноинерциал санақ системаларидаги тезликлари ва тезланишлари орасидаги боғланишни топиш учун (6.52) ни вақт бўйича дифференциалласак

$$\upsilon_x=\upsilon_x'+\upsilon_0, \; \upsilon_y=\upsilon_y', \; \upsilon_z=\upsilon_z' \qquad (6.53)$$

ва

$$a_x=a_x'+a_0, \; a_y=a_y', \; a_z=a_z' \qquad (6.54)$$

ҳосил бўлади. Бу тенгликларни ҳадма-ҳад қўшсак

$$\upsilon=\upsilon'+\upsilon_0$$

ва

$$a=a'+a_0$$

бўлади. Бу ерда

$$a_0 = \frac{d\upsilon_0}{dt} \qquad (6.55)$$

Инерциал ва ноинерциал саноқ системалрида моддий нуқтанинг ҳаракат тезлиги ва тезланиши ҳар хил бўлади. (6.53) ва (6.54) ни вектор кўринишда ёзамиз

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}' + \vec{\upsilon}_0 \qquad (6.56)$$

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0 . \qquad (6.57)$$

Демак, абсолют тезлик нисбий ва кўчиш тезликларининг йиғиндисига тенг. Абсолют тезланиш эса нисбий тезланиш ва кўчиш тезланишларининг йиғиндисига тенг. Ҳаракатланучи K' саноқ системасига нисбатан m массали нуқтанинг ҳаракат тенгламасини ёзайлик. Тинч турган саноқ системасига нисбатан динамиканинг иккинчи қонунини қуйидагича ёзамиз

$$\vec{F} = m\vec{a} . \qquad (6.58)$$

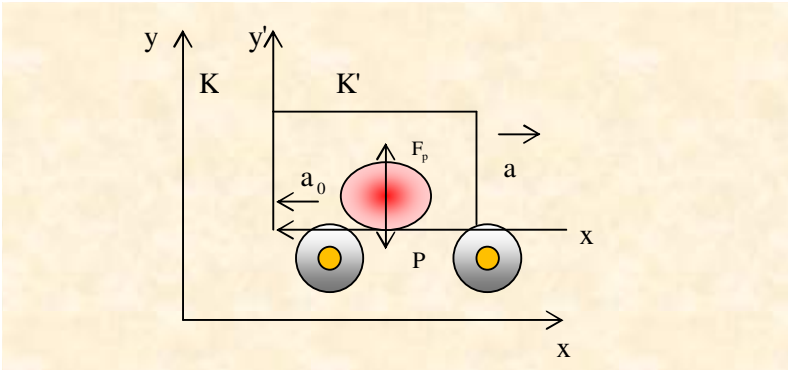
(6.57) га (6.58) ни келтириб қўйсак, қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз

$$\vec{F} = m\vec{a}' + m\vec{a}_0 . \qquad (6.59)$$

Бундан,

$$m\vec{a}' = \vec{F} = m\vec{a}_0 \qquad (6.60)$$

Бу ерда $\vec{F} = m\vec{a}_0$ $\vec{F} = m\overrightarrow{a_0}$ – саноқ системалари бир-бирига нисбатан тезланувчан ҳаракатда бўлганлиги учун ҳосил бўлувчи кучлар *инерция кучлари* деб юритилади.



6.10 расм

Демак, ноинерциал саноқ системаларда жисмларга Нютон кучларидан бошқа кучлар, яъни инерция кучлари ҳам таъсир этар экан. Инерция кучларининг Нютон кучлари каби жисмларга динамик ва статик таъсири мавжуд. Жисмларга инерция кучларининг таъсири мавжудлигини оддий бир мисолда кўрайлик. Масалан, (6.10-расм) вагон ичига пўлат шарча жойлаштирайлик. Бунда Нютон кучларининг йиғиндиси (оғирлик кучи ва вагон полининг реакция кучи) нолга тенг. Вагон ерга нисбатан *a* тезланиш билан ҳаракатланса пўлат шарча ҳаракат йўналишига тескари томонга тезланиш билан думалайди

$$\vec{a} = -\vec{a}_0. \qquad (6.61)$$

Бу тенгликнинг иккала томонини шарнинг массасига кўпайтириб *инерция кучи* катталигини топамиз

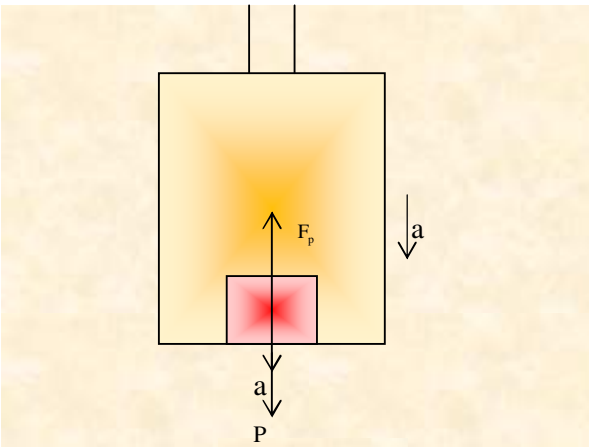
$$\vec{F} = -m\vec{a}_0 \qquad (6.62)$$

Шундай қилиб, *саноқ системалари тезланувчан ҳаракатда бўлса бу системадаги ҳамма жисмларга инерция кучи таъсир қилади.* Инерция кучи система ҳаракатига тескари, яъни система тезланишига қарама-қарши йўналган бўлади. Агар саноқ системаси ўзгармас тезланиш билан ҳаракатланса бунда инерция кучлари ҳам ўзгармас бўлади. Саноқ системаси ўзгарувчан бўлади. Инерция кучи формуласидан кўриниб турибдики, жисмга таъсир этаётган инерция кучи шу жисмнинг массасига тўғри мутаносиб. Бу эса инерция ва оғирлик кучларининг ўхшашлиги (эквивалентлигини) кўрсатади.

6.9. Жисм оғирлиги. Вазнсизлик

Механикадаги эластиклик, ишқаланиш ва бошқа кучларни ўлчашда динамометрлардан фойдаланамиз. Жисмларнинг оғирлигини ўлчашда ҳам худди шу қурилмадан фойдаланамиз. Жисмнинг оғирлиги деганда нимани тушунамиз? Жисмларнинг ерга тортилиши натижасида жисмни тагликка ёки осмага таъсир кучи (*P*) *жисмнинг оғирлиги* деб аталади. Демак жисмнинг оғирлиги жисмга таъсир этаётган кучдир. Масалан, *m* массали жисм ерга тортилиши натижасида Нютон тортишиш қонунига асосан,

$$F = \gamma \frac{mm_1}{r^2} = mg$$



6.11- расм

куч таъсирида бўлади. Жисмнинг оғирлиги туфайли ҳосил бўлаётган куч (*F*) нинг йўналиши *F* кучнинг йўналиши билан ҳамма вақт мос тушмайди. Агар бирор тагликда (*S* юзли тахта устида) турган жисм биргаликда маълум бир *a* тезланиш билан ҳаракатланса ва унинг йўналиши оғирлик кучи билан мос тушса унда жисмга динамиканинг иккинчи қонунига асосан қуйидаги куч таъсир этади

$$m\vec{a} = \vec{F}_r + m\vec{g} \qquad (6.63)$$

Бунда қуйидагини ҳосил қиламиз

$$\vec{F}_r = m(\vec{a} - \vec{g}). \qquad (6.64)$$

Бу ерда F_r – тагликнинг реакция кучи. Жисмнинг оғирлиги ва тагликнинг реакция кучи сон жиҳатдан тенг ва қарама-қарши йўналишда ($P=-F_r$) бўлганлиги учун

$$\vec{P} = m\left(\vec{g} - \vec{a}\right). \qquad (6.65)$$

Шундай қилиб, агар a=0 бўлса, P=mg бўлади. Агар жисм ва таглик биргаликда нолдан фарқли тезланиш билан ҳаракатланса, P≠mg бўлади. Тезланиш a нинг йўналиши ва катталигига қараб жисмнинг оғирлиги мг катталикдан катта ёки кичик бўлиши мумкин. Агар a=g бўлса, P=0 бўлади, яъни осмага таъсир кучи нолга тенг, жисм оғирлигини йўқотади. Жисмнинг бу ҳолати вазнсизлик деб юритилади. Юқорида айтилганларни тезланувчан ҳаракат қилаётган лифтга жисмнинг оғирлигининг ўзгариши мисолида кўриб чиқамиз (6.11-расм). Лифт маълум бир a тезланиш билан ҳаракатлансин. Жисмга таъсир этаётган кучлар: P – тортишиш кучи, жисмни тутиб турувчи тагликка қўйилган P куч ва F_p жисмга таглик томонидан таъсир қилаётган реакция кучи ($R=-F_r$). Мана шу система a тезланиш билан пастга қараб ҳаракатланса, механика қонунларига кўра:

$$\vec{P} = \vec{Q} - m\vec{a} \qquad (6.66)$$

ёки

$$\vec{P} = m\left(\vec{g} - \vec{a}\right). \qquad (6.66a)$$

Шундай қилиб, жисмнинг тагликка босим кучи (оғирлик) инерция ва тортишиш кучлари йиғиндиси билан белгиланади. Агар лифт a=g тезланиш билан пастга қараб ҳаракатлана олса, лифтнинг ичидаги жисм оғирлигини йўқотади, яъни вазнсизлик ҳолатида бўлади. Инерция ва гравитация кучлари жисмнинг массасига тўғри мутаносиб. Шунинг учун инерция ва гравитация кучларининг майдонида ҳамма жисмлар (массаларига боғлиқ бўлмаган ҳолда) бир хил тезланиш билан ҳаракатланади. Тажрибалардан маълумки, ҳамма жисмлар массаларига боғлиқ бўлмаган ҳолда маълум бир гравитацион майдонда бир хил тезланиш олади. Худди шундай хоссага бирор ноинерциал саноқ системасига нисбатан эркин ҳаракатланаётган жисм ҳам эга бўлади. Демак, инерция кучлари ҳам худди гравитация кучларига эквивалент бўлган хоссага эга. Мисол тариқасида ҳаракатланаётган лифтда бўладиган ҳодисаларни кўриб чиқайлик. Лифт Ерга нисбатан текис ҳаракат қилсин. Унинг ичидаги ҳамма жисмлар (йўловчи ёки пружинали осмадаги жисм) ернинг тортишиш (граватацион) майдони таъсирида бўлади. Жисмлар ўз ҳолига қўйилса, улар лифтга нисбатан бир хил тезланиш билан (g) эркин тушади. Энди лифтни Ердан ва бошқа жисмлардан шунчалик узоқлаштирамизки, у гравитацион майдон таъсирида бўлмасин. Мана шундай шароитда лифтни a=-g тезланиш билан ҳаракатлантирайлик. Лифтда гравитацион майдон йўқ. Лекин инерция кучлари мавжуд: -ma=mg. Бу кучлар таъсирида лифтдаги жисмлар g га тенг тезланиш билан пастга тушади. Лифт ичидаги пассажир лифт полига кўрсатаётган босим кучи худди гравитацион майдондаги жисмларга тортишиш кучлари кўрсатаётган таъсирда бўлади. Демак, барча физик ҳодисалар бир жинсли гравитацион майдондаги инерциал саноқ системасида ва катталиги ҳамда йўналиши бўйича ўзгармас тезланиш билан ҳаракатланаётган ноинерциал саноқ системаларида бир хилда ўтади. Эквивалентлик принципи фазонинг кичик соҳаларида ўринли, чунки бу фазонинг кичик соҳаларида гравитацион майдонни бир жинсли деб қарашимиз мумкин. Фазонинг катта соҳаларида гравитацион майдон бир жинсли бўлмайди. Шунинг учун бу фазода ноинерциал саноқ системаларини топиш мумкин эмас. Демак, бу системада кучларининг катталиги ва йўналиши оғирлик кучи майдондагидек бўлмайди.

Шундай қилиб инерция ва гравитация кучларининг эквивалентлиги гравитацион майдон ва барча инерция кучлари майдонини қўшиб бир бутун майдон кўринишида қарашга олиб келади. Бу масала умумий нисбийлик назариясида бажарилади. Умумий нисбийлик назариясида (релятивистик гравитацион назария) гравитацион майдоннинг тенгламалари келтирилган. Бу тенгламалар *Эйнштейн тенгламалари* деб аталади. Эйнштейннинг гравитацион назариясининг айрим ғояларини қуйида келтирамиз:

1. Массив жисмлар атрофида гравитацион майдон ҳосил бўлади. Майдон эса кучланганлик вектори ва скаляр катталик майдон потенциали билан характерланади. Майдон кучланганлиги маъно жиҳатдан майдоннинг берилган нуқтасида жисмларнинг тезланиши билан мос тушади. Абцисса ўқи бўйича йўналган бир жинсли майдонда потенциал

$$\varphi=gx$$

бўлиб, бу ерда g эркин тушиш тезланиши x ордината ўқида танланган потенциалнинг нолинчи сатҳидан майдоннинг маълум бир нуқтасигача бўлган масофа. Эквивалентлик принципидан қуйидагини айтиш мумкин: тортишиш майдонида фазо ва вақтнинг хоссалари ноинерциал саноқ системасидагидек бўлиши керак.

2. Гравитацион майдоннинг потенциали нолга тенг бўлган нуқтада абцисса ўқи бўйича Δx_0 узунликдаги кесмани оламиз. Майдоннинг бу нуқтасида вақт оралиғи Δt_0 га тенг. Унда майдоннинг бошқа нуқтасида (потенциали φ тенг) кесманинг узунлиги $\Delta x \neq \Delta x_0$ ва вақт оралиғи ҳам $\Delta t \neq \Delta t_0$. Эквивалентлик принципига асосан g=a ва gx=ax=φ. Бу формулани (6.17) ва (6.18) га қўйсак,

$$\Delta x = \Delta x_0\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{\tilde{n}^2}} = \sqrt{1-\frac{2ax}{c^2}}\Delta x_0 = \Delta x_0\sqrt{1-\frac{2\varphi}{c^2}}$$

Ва

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t0}{\sqrt{1-\frac{2\varphi}{c^2}}}$$

ифодалар ҳосил бўлади. Шундай қилиб, гравитацион майдонда худди инерциал саноқ системасидагидек вақт бир жинсли эмас ва фазо ҳам ноизотроп ва бир жинсли эмас экан.

3. Жисм гравитацион тортишиш майдонида ҳаракатлансин (у ерда вақт бир жинсли эмас ва ноизотроп). У тўғри чизиқли траектория бўйича ҳаракатланмай эгри чизиқ бўйича ҳаракатланади. Унинг формаси майдоннинг структурасига боғлиқ. Ҳаракат тезлиги ҳам ўзгарувчан катталик бўлади, чунки кеманинг узунлиги ва вақт бирлиги гравитацион майдон потенциалининг функциясидир. Мана шу ғояларга асосланиб эйнштейн релятивистик гравитацион назарияни яратади. Бу назариядан чегаравий ҳолларда (кучсиз майдонлар ва ўзаро таъсирдаги жисмларниг секин ҳаракатларида) Нютоннинг тортишиш қонуни келиб чиқади.

Гравитацион назарияга асосланиб Эйнштейн учта эффектни аниқлади:

1. Қуёш атрофида ҳамма планеталар эллипс бўйича ҳаракат қилмасдан ёпиқ бўлмаган эгрилик бўйича ҳаракат қилар экан. Бундай ҳар бир эгриликни тахминан эллипс деб қараш мумкин, унинг ўқи орбита текислигида жуда секин бурилади.

2. Гравитацион майдонда ёруғлик нури эгилар экан. Ёруғлик нури кучли гравитацион майдонда эгилишини тажрибаларда ўлчашган. Бу тажрибада ўлчанган натижалар гравитацион назариядан фойдаланиб ҳисобланган натижага мос келади.
3. Вақт бир жинсли бўлмаганлиги сабабли ҳар қандай даврий жараён гравитацион майдонда майдон бўлмагандагига нисбатан секинроқ ўтади. Демак, гравитацион майдонда соатларнинг юриши секинлашади. Бу эффект ҳам тажрибаларда тасдиқланган.

Синов саволлари:

1. Галилей узгартиришлари деб нимага айтилади?
2. Нисбийлик назарияси пастулаталари . Лоренц алмаштиришлари ва ундан келиб чикадигин хулосаларни тушунтириб беринг?
3. Тезликларни кушишнинг релетелистик конунини айтиб беринг?
4. Релетелистик динамиканинг асосий конуни деганда нимани тушунасиз?

VII-БОБ
ТЕБРАНИШЛАР ВА ТЎЛҚИНЛАР

Жисмнинг тенг вақтлар оралиғида бир вазиятдан ўтадиган ҳаракати тебранма ҳаракат дейилади. Вақтнинг бирдай оралиқларида жисм айни бир йўналишда ва вазиятдан ўтса, бундай тебранма ҳаракат даврий ҳаракат дейилади. Турли тебранма ҳаракатлар учун тааллуқли бўлган, "мувозанат ҳолат" мавжуд бўлиб, тебранувчи жисм тебраниш бошлангунча ва охирида бу ҳолатга келиб, ташқи куч таъсир этмаса чексиз узоқ вақт туриши мумкин. Тебранма ҳаракатни такрорланишни характерловчи қуйидаги белгилар бор:

а) тебраниш қонунларининг математик ифодасининг мавжудлиги;

б) тебранувчи системанинг тебранишни ҳисобга олина бошлаган ҳолатга (нуқтага) қайтиб кетгунча кетган вақт;

в) тебранувчи жисмнинг мувозанат ҳолатидан энг четга чиқиши.

Тебранувчи ҳаракатлар ўзларининг мураккаблик даражаси билан фарқланадилар. Даврий тебранма ҳаракат тебранма ҳаракатлар орасида соддасидир. Жисмнинг тенг вақтлар оралиғида бир вазиятдан ўтадиган ҳаракати тебранма ҳаракат дейилади. Вақтнинг бирдай оралиқларида жисм айни бир йўналишда ва вазиятдан ўтса, бундай тебранма ҳаракат даврий ҳаракат дейилади. Турли тебранма ҳаракатлар учун тааллуқли бўлган, "мувозанат ҳолат" мавжуд бўлиб, тебранувчи жисм тебраниш бошлангунча ва охирида бу ҳолатга келиб, ташқи куч таъсир этмаса чексиз узоқ вақт туриши мумкин. Тебранма ҳаракатни такрорланишни характерловчи қуйидаги белгилар бор:

а) тебраниш қонунларининг математик ифодасининг мавжудлиги;

б) тебранувчи системанинг тебранишни ҳисобга олина бошлаган ҳолатга (нуқтага) қайтиб кетгунча кетган вақт;

в) тебранувчи жисмнинг мувозанат ҳолатидан энг четга чиқиши.

Тебранувчи ҳаракатлар ўзларининг мураккаблик даражаси билан фарқланадилар. Даврий тебранма ҳаракат тебранма ҳаракатлар орасида соддасидир.

Тебранишлар товуш, ёруғлик, радиотўлқинларининг пайдо бўлиши ва тарқалиши, сейсмик тўлқинлар келиб чиқиши, зириллаш (вибракция)лар ва бошқа ҳодисаларнинг асосини ташкил этади. Санаб ўтилган ҳодисалардаги қонуниятлар физиканинг тебранишлар ҳақидаги таълимот бўлимида ўрганилади. Бу таълимотнинг дастлабки ривожи Галилей ва Гюйгенснинг маятник ҳаракатини ўрганишга оид ишлари бўлди. Бу таълимот физиканинг турли бўлимларида тебранишнинг алоҳида хусусий ҳолларини ўрганиш билан боғлиқ ҳолда ҳам ривожланиб борди. Тебранишларни ўрганишда вибрацияга оид ишларни ҳал этишда Лагранж, электромагнит ҳодисаларни ҳал этишда У. Томсон (Кельвин), Максвелл ва Герцлар, акустик ҳодисаларни ўрганишда Релейларнинг ҳиссалари каттадир. Тебраниш ҳақидаги таълимот алоҳида фан сифатида XX асрдагина ривожланди. Бу таълимотнинг кейинги ривожи асосан радио техника ютуқларига боғлиқ бўлиб, А.С. Поповнинг электромагнит энергиясини узоқ масофаларга узатишга оид ишлари асосий роль ўйнади. Тебраниш ҳақидаги таълимот ривожланишида рус физиклари П.Н. Лебедев, Б.Б. Голыцин, Н.Е.Жуковский, А.Н.Крылов, Л.И.Мандельштам ва бошқаларнинг хизматлари катта. Ўзбек

физикларидан П.К. Хабибуллаев, Р. Рахматуллин, А.Мамадалимов ва бошқалар тебраниш соҳаси ривожига катта ҳисса қўшдилар.

7.1. Гармоник тебранишлар.

Вақт ўтиш билан такрорланиб турадиган ҳаракатларга тебранма ҳаракат дейилади. Тизимга таъсир этувчи кучларнинг табиатига кўра тебранма ҳаракатлар *эркин тебранишларга, мажбурий тебранишларга ва автотебранишларга бўлинади*. Мувозанат вазиятидан чиқарилган тизимда ташқи кучлар таъсирисиз вужудга келадиган тебранишлар *эркин тебранишлар* дейилади. Даврий равишда ўзгарадиган кучлар таъсирида вужудга келадиган тебранишлар *мажбурий тебранишлар* дейилади. Табиатда кўп учрайдиган тебранма ҳаракатлар ичида *гармоник тебранишлар* деб аталувчи тебранишлар муҳим ўринни эгаллайди. Гармоник тебранишлар тебранма ҳаракатлар ичида энг муҳим бўлиши билан бирга энг оддийси ҳамдир.

Тебранувчи жисм силжишнинг ёки бирор физик катталикнинг вақт бўйича ўзгариши синус ва косинус қонуни бўйича юз берадиган тебранишларга *гармоник тебранишлар* дейилади (7.1-расм). Гармоник тебранма ҳаракатнинг таърифига кўра силжиш қонуни ёки тенгламаси қуйидагича ифодаланади

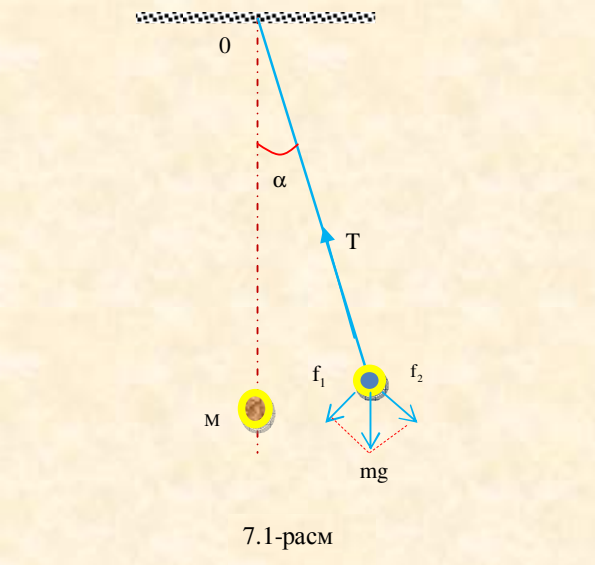
$$x = A\sin\left(\omega_0 t + \alpha\right), \qquad (7.1)$$

бунда x-шарчанинг мувозанат вазиятидан силжиши, А-шарчанинг мувозанат вазиятидан энг катта силжиши бўлиб, бу катталик *тебраниш амплитудаси* номи билан юритилади. ω_0 - доиравий частота; $\omega_0 t+\alpha$ эса гармоник *тебранишнинг фазаси* дейилади ва у кузатилаётган онда тебранувчи жисм ёки катталик қандай вазиятда ва қайси йўналишда эканлигини аниқлайди; α-ўзгармас катталик бўлиб *бошланғич фаза* дейилади ва у кузатиш бошланиши олдидан мувозанат вазиятига нисбатан тебранишнинг йўналиши ва вазиятини аниқлайди. *Вақт бирлиги ичидаги тебранишлар сони тебраниш частотаси дейилади ва ν харфи билан белгиланади.* Частота ва тўла тебраниш даври

$$\nu = \frac{1}{T}$$

муносабат билан боғланган; доиравий частота ω ва оддий частота ν эса

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$



7.1-расм

муносабат билан ўзаро боғланган. Охирги икки формуладан кўринадики, СИ тизимида доиравий частота ω_0 жисмнинг 2π секунд давомида неча марта тўла тебранишини ифодоловчи катталикдир; частота ν эса жисмнинг 1 секунд давомида неча марта тўла тебранишини акс эттиради. Доиравий частота бурчак тезлик каби радиан тақсим секундларда ўлчанади. Частота ν нинг ўлчов бирлиги герц [Гц] деб юритилади. (7.1) ифодани қуйидагича ҳам ёзиш мумкин:

$$x = A\cos\left(\omega_0 t + \alpha_1\right) \tag{7.2}$$

бунда $\alpha_1 = \alpha = \frac{\pi}{2}$. (7.2) формула ҳам гармоник тебранма ҳаракатининг силжиш қонунини ифодалайди.

7.2. Гармоник тебранма ҳаракат қилувчи жисмнинг тезлиги ва тезланиши.

Гармоник тебранма ҳаракат қилаётган жисмнинг силжиши синуслар қонуни бўйича содир бўлаётган бўлсин

$$x = A\sin(\nu_0 t + \alpha).$$

Гармоник тебранувчи моддий нуқтанинг исталган пайтдаги тезлиги силжишдан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага тенг

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = x = A\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \alpha\right) = \upsilon_m \cos\left(\omega_0 t + \alpha\right). \tag{7.3}$$

бунда $A\omega_0 = \upsilon_m$ - тезликнинг амплитуда қиймати. Охирги тенгликни қуйидагича ёзамиз

$$\upsilon=\upsilon_m \sin\left(\omega_0 t+\alpha+\frac{\pi}{2}\right). \qquad (7.4)$$

(7.4) формуладан кўринадики, *тебранувчи моддий нуқтанинг тезлиги ҳам гармоник қонун бўйича ўзгаради*. Тебранувчи моддий нуқтанинг тезланиши тезликдан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага ёки силжишдан вақт бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосилага тенг

$$a=\frac{d^2x}{dt^2}=\ddot{x}=-A\omega_0^2 \sin\left(\omega_0 t+\alpha\right), \qquad (7.5)$$

бунда $A\omega_0^2$- тезланишнинг амплитуда қиймати ва бинобарин,

$$a=a_m \sin\left(\omega_0 t+\alpha+\pi\right) \qquad (7.6)$$

кўринишда ёзиш мумкин. Бу тенгликдан кўринадики, тебранувчи моддий нуқта тезланишнинг ўзгариши ҳам частотаси ω_0 бўлган гармоник тебранма ҳаракат қонуни бўйича содир бўлади. Гармоник тебранувчи моддий нуқтанинг тезланиши силжишга нибатан фаза бўйича π қадар олдинда эканлиги келиб чиқади, яъни тезланиш ва силжиш қарама-қарши фаза бўйича ўзгаради ва (7.3) формула

$$a=-\omega_0^2 x \qquad (7.7)$$

кўринишга эга бўлади.

7.3. Гармоник тебранма ҳаракатнинг дифференциал тенгламаси.

Тебранма ҳаракатнинг *дифференциал тенгламаси* дейилганда тебранаётган моддий нуқтанинг ҳаракат тенгламаси тушунилади. Гармоник тебранма ҳаракат қилаётган моддий нуқтанинг ҳаракат тенгламаси исталган пайтда унинг вазиятини ёки ҳолатини аниқлашга имкон беради.

Пружинали маятник мисолида тебранаётган моддий нуқтага тезланиш берувчи куч-пружинанинг қайишқоқлик кучидир

$$F = -kx.$$

Бу куч таъсирида тебранувчи моддий нуқта

$$a=\frac{dx}{dt}=-A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t+\alpha)$$

тезланиш олади. У ҳолда Нютоннинг иккинчи қонуни қуйидаги кўринишга эга бўлади

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=-kx \quad \text{ёки} \quad m\ddot{x}+kx=0 .$$

Охирги тенгламани

$$\ddot{x}+\frac{k}{m}x=0$$

тарзида ёзамиз ва ундаги $\frac{k}{m}$ нисбат мусбат сон бўлганлиги туфайли уни ω_0^2 орқали белгилаймиз

$$\frac{k}{m}=\omega_0^2 . \tag{7.8}$$

Натижада *гармоник тебранма ҳаракатининг* қуйидаги *дифференциал тенгламасига* эга бўламиз

$$\ddot{x}+\omega_0^2 x=0 . \tag{7.9}$$

Демак, пружинали маятникнинг ҳаракат тенгламаси бир жинсли иккинчи тартибли дифферециал тенглама тарзида ифодаланди. (7.9) тенглама пружинали маятник мисолида келтириб чиқарилган бўлса ҳам, у барча гармоник тебранишлар учун ўринлидир ва унинг ечими гармоник тебранма ҳаракат қилаётган моддий нуқтанинг ҳаракат қонунини ифодалайди, (7.9) тенгламанинг ечими

$$x=A\sin(\omega_0 t+\alpha) \tag{7.10}$$

ёки

$$x=A\cos(\omega_0 t+\alpha) \tag{7.11}$$

эканлигига ишонч ҳосил қилиш мумкин. Гармоник тебранма ҳаракатнинг асосий хусусиятларидан бири унинг *даврийлигидир*. Юқоридаги тенгламалардан пружинали маятникнинг *тебраниш даври* учун

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

ифодани оламиз.

7.4. Математик маятник

Чўзилмайдиган вазнсиз ипдан ва унга осилган массаси m бўлган моддий нуқтадан иборат тизимни математик маятник дейилади. Маятникни мувозанат вазиятидан чиқарсак, яъни уни мувозанат вазиятига нисбатан φ бурчакка оғдирсак, уни мувозанат вазиятига қайтарувчи куч пайдо бўлади. Бу куч сон жиҳатидан қуйидагига тенг

$$f_1 = mg\sin\varphi. \qquad (7.12)$$

Бу куч пуржинанинг қайишқоқлик кучига жуда ўхшаш. Чунки бу куч ҳам, пружинанинг қайишқоқлик кучи ҳам тебранувчи тизимни мувозанат вазиятига қайтаришга интилади. Шу туфайли f_1 куч қайишқоқлик кучи бўлмаса ҳам уни *квазиқайишқоқ куч* деб юритилади (7.2–расм). Тизимни мувозанат вазиятига қайтарувчи f_1 куч таъсирида массаси m бўлган шарча *a* тезланиш олади. Бу хусусий ҳол учун Нютоннинг иккинчи қонуни қуйидагича ёзилади

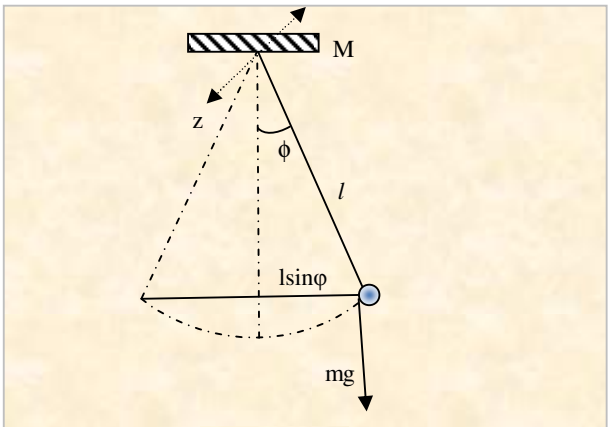
$$m\vec{a} = -m\vec{g}\sin\varphi, \text{ бундан } \vec{a} = -\vec{g}\sin\varphi. \qquad (7.13)$$

Манфий ишора $\vec{f}_1$ кучнинг йўналиши силжишга қарама-қарши эканлигини билдиради. Математик маятник φ бурчакка четланганда шарча босиб ўтган траекториянинг радиуси *l* бўлган айлананинг ёйи бўйлаб ҳаракатидаги бурчак тезланиш чизиқли тезланиш билан қуйидагича боғланган

$$a = \varepsilon\ell = \ddot{\varphi}\ell,$$

бунда $\varepsilon = \ddot{\varphi}$ эканлиги эътиборга олинди. Энди бу ифодани (7.13) қўйсак, уни

$$\ddot{\varphi}\ell = -g\sin\varphi \quad \text{ёки} \quad \ddot{\varphi}\ell + g\sin\varphi = 0 \qquad (7.14)$$



7.2-расм

тарзида ёзиш мумкин. Маятникнинг кичик тебранишлари билан чегараланамиз: у ҳолда $\sin\varphi \approx \varphi$ деб қабул қилиш мумкин. Шунга кўра (7.14) ифодани қуйидагича ёзамиз

$$\ddot{\varphi}\ell + g\varphi = 0 \quad \text{ёки} \quad \ddot{\varphi} + \frac{g}{\ell}\varphi = 0.$$

Охирги тенгламада

$$\frac{g}{\ell} = \omega_0^2 \tag{7.15}$$

белгилашни киритиш муайян физик маънога эга. Натижада

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0 \tag{7.16}$$

кўринишдаги дифференциал тенгламага эга бўламиз. (7.16) тенгламанинг ечими

$$\varphi = A\sin(\omega_0 t + \alpha) \tag{7.17}$$

ёки

$$\varphi = A\cos(\omega_0 t + \alpha) \tag{7.18}$$

эканлиги табиий (бунда α - тебранишнинг бошланғич фазаси, A - четланиш бурчагининг амплитуда қиймати). (7.14) ва (7.16) тенгламалар *гармоник ҳаракат тенгламаларидир*. Демак, кичик тебранишларда математик маятник ўзининг мувозанат вазияти атрофида

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \tag{7.19}$$

доиравий частота билан тебранма ҳаракат қилади. Бу частота математик маятникнинг *хусусий тебраниш частотаси* дейилади. Иккинчи томондан $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ эканлиги ва (7.19) тенгликни назарда тутсак, математик маятникнинг тўла тебраниш даври

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \tag{7.20}$$

бўлади. Бундан кўринадики, математик маятникнинг тўла тебраниш даври фақат унинг узунлигига ҳамда оғирлик кучи таъсирида жисмнинг эркин тушиш тезланишига боғлиқ бўлиб, тебранувчи жисмнинг массасига ва тебраниш амплмитудасига боғлик эмас.

7.5. Физик маятник.

Физик маятник деб, оғирлик марказидан ўтмайдиган ўқ атрофида тебранма ҳаракат қила оладиган қаттиқ жисмга айтилади. Мазкур ўқ (О нуқтадан ўтган ўқ) осилиш ўқи дейилади. Бу ўқ оғирлик маркази (С) дан ℓ масофада жойлашган. Маятникни мувозанат вазияти (ОО') дан бирор бурчакка, айтайлик чап томонга оғдирсак, оғирлик кучининг ташкил этувчиси $\vec{P}_\tau$ уни мувозанат вазиятига қайтаришга интилади. Маятник оғирлик марказидан ўтаётганда ўз инерцияси таъсирида ҳаракатини давом эттириб ўнг томонга оғади ва бу жараён такрорланади, яъни у мувозанат вазияти атрофида тебранма ҳаракат қилади Агар осилиш ўқидаги ишқаланиш кучини ҳисобга олмасак, тебраниш оғирлик кучининг $\vec{P}_\tau = -m\vec{g}\sin\varphi$ ташкил этувчиси туфайли содир бўлади. Манфий ишора кучининг четланиш ($\varphi \sim \sin\varphi$) га қарама-қарши эканлигини билдиради. $\vec{P}_\tau$ нинг таъсирида маятникни мувозанат вазиятига қайтарувчи

$$M = -mgl\sin\varphi \tag{7.21}$$

га тенг куч моменти вужудга келади; бунда *l*-осилиш ўқига нисбатан $\vec{P}_\tau$ кучининг елкаси. Осилиш ўқига нисбатан жисмнинг инерция моментини I билан белгиласак жисмга қуйилган куч моменти

$$M = I\varepsilon = I\dot{\omega} = I\ddot{\varphi} \tag{7.22}$$

тарзда ифодаланади. (7.21) ва (7.22) тенгликлардан қуйидагига эга бўламиз

$$I\ddot{\varphi} = -mgl\sin\varphi \tag{7.23}$$

кичик тебранишлар учун $\sin\varphi \approx \varphi$ деб қабул қилиб (7.23)тенгликни

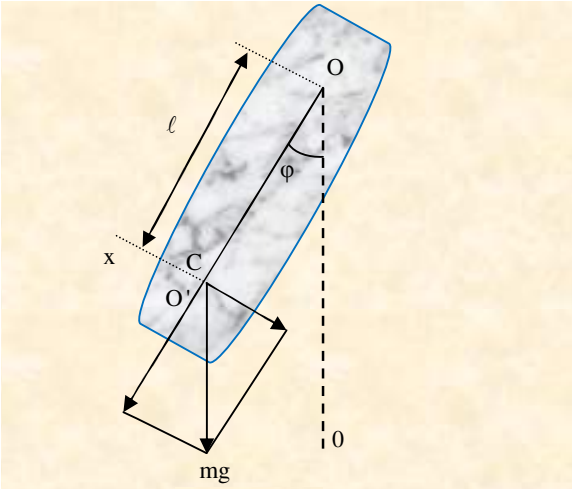
$$I\ddot{\varphi} + mg\ell\varphi = 0 \text{ ёки } \ddot{\varphi} + \frac{mg\ell}{I}\varphi = 0 \tag{7.24}$$

кўринишда ёзамиз. Охирги ифодага

$$\frac{mg\ell}{I} = \omega_0^2 \tag{7.25}$$

белгилаш киритамиз; бунда ω_0 - физик маятникнинг *хусусий тебраниш частотаси* дейилади. Шунда (7.24) тенгламани

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0 \tag{7.26}$$



7.4-расм

кўринишда ёзамиз. Бу тенглама гармоник тебранма ҳаракатнинг *дифференциал тенгламасидир*, чунки (7.26) да силжиш ўрнида оғиш бурчаги φ қатнашаяпти. Маълумки унинг ечими $\varphi = A\sin(\omega_0 t + \alpha)$ ёки $\varphi = A\cos(\omega_0 t + \alpha)$ кўринишга эга. (7.25), (7.26) ва охирги тенгликлардан шундай хулосага келамизки, кичик тебранишлардан физик маятник

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mg\ell}{I}} \qquad (7.27)$$

хусусий частота билан ўзининг мувозанат вазияти атрофида гармоник тебранма ҳаракат қилади. Унинг тўла тебраниш даври, равшанки

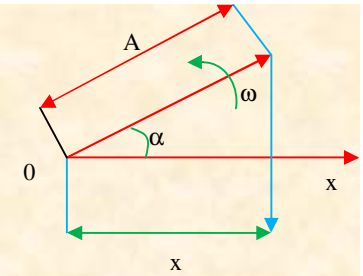
$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mg\ell}} \qquad (7.28)$$

формула билан аниқланади. Бу формулага кўра физик маятникнинг тебраниш даври унинг массаси (m) га боғлиқдек кўринади; аслида эса у массага эмас, балки массанинг маятникка тақсимланишини ифодаловчи катталик I/m га боғлиқ. (7.28) тенгликни худди математик маятникнинг тебраниш даврига ўхшатиб

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

кўринишда ёзиш мумкин, бундаги $L = \frac{I}{m\ell}$ - физик маятникнинг *келтирилган узунлиги* дейилади ва расмда кўрсатилган OO’ нуқталар орасидаги узунликка тенг

(7.4 расм). О’ нуқта шундай хусусиятга эгаки, агар физик маятник осилган О нуқтадаги ўқни ОС чизиқнинг давомидаги О’ нуқтага кўчирсак, унинг тебраниш



7.4-расм

даври ўзгармайди. (7.28) ифодадан кўринадики, кичик тебранишларда физик маятникнинг тебраниш даври унинг тебраниш амплитудасига боғлиқ эмас. Агар тебраниш даври амплитудага боғлиқ бўлмаса, бундай тебранишлар *изохрон тебранишлар* дейилади.

7.6. Гармоник тебранма ҳаракат энергияси

Гармоник тебранма ҳаракат қилаётган тизим ўзининг мувозанат вазиятидан четланганда потенциал энергия учун нол сатҳ деб ҳисобланган сатҳга нисбатан вақт ўтиши билан ҳар хил баландликка кўтарилади, яъни тизимнинг потенциал энергияси вақт ўтиши билан ўзгаради. Бу билан бир қаторда унинг кинетик энергияси ҳам вақт ўтиши билан ўзгаради. Тизим ўзининг мувозанат вазиятидан ўтаётганда, унинг тезлиги энг катта қийматга эришади ва аксинча мувозанат вазиятидан энг четга оғганда унинг тезлиги нолга тенг бўлади. Энергиянинг сақланиш қонунига кўра берк тизимнинг тўла энергияси вақт ўтиши билан ўзгармай қолади: тебраниш жараёнида тизимнинг потенциал энергияси кинетик энергиясига ва аксинча кинетик энергия потенциал энергияга айланиб туради - жисм ўзининг мувозанат вазиятидан энг катта четланганда унинг тўла энергияси фақат потенциал энергиядан, мувозанат вазиятдан ўтаётганда эса унинг тўла энергияси фақат кинетик энергиядан иборат бўлади. Мувозанат вазиятидан *x* масофага силжитилган пружинали маятникнинг потенциал энергияси:

$$E_n = \frac{kx^2}{2}.$$

$k=\omega_0^2 m$ ва $x=A\sin(\omega_0 t+\alpha)$ эканлигини эътиборга олиб юқоридаги тенгликни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$E_n = \frac{1}{2} m\omega_0^2 A^2 \sin^2(\omega_0 t + \alpha). \qquad (7.29)$$

Мазкур тенглама тизим потенциал энергиясининг вақт ўтиши билан ўзгаришини ифодалайди. Тезлиги нолдан фарқли бўлган барча вазиятларда массаси m бўлган моддий нуқтанинг кинетик энергияси ҳам нолдан фарқли, яъни

$$E_k = \frac{1}{2} m\upsilon^2$$

Гармоник тебранма ҳаракат қилаётган моддий нуқтанинг тезлиги ҳам гармоник тарзда ўзгаради. Шунинг учун (7.29) ифодани назарда тутсак, тебранаётган моддий нуқтанинг кинетик энергияси

$$E_n=\frac{1}{2}m\omega_0^2A^2\cos^2\left(\omega_0t+\alpha\right) \qquad (7.30)$$

кўринишда ёзилади. Бу ифодалардан кўринадики, моддий нуқтанинг потенциал ва кинетик энергиялари вақт ўтиши билан 0 дан $\frac{1}{2}m\omega_0^2A^2$ гача гармоник равишда ўзгаради. Энергиянинг сақланиш қонунига мувофиқ гармоник тебранма ҳаракат қилаётган моддий нуқтанинг тўла энергияси E унинг потенциал ва кинетик энергияларининг йиғиндисидан иборат

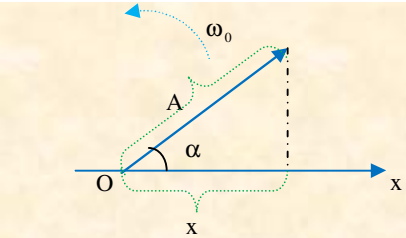
$$E=E_n+E_k=\frac{1}{2}m\omega_0^2A^2\left[\sin^2\left(\omega_0t+\alpha\right)+\cos^2\left(\omega_0t+\alpha\right)\right].$$

бунда ўрта қавс ичидаги ифода маълумки 1 га тенг. Шундай қилиб, гармоник тебранма ҳаракатининг тўла энергияси

$$E=\frac{1}{2}m\omega_0^2A^2=const \qquad (7.31)$$

вақт ўтиши билан ўзгармайди. Гармоник тебранишлар кўпинча чизма равишда амплитуда-вектор усули билан тасвирланади ва бу усул *вектор диаграмма усули* деб ҳам аталади. Бу усулнинг моҳияти қуйидагидан иборат: X ўқидаги ихтиёрий O нуқтадан узунлиги тебраниш амплитудасининг сон қийматига тенг бўлган A векторни шундай жойлаштирамизки бу вектор OX ўқи билан тебранишнинг бошланғич фазаси α га тенг бурчак ҳосил қилсин (7.5а-расм). Агар A векторни O нуқта атрофида соат милига тескари йўналишда ω_0 бурчак тезлик билан айланма ҳаракатга келсак, бу векторнинг X ўқидаги проекцияси A ва - A орасида ўзгаради. t вақтдан сўнг унинг X ўқидаги проекцияси

$$X=A\cos\left(\omega_0t+\alpha\right)$$



7.5а-расм

бўлади, бу эса тебранувчи моддий нуқтанинг t пайтдаги силжишидир. Шундай килиб, ω_0 частота билан содир бўлаётган гармоник тебраниши X ўқидаги ихтиёрий нуқта атрофида ω_0 бурчак тезлик билан айланувчи амплитуда вектори (A) нинг шу ўқдаги проекциясининг вақт бўйича ўзгариши тарзида тасвирлаш мумкин: бунда t=0 пайтдаги A векторининг X

ўқи билан ташкил қилган бурчаги тебранишнинг бошланғич фазасини ифодалайди. Моддий нуқта бир вақтнинг ўзида икки ва ундан ортиқ тебранишларда қатнашиши мумкин. Масалан, юриб кетаётган вагоннинг шипига пружинали маятникни осиб ва уни мувозанат вазиятидан чиқариб қўйиб юборсак, маятник вагоннинг шипига нисбатан тик йўналишдаги хусусий тебранишлардан ташқари вагон билан биргаликда тебранма ҳаракатда қатнашади, чунки вагоннинг ўзи ҳам темир йўлнинг уланган жойларидан ўтганда тик йўналишда тебранма ҳаракатга келади. Шундай қилиб, Ер билан боғлиқ саноқ тизимида пружинали маятник бир томонга уфққа нисбатан тик йўналган иккита тебранишда иштирок этади.

Моддий нуқта бир хил йўналиш бўйича бир хил частота, лекин турлича амплитуда ва бошлангич фазалар билан содир бўлаётган икки тебранишда қатнашаётган бўлсин. Шунга кўра бу икки тебраниш қонуниятлари:

$$X_1=A_1\cos\left(\omega_0 t+\alpha_1\right), \tag{7.32}$$

$$X_2=A_2\cos\left(\omega_0 t+\alpha_2\right), \tag{7.33}$$

тарзда ифодаланиши мумкин. Ҳар икки тебранма ҳаракат бир йўналишда содир бўлаётганлиги туфайли натижавий тебраниш, яъни натижавий силжиш алоҳида силжишларнинг йиғиндисидан иборат эканлигини тасаввур этиш қийин эмас. Қўшилувчи тебранишларнинг частоталари бир хил бўлганлиги туфайли t вақт ўтгандан сўнг X_1 ва X_2 силжишлар ўзларининг дастлабки қийматларига эга бўлади. Шунинг учун тебранишларнинг алгебраик йиғиндиси (X) ҳам частотаси ω_0 га тенг бўлган даврий тебранма ҳаракатдан иборат бўлади, яъни:

$$X=X_1+X_2=A\cos\left(\omega_0 t+\alpha\right). \tag{7.34}$$

Натижавий тебранишдаги X, A, α катталикларни топиш учун юқорида баён этилган айланувчи амплитуда-вектор усулини қўллаймиз. $\vec{A}$ нинг қийматини топиш учун параллелограммга косинуслар теоремасини қўллаймиз

$$A^2=A_1^2+A_2^2-2A_1A_2\cos\left[\pi-\left(\alpha_1-\alpha_2\right)\right]=A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\left(\alpha_1-\alpha_2\right) \tag{7.35}$$

Натижавий векторнинг бошланғич фазасини топамиз

$$\mathrm{tg}\alpha=\frac{A_1\sin\alpha_1+A_2\sin\alpha_2}{A_1\cos\alpha_1+A_2\cos\alpha_2}\ . \tag{7.36}$$

Шундай қилиб, бир йўналишда содир бўлаётган бир хил частотали иккита гармоник тебранма ҳаракатда бир вақтнинг ўзида қатнашаётган моддий нуқтанинг натижавий тебраниши ҳам қўшилувчи тебранишлар йўналишидаги ўша частотали гармоник тебранишдан иборат.

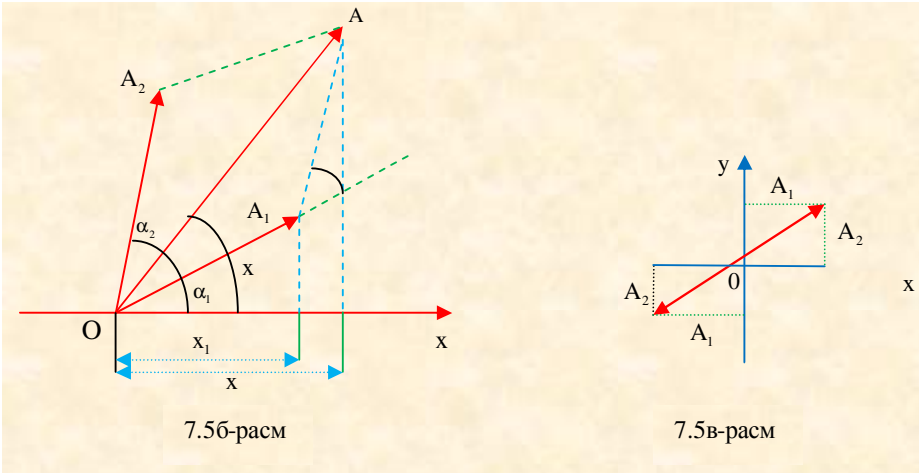
7.7. Ўзаро тик бўлган тебранишларни қўшиш.

Моддий нуқта бир вақтнинг ўзида ўзаро тик йўналишларидаги бир хил частотали иккита тебранишда қатнашиши мумкин. Бундай тебраниш билан танишиш мақсадида узунлиги ℓ бўлган ингичка ипга осилган металл шарчанинг X ва Y координата ўқлари бўйлаб тебранишни олиб қарайлик. Бу ҳолда ҳар иккала X ва Y йўналишда ҳам математикавий маятникнинг ўзаро тик йўналишлардаги тебранишлар частотаси унинг узунлиги ℓ билан аниқланади. Математикавий маятниклар ўзаро тик йўналишлардаги тебранишларда бир вақтнинг ўзида иштирок этишни амалга ошириш учун X координата ўқи йўналишида тебраниб турган шарчага Y координата ўқи йўналишида бошланғич туртки билан таъсир этиш кифоя. Шарчанинг натижавий тебранишдаги траекториясини аниқлаш X ва Y координата ўқлари бўйича тебранишларни қўшиш воситасида амалга оширилади. Мазкур ўқлар бўйича гармоник тебранишлардаги силжиш қонуниятларини қуйидагича ёзамиз:

$$X=A_1\sin\left(\omega_0 t+\alpha_1\right), \tag{7.37}$$

$$Y=A_2\sin\left(\omega_0 t+\alpha_2\right) \tag{7.38}$$

Умумий ҳолда шарчанинг натижавий траекторияси мураккаб эгри чизиқдан иборат бўлади. Бир неча хусусий ҳолларни қараб чиқайлик:



7.5б-расм 7.5в-расм

1.Тебранишларнинг бошланғич фазалари ўзаро тенг ($\alpha_1=\alpha_2$). Бу ҳолни амалга ошириш учун X координата ўқи бўйлаб тебранаётган шарчага у ўзининг мувозанат вазиятидан ўтаётганда унга Y координата ўқи йўналишда бошланғич туртки бериш лозим. Шарчанинг натижавий траекториясини аниқлаш учун охирги иккитп тенгликнинг нисбатларини оламиз ($\alpha_1=\alpha_2$):

$$\frac{X}{Y}=\frac{A_1}{A_2},$$

бундан

$$Y=\frac{A_2}{A_1}X \qquad (7.39)$$

га эга бўламиз. Бу эса тўғри чизиқ тенгламасидир, яъни шарча координата бошидан ўтувчи ана шу тўғри чизиқ бўйича тебранади (7.5б-расм). Унинг мувозанат вазиятидан силжиши

$$r=\sqrt{x^2+y^2}$$

муносабат билан аниқланади. Бу формуладаги x ва y лар ўрнига (7.37) ва (7.38) ифодаларни қўйиб, шарчанинг мувозанат вазиятидан силжиш конуниятини топамиз

$$r=\sqrt{A_1^2+A_1^2}\sin\omega_0 t$$

(бунда $\alpha_1=\alpha_2=0$ эканлиги назарда тутилди) Охирги тенгликдан кўриладики шарча ўз мувозанат вазияти атрофида (7.39) формула билан ифодаланган тўғри чизиқ бўйлаб частотаси ω_0 ва амплитудаси $\sqrt{A_1^2+A_1^2}$ бўлган гармоник тебранма ҳаракат қилади.

2. $\alpha_1-\alpha_2=\pi$ бўлсин, бундан $\alpha_1=\alpha_2+\pi$ бўлади. У ҳолда (7.37) тенглик қуйидагича ёзилади.

$$X=A_1\sin\left(\omega_0 t+\alpha_2+\pi\right)=-A_1\sin\left(\omega_0 t+\alpha_2\right) \qquad (7.40)$$

(7.38) тенгликнинг (7.40) тенгликка нисбатан олсак, қуйидагига эга бўламиз

$$Y=-\frac{A_2}{A_1}X. \qquad (7.41)$$

Бу ҳолда шарчанинг натижавий тебраниш траекторияси координата бошидан ўтувчи (7.41) ифода билан берилган тўғри чизиқ бўйича гармоник тебранма ҳаракатдан иборат бўлади.

3. $\alpha_1-\alpha_2=\frac{\pi}{2}$ бўлсин, бу тенгликни $\alpha_1=\alpha_2+\frac{\pi}{2}$ кўринишда ёзиш мумкин. У ҳолда (7.37) тенглик

$$X=A_1\sin\left(\omega_0 t+\alpha_2+\frac{\pi}{2}\right)=A_1\cos\left(\omega_0 t+\alpha_2\right) \qquad (7.42)$$

кўринишига келади. Энди (7.42) ва (7.38) ифодаларни

$$\frac{X}{A_1}=\cos\left(\omega_0 t+\alpha_2\right), \quad \frac{Y}{A_2}=\sin\left(\omega_0 t+\alpha_2\right)$$

тарзда ёзамиз (7.5в-расм). Охирги икки тенгликни квадратга кўтариб, сўнг уларни бир бирига қўшсак, қуйидагича ифода келиб чиқади

$$\frac{X^2}{A_1^2}+\frac{Y^2}{A_2^2}=1 \qquad (7.43)$$

бу эса эллипс тенгламасидир.

7.8. Сўнувчи тебранишлар.

Ҳозиргача биз ўзгармас амплитуда билан содир бўладиган, яъни фақат квазиқайишқоқ куч таъсирида содир бўладиган тебранишларни қарадик. Амалда ҳар қандай тизимнинг тебраниши (агар ташқаридан энергия олиб турмаса) сўнувчан бўлади, тебраниш амплитудаси вақт ўтиши билан узлуксиз камайиб боради. Бунинг сабаби шундаки, жисмнинг тебранма ҳаракатига атроф муҳит томонидан қаршилик кўрсатилади ва бинобарин, тизим ўз энергиясини муҳит қаршилигини енгишга, таянч ва осмалардаги ишқаланишларга узлуксиз равишда сарфлайди. Шу боисдан тебранма ҳаракат тенгламасини ифодаловчи Нютоннинг иккинчи қонунида квазиқайишқоқ куч ($F=-kx$) билан бир қаторда муҳитнинг қаршилик кучи ҳам лозим. Тажрибаларнинг кўрсатилишича унча катта бўлмаган тезлик учун муҳитнинг қаршилик кучи, шу жумладан ишқаланиш кучи ҳам, тезликка тўғри мутаносиб бўлиб, ҳаракат йўналишига нисбатан тескари томонга йўналган:

$$F_k=-r\upsilon=-r\frac{dx}{dt}=-rx,$$

бунда r – муҳитнинг қаршилик коэффиценти. Сўнувчи тебранишни ифодаловчи Нютоннинг иккинчи қонуни қуйидаги кўринишда ёзилади

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=-kx-r\frac{dx}{dt}$$

ёки

$$m\ddot{x}+r\dot{x}+kx=0.$$

Охирги тенгламанинг ҳар иккала томонини m га бўламиз.

$$\ddot{x}+\frac{r}{m}\dot{x}+\frac{1}{m}kx=0.$$

Бу тенглама

$$\frac{k}{m}=\omega_0^2, \quad \frac{r}{m}=2\delta \tag{7.44}$$

белгилашни киритсак, у қуйидагича кўринишга келади.

$$\ddot{x}+2\delta\dot{x}+\omega_0^2x=0. \tag{7.45}$$

бу ифодадаги ω_0 тизимнинг муҳитнинг қаршилиги бўлмаган ҳолдаги хусусий тебраниш частотаси, δ-сўниш коэффиценти. Муҳитнинг қаршилигини ўзида акс эттирувчи (7.45) тенгламанинг ечими $\delta<\omega_0$ бўлган ҳол учун қуйидагича

$$x = A_0e^{-\delta t}\cdot\sin\left(\omega t+\alpha\right), \tag{7.46}$$

бунда, A_o – тебранишнинг бошланғич (t=0 бўлганидаги) амплитудаси; $A_0e^{-\delta t}$ кўпайма t пайтдаги сўнувчи тебраниш амплитудасини ифодалайди; ω – сўнувчи тебраниш частотаси, унинг қиймати қуйидаги муносабат билан аниқланади

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}-\frac{r^2}{4m^2}}=\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}\ . \tag{7.47}$$

Бу ифодадан кўринадики, сўнувчи тебраниш частотаси ω хусусий тебраниш частотаси ω_0 дан кичик тенгликка биноан сўнувчи тебраниш даври

$$T=\frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}}$$

сўниш кўрсаткичи ортиши билан тебранишлар даври ортади ва тебранишлар частотаси камаяди. Сўнувчи тебранишда тебранишлар амплитудаси вақт ўтиши билан

$$A=A_0e^{-\delta t} \tag{7.48}$$

экспоненциал қонун бўйича камайиб боради (7.6-расм). Сўнувчи тебранишда бир-бирига тебраниш даври T га фарқ қилувчи иккита кетма-кет амплитудалар нисбати

$$\frac{A_0 e^{-\delta}}{A_0 e^{-\delta t(t+T)}} = e^{\delta T}$$

сўниш декременти деб аталади, унинг натурал логарифми эса *сўнишнинг логарифмик декременти* дейилади ва λ билан белгинади.

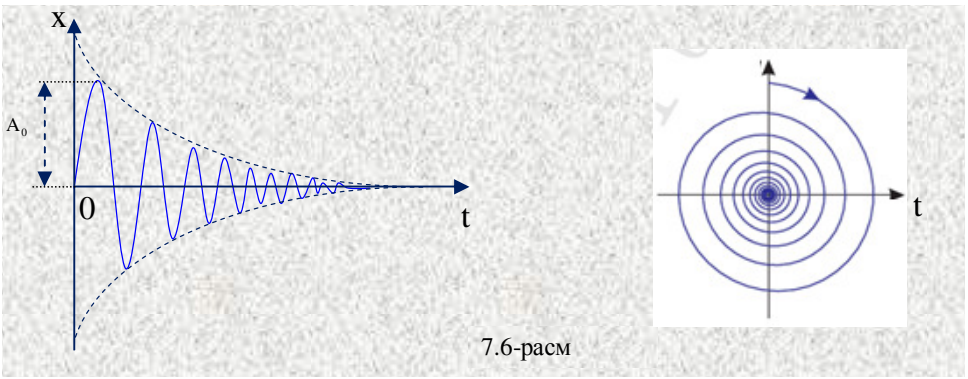
$$\lambda = \ln \frac{A_0 e^{-\delta t}}{A_0 e^{-\delta(t+T)}} = \delta T. \qquad (7.49)$$

Бу катталик сўнишнинг ўлчови сифатида қўлланилади. Охирги тенгламадан кўринишича, сўниш коэффиценти δ бир даврга тенг вақтдаги сўнишни акс эттиради. Сўнишнинг ўлчови бўлган λ қандай катталик эканини аниқлайлик. Шу мақсадда (7.49) дан

$$A = A_0 e^{\delta t}$$

ва δ=λ/T эканлигидан фойдаланиб қуйидаги

$$A = A_0 e^{\frac{\lambda}{T} t} \qquad (7.50)$$



7.6-расм

ифодага эга бўламиз; бунда A_o – бошланғич амплитуда, A эса t пайтдаги амплитуда. Сўнувчи тебранишда амплитуда e=2,73 марта камайиши учун кетган t=τ вақт давомида тизим N марта тебранган бўлса, у ҳолда

$$N = \frac{t}{T} = \frac{\tau}{T}$$

ўринли бўлади ва (7.50) ифода $A=A_0e^{N\lambda}$ кўринишини олади. Шартга кўра, $A_0/A=e$ бўлганлиги учун $e^{N\lambda}=e$ ва бунда $N\lambda=1$ ёки

$$\lambda = \frac{1}{N}$$

эканлиги келиб чиқади. Охирги тенгликдан кўринадики, сўнишнинг логарифмик декременти амплитуда е марта камайиши учун кетган вақт ичида содир бўлувчи тебранишлар сонини аниқловчи катталикдир. Тебранишнинг сўнишини бошқача тавсифлаш ҳам мумкин. Бу мақсадда кўпинча тебранувчи тизимнинг асллиги (Q) деган катталикдан фойдаланилади

$$Q=\frac{\pi}{\lambda}=\pi N .$$

Бу формуладан кўринадики, тебранувчи тизимнинг асллиги Q сон жиҳатдан тебранишлар амплитуда е марта камайиши учун кетган вақт давомида тебранишлар сони π га кўпайтмасига тенг. Бошқача айтганда Q нинг катта қийматларига λ нинг кичик қийматлари тўғри келади.

7.9. Мажбурий тебранишлар.

Даврий ўзгарувчан ташқи куч таъсирида тизимда вужудга келадиган тебранишларга мажбурий тебранишлар дейилади. Мажбурий тебранишларнинг эркин тебранишлардан фарқи шундаки, мажбурий тебранишларнинг частотаси тизимнинг ўз хусусиятидан келиб чиқмай, балки ташқи таъсирнинг частотаси билан аниқланади. Қуйида биз энг оддий ҳолни тизимга таъсир этувчи ташқи куч гармоник қонун билан ўзгарадиган ҳолни қараб чиқиш билан чегараланамиз, яъни ташқи куч ω частота билан

$$F=F_0\cos\omega t$$

тарзда ўзгариши, бунда F_0 — ташқи кучнинг амлитуда қиймати. Даврий равишда ўзгариб турадиган бундай ташқи кучни *мажбур этувчи куч* дейилади. Тинч турган тизимга ўзгарувчан ташқи куч таъсир килса, у ўзининг мувозанат вазиятидан аста-секин қўзғала бошлайди. Мазкур жараёнда ташқаридан берилган энергия қисман тизимнинг ҳаракат энергиясини оширишга сарфланса, қисман ишқаланиш кучини ҳамда муҳитнинг қаршилик кучини енгишга сарфланади. Шу билан бирга тебранишнинг амплитудаси орта боради. Бирор вақтдан кейин тизим томонидан ишқаланиш кучини ҳамда муҳитнинг қаршилик кучини енгишга вақт бирлиги ичида сарфланаётган энергия ташқаридан узатилаётган энергияга тенг бўлиб қолади. Шу пайтдан бошлаб тизимнинг тебраниши баркарорлашади, яъни у ўзгармас амплитуда билан тебрана бошлайди. Барқарор ҳолатга келган тебранишларни қараб чиқайлик. Мажбурий тебранма ҳаракат қилаётган тизимга

бир вақтнинг ўзида квазиқайишқоқ куч (-кх) ва муҳитнинг қаршилик кучи $\left(-r\frac{dx}{dt}\right)$ дан ташқари, ташқи куч ($F=F_0\cos\omega t$) ҳам таъсир этади. Бинобарин, мажбурий тебранишлар учун Нютоннинг иккинчи қонунини қуйидагича ёзишимиз мумкин

$$m=\frac{d^2x}{dt^2}=-kx-r\frac{dx}{dt}+F_0\cos\omega t.$$

Бу тенгламани қайта кўринишда ёзамиз

$$\ddot{x}+2\delta\dot{x}+\omega_0^2x=\frac{F_0}{m}\cos\omega t. \qquad (7.50)$$

Барқарор ҳолатга келган мажбурий тебраниш ω частота билан содир бўлишини кўзда тутсак, тенгламанинг ечимини

$$x=A\cos(\omega t+\alpha) \qquad (7.51)$$

тарзда ифодалаш мақсадга мувофик бўлади. (7.51) ифода (7.50) тенгламанинг ечими эканлигини текшириб кўрамиз. Бунинг учун $\dot{x}=-\omega A\sin(\omega t+\alpha)$; $\ddot{x}=-\omega^2A\cos(\omega t+\alpha)$ эканлигини эътиборга олиб (7.51) ифодани ва охирги икки тенгликни (7.50) тенгламага қўямиз. Натижада мазкур тенглама айниятга айланади ва унинг мажбурий тебраниш амплитудаси А ни аниқлаймиз

$$-\omega^2A\cos(\omega t+\alpha)-2\delta\omega A\sin(\omega t+\alpha)+\omega_0^2A\cos(\omega t+\alpha)=\frac{F_0}{m}\cos\omega t.$$

Бизга маълум тригонометрик формулалардан фойдаланиб (синус ва косинусларни ёйиб чиқиб) бу тенгламани қуйидагича ёзиш мумкин

$$-\omega^2A(\cos\omega t\cos\alpha-\sin\omega t\sin\alpha)-2\delta\omega A(\sin\omega t\cos\alpha+\cos\omega t\sin\alpha)+$$
$$+\omega_0^2A(\cos\omega t\cos\alpha-\sin\omega t\sin\alpha)=\frac{F_0}{m}\cos\omega t.$$

Бу тенглама айниятга айланиши учун чап ва ўнг томонидаги $\cos\omega t$ ва $\sin\omega t$ коеффицентилар ўзаро тенг бўлиши керак

$$-\omega^2A\cos\alpha=2\delta\omega A\sin\alpha-\omega_0^2A\cos\alpha+\frac{F_0}{m},$$
$$\omega^2A\sin\alpha=2\delta\omega A\cos\alpha+\omega_0^2A\sin\alpha.$$

охирги икки тенгламани

$$A\left(\omega_0^2-\omega^2\right)\cos\alpha-2\delta\omega A\sin\alpha=\frac{F_0}{m}\ , \tag{7.52}$$

$$A\left(\omega_0^2-\omega^2\right)\sin\alpha+2\delta\omega A\cos\alpha=0 \tag{7.53}$$

кўринишида ёзамиз. Энди уларни алоҳида-алоҳида квадратга кўтариб, сўнгра ҳадма-ҳад қўшсак, қуйидагига эга бўламиз

$$A^2\left[\left(\omega_0^2-\omega^2\right)^2+4\delta^2\omega^2\right]^2=\frac{F_0}{m^2}$$

ва бундан тизимнинг мажбурий тебраниш амплитудаси

$$A=\frac{F}{m\sqrt{\left(\omega_0^2-\omega^2\right)^2}}+4\delta^2\omega^2 \tag{7.54}$$

эканлиги келиб чиқади. (7.54) тенгламадан эса мажбурий тебраниш фазасини аниқлаймиз

$$tg\,\alpha=-\frac{2\delta\omega}{\omega_0^2-\omega^2}\ . \tag{7.55}$$

(7.54) ва (7.55) тенгликлардан кўринадики, мажбурий тебраниш амплитудаси ва фазаси ташқи кучнинг ўзгариш частотаси ω га боғлиқ равишда ўзгаради (ω_0=const). Амплитуда ва фаза ташқи кучнинг ўзгариш частотасига қандай боғлиқлигини қараб чиқайлик. Амплитуда энг катта қийматга эришиш учун (7.55) ифоданинг махражи энг кичик қийматга эришиши лозим. Махраж энг кичик қийматга эришиши учун илдиз остидаги ифоданинг ҳосиласи нолга тенг бўлиши керак

$$-2\left(\omega_0^2-\omega^2\right)2\omega+8\delta^2\omega=0$$

Ёки

$$-\left(\omega_0^2-\omega^2\right)+2\delta^2=0,$$

бундан

$$\omega^2=\omega_0^2-2\delta^2\ .$$

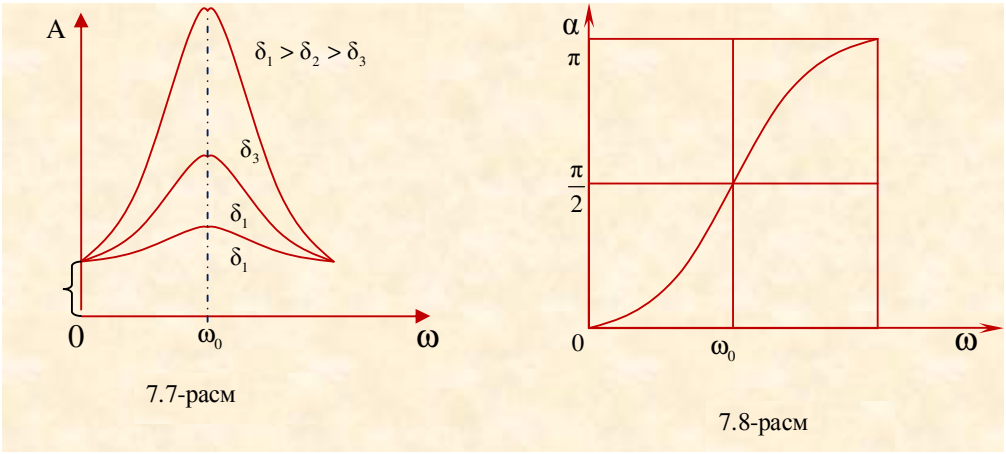
Демак, ташқи кучнинг частотаси

$$\omega=\omega_p=\sqrt{\omega_0^2-2\delta^2} \tag{7.56}$$

бўлганда мажбурий тебраниш амплитудаси энг катта қийматга эришади. Бу ҳодиса *резонанс ходисаси* дейилади ва ташқи кучнинг бу частотаси резонанс частота дейилади. Резонанс частотада мажбурий тебраниш амплитудаси нимага тенг эканлигини аниқлайлик. Шу мақсадда (7.56) тенгликни (7.54) га қўйиб, қуйидагига эга бўламиз

$$A_p = \frac{F_0}{2m\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}. \qquad (7.57)$$

Кўриниб турибдики, δ камайган сари мажбурий тебраниш амплитудаси A_p ошиб боради. Хусусий ҳолда, яъни сўниш бўлмаганда (δ=0 бўлганда) резонанс частота тизимнинг хусусий тебраниш частотасига тенг бўлиши ва мажбурий тебраниш амплитудаси чексиз катта қийматга эришиши керак (7.7-расм). Табиий шароитларда эса δ нинг қиймати нолдан фарқли, бинобарин A_p чексиз катта бўла олмайди. δ нинг қиймати нолдан фарқли бўлганлиги туфайли ташқи кучнинг частотаси тизимнинг хусусий тебраниш частотасига якинлашганда резонанс ҳодисаси содир бўлади. Бинобарин резонанс ходисаси ташқи кучнинг ўзгариш частотаси тизимнинг хусусий тебраниш амплитудасининг кескин ошишидан иборат экан. Сўниш коэффициенти ҳар хил қийматларда мажбурий тебраниш амплитудасининг ташқи куч частотасига боғлиқ эгри чизиқлари бу эгри чизиқларнинг *резонанс эгри чизиқлари* дейилади. Ташқи кучнинг ўзгариш частотаси нолга тенг бўлганда, яъни тизимга ўзгармас куч таъсир қилганда, резонанс эгри чизиқлари амплитуда ўқини



7.7-расм

7.8-расм

$$A_0 = \frac{F_0}{m\omega^2} \qquad (7.58)$$

қийматда кесиб ўтади (7.8-расм).. Бу тизимга ўзгармас куч (ω=0) таъсир этиб турса, у ўзининг мувозанат вазиятидан (7.58) ифода билан аниқланадиган масофага четланиб туради деган маънони англатади.

Саволлар:

1. Гармоник тебранма ҳаракат деб қандай ҳаракатга айтилади?
2. Гармоник тебранма ҳаракатга тааллуқли асосий физик катталикларни тушунтиринг.
3. Математик маятникнинг тебраниш даври ифодасини келтириб чиқаринг.
4. Математик ва физик маятникларнинг ўхшаш ва фарқли томонларини айтиб беринг.
5. Тебранма ҳаракат қилаётган жисмнинг энергияси қандай катталикларга боғлиқ?

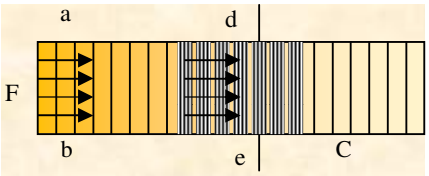
VIII- БОБ

ТЎЛҚИНЛАР МЕХАНИКАСИ

8.1. Механик импулс ва унинг муҳитда тарқалиши

Биз жисмлар деформацияси тўғрисида фикр юритганимизда қўйилган кучнинг таъсир вақти тўғрисида ва унинг катталиги ўзгарадими ёки ўзгармас қоладими, бу тўғрида фикр юритмадик. Жисмга ташқи куч таъсир қилганда жисм бутун ҳажми бўйича деформацияланади, деб қарадик. Энди жисмга қўйилган куч жуда қисқа вақт таъсир қилади деб қарайлик, жисмнинг куч қўйилган қисмига яқин қатламдаги заррачалари шу қисқа вақт ичида маълум кичик масофага силжишга улгуради, лекин узоқроқ қатламда ётган заррачалар, инерцияга эга бўлганлигидан, силжишга улгурмайди ва сиқилади. Бошқача айтганда, жисм деформацияга учрайди. Бунда иккинчи қатламда ҳосил бўлган эластиклик кучи биринчи қатлам заррачаларини ўз ўрнига қайтаришга интилади ҳамда учинчи қатлам ўз ўрнидан силжийди. Натижада иккинчи қатламда деформация вужудга келади. Шундай қилиб, деформация ва заррачаларнинг силжиши бир қатламдан иккинчи қатламга берилади. Деформациянинг куч импулси берилган қатламдан қарама-қарши томонгача тарқалиши учун маълум вақт кетади. Демак, импулс эластик жисмда маълум бир тезлик билан тарқалар экан. Агар куч импулси таъсири такрорланиб турса нима бўлади?

Фараз қилайлик, импулс жисмнинг бўйламаси бўйича тарқалаётган бўлсин. Бунда қатламлардаги заррачалар куч йўналишида ва яна унга қарама-қарши йўналишда ҳам ҳаракатда бўлади. Импулс тарқалганда (деформация узатилганда) бир қатламда сиқилиш деформацияси бўлаётган бўлса, унинг ёнидаги иккинчи қатламда чўзилиш деформацияси содир бўлади. Агар олинган қатламда чўзилиш деформацияси содир бўлса, унинг икки ёнидаги қўшни қатламида сиқилиш деформацияси содир бўлади. Бошқача айтганда, ҳар бир қатлам даврий равишда чўзилиш-сиқилиш ва аксинча сиқилиш-чўзилиш деформациясига учраб туради. Демак, ҳар бир танланган ҳажм учун босим ҳам ўзгариб туради. Бундан ташқари, жисм кесимидаги заррачаларнинг у ёки бу томонга кўчиши кузатилади.



8.1-расм

Импулснинг тарқалиш тезлигини топайлик. Бунинг учун импулс тарқалаётган муҳитдан кичик цилиндрни фикран ажратиб олайлик. 8.1-расмдаги a-b кесимга F куч билан уриб импулс берсак, бу импулс t вақтда d-e кесимга етиб боради. Фараз қилайлик, d-e кесим олдидаги заррачалар сиқилган бўлсин. Бундай сиқилиш давомида зичликнинг ўзгаришини нисбий сиқилишга мутаносиб дейиш мумкин, яъни

$$\Delta\rho=\varepsilon\rho.$$

Бу ерда ρ – деформацияланмаган цилиндрсимон стерженнинг зичлиги, ε – нисбий деформация. Сиқилиш ва чўзилиш цилиндр бўйича бир хил тезлик билан тарқалади. Бу тезликни υ десак, Δt вақтда С кесимдан ўтаётган импулс

$$\Delta m \cdot \upsilon = C\upsilon \cdot \Delta t \cdot \Delta\rho \cdot \upsilon = C\Delta\rho \cdot \Delta t \cdot \upsilon^2. \qquad (8.1)$$

Кучнинг босим орқали ифодаси $F = \Delta n \cdot C$ дан фойдаланса к,

$$\Delta m \cdot \upsilon = F \cdot \Delta t = \Delta n \cdot C \cdot \Delta t. \qquad (8.2)$$

(8.1) ва (8.2) тенгликлардан

$$\upsilon^2 = \frac{\Delta p}{\Delta\rho} \qquad (8.3)$$

$\Delta\rho = \varepsilon\rho$ ва $\Delta p = \frac{\varepsilon}{\alpha} = \varepsilon \cdot E$ эканини ҳисобга олсак,

$$\upsilon_b = \sqrt{\frac{1}{\alpha \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \qquad (8.3а)$$

бўлади, бунда Е – эластиклик ёки Юнг модули. (8.3а) формула импулс тарқалаётган муҳит қандай (қаттиқ, суюқ, газ) бўлишидан қатъий назар ўринли бўлади. Демак, муҳитда импулснинг тарқалиш тезлиги шу муҳитнинг эластиклик коэффициенти α га ва муҳит зичлиги ρ га боғлиқ. Бўйига чўзилиш ва сиқилиш деформацияси содир бўлаётган вақтда муҳитда энига торайиш ва кенгайиш деформацияси ҳам бўлаётганлигидан ва бу деформациялар катталиги Пуассон доимийси $\mu = \frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_K}$ билан боғлиқлигини ҳисобга олсак, тезлик

$$\upsilon_b = \sqrt{\frac{(1-\mu) \cdot E}{(1+\mu) \cdot (1-2\mu) \cdot \rho}} \qquad (8.4)$$

кўринишда ифодаланади. Бизнинг ҳолда заррачалар силжиши импулснинг тарқалиш йўналиши билан бир чизиқда бўлганлиги эластиклик коэффициенти ёки Юнг модули бўйича чўзилиш ёки сиқилиш деформациясини тавсифлагани сабабли (8.3) ва (8.4) формула импулснинг бўйлама тарқалиш тезлигини беради. Қаттиқ жисмларда ташқи импулс натижасида сиқилиш ва чўзилиш деформацияси билан бирга силжиш деформацияси ҳам содир бўлади. Ҳосил бўлаётган деформация қаралаётган жисмнинг кўндаланг ўлчами бўйича тарқалади ва кўндаланг импулсларнинг тарқалиш тезлиги катталиги силжиш деформациясини

тавсифловчи катталик G – силжиш деформациясини тавсифловчи катталик силжиш модулига боғлиқ бўлади

$$\upsilon_k = \sqrt{\frac{G}{\rho}}\,. \qquad (8.5)$$

Юқоридаги формулалардан кўринадики:

1. Суюқ, газ моддаларда импулс фақат бўйлама, қаттиқ жисмларда эса ҳам бўйлама, ҳам кўндаланг йўналишларда тарқалади. Суюқлик ва газларда импулсларнинг кўндаланг тарқалмаслигига сабаб, суюқлик ва газларда силжиш модули G=0, яъни суюқлик ва газларда силжиш деформациясини амалга ошириб бўлмайди, чунки ўз ҳолига қўйилган суюқлик ва газ оқади ёки ўз шаклини сақлай олмайди;

2. Инертлиги катта, яъни зичлиги катта бўлган муҳитда импулснинг тарқалиш тезлиги кичикдир. Муҳитнинг эластиклиги қанча катта бўлса, импулснинг тарқалиш тезлиги ҳам шунча катта бўлади;

3. Кўпчилик қаттиқ жисмларда E>G бўлганлигидан бўйлама импулс тарқалиш тезлиги кўндаланг импулс тарқалиш тезлигидан катта бўлади, яъни $\upsilon_b > \upsilon_k$.

Масалан, темир учун $\upsilon_b = 5170\frac{м}{с}$, $\upsilon_k = 2550\frac{м}{с}$.

4. (8.4) ва (8.5) формула ёрдамида фақат импулснинг тарқалиш тезлиги топилади, бу формулаларни импулснинг тарқалишини таъминлаб бораётган муҳит заррачасининг ҳаракат тезлигига ҳеч даҳли йўқ. Шуни айтиш керакки, импулс тарқалганда муҳит заррачаси импулс етиб келгунча турган нуқтаси атрофида тебрана олади, холос. Импулс билан бирга муҳитнинг бир нуқтасидан иккинчи нуқтасига кўчиб ўтмайди. Ҳақиқатан, арқоннинг бир учини силтасак, яъни импулс берсак, импулс арқоннинг иккинчи учига кўчганини кўрамиз. Лекин, арқонда белгиланган бирор нуқтага эътибор берсак, у арқоннинг бир учидан иккинчи учига кўчмайди. Умуман олганда, импулсни ҳосил қилувчи куч вақт бўйича қандай ўзгаришига боғлиқ. Бундай ҳолда муҳит дисперсия хусусиятига эга деб юритилади. Юқоридаги ҳолларда муҳит дисперсия хусусиятига эга эмас деб, импулснинг тарқалиш тезлиги фақат муҳитнинг хусусияти E, G, ρ ларга боғлиқ деб қарадик.

8.2. Тебранишларнинг эластик муҳитда тарқалиши. Югурувчи, бўйлама ва кўндаланг тўлқинлар

Яхлит эластик муҳитга даврий ўзгарувчан куч таъсир қилганда унда бўладиган механик ҳаракатни ўрганамиз. Фараз қилайлик, аввал жисмга кетма-кет импулслар орқали таъсир этайлик. Бунда жисмда ҳар бир импулсга мос равишда ҳаракат пайдо бўлади. Бу ҳаракатлар жисмга берилаётган кетма-кет икки импулс орасидаги вақтга боғлиқ равишда такрорланади. Агар таъсир қилаётган импулслар орасидаги вақтни импулснинг таъсир вақти қадар камайтирсак, энди жисмда алоҳида импулслар узлуксиз тарқалади. Агар ана шундай даврий импулслар маълум вақт таъсир қилиб турса, жисмнинг ҳар бир нуқтаси даврий

ҳаракатга келади. Муҳит заррачаси даврий ҳаракатининг частотаси ташқи таъсир (импулс) частотасига тенг бўлади. Умуман олганда, импулс муҳитда тарқалганда энергия йўқотилгани туфайли муҳит заррачаси даврий ҳаракатининг амплитудаси камаяди. Муҳит заррачаси импулс берилган жойдан қанча узоқда бўлса, бу нуқта даврий ҳаракатининг амплитудаси шунча кичик бўлади. Агар олинаётган нуқта импулс берилган нуқтадан анча узоқ бўлса, бу нуқта даврий ҳаракатга келмаслиги ҳам мумкин. Биз кўраётган муҳит узунлигини (импулс тарқалиш йўналишида) шундай танлайликки, бу узунликда амплитуда деярли камаймасин, яъни импулс шу узунликда тарқалганда энергия йўқотилиши деярли бўлмасин. Фараз қилайлик, қандайдир система муҳитда тебранма ҳаракатда бўлсин. Муҳит заррачалари бир-бири билан боғланган бўлса, тебранма ҳаракат энергияси системани ўраб турган муҳит заррачаларига берилади ва уларни тебранма ҳаракатга келтиради. Ана шундай тебранишларнинг муҳитда тарқалиши *механик тўлқинлар* деб аталади.

Агар муҳит заррачаси тебраниши тарқалаётган тўғри чизиқ бўйича бўлса, бундай тўлқинлар *бўйлама тўлқинлар* деб аталади ва уларнинг тарқалиш тезлиги (8.3а) формуладан топилади. Агар муҳит заррачаси тебраниши тебранишнинг тарқалиш йўналишига тик бўлса, бундай тўлқинлар *кўндаланг тўлқинлар* деб аталади. Система синусоидал ёки косинусоидал тебранганда

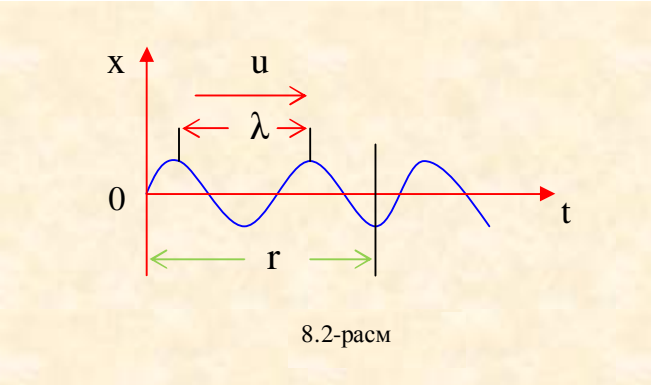
$$x=A\sin\omega t\,. \tag{8.6}$$

Тебраниш манбаидан r узоқликда ётган муҳит нуқтаси тебраниш бошлангандан кейин қандайдир вақт ўтгандан сўнг тебрана бошлайди (8.2-расм). Бу вақт $\frac{r}{u}$ га тенг (u – тўлқиннинг тарқалиш тезлиги). Ана шу r масофада ётган нуқтанинг силжишини тўлқин ҳосил қилаётган тебраниш силжиши қонунияти билан боғласак,

$$x=A\sin\omega\left(t-\frac{r}{u}\right) \tag{8.7}$$

бўлади. Бу тенглама *югурувчи тўлқин тенгламаси* деб юритилади. Циклик (даврий) частота $\omega=\frac{2\pi}{T}$ эканини ҳисобга олсак,

$$x=A\cdot\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{u\cdot T}\right). \tag{8.7a}$$



8.2-расм

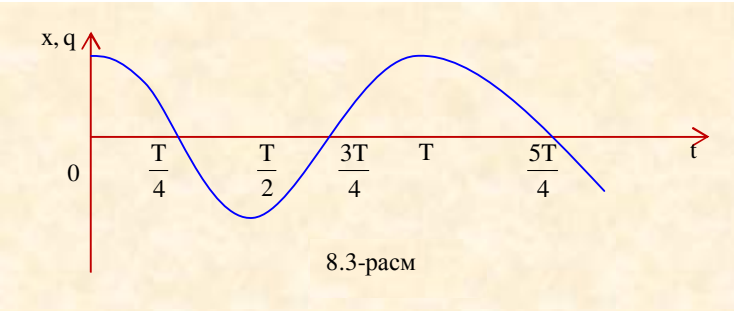
Демак, тебранишларнинг муҳитда тарқалиш жараёни – даврийдир. Муҳит заррачасининг тебраниш даври (частотаси) тўлқинни вужудга келтираётган тебраниш (тебраниш системаси) даври билан бир хил бўлади. Агар бири гармоник тебранишда бўлса, иккинчисининг тебраниши ҳам гармоник бўлади

$$\lambda = uT. \tag{8.8}$$

Бир даврда тўлқин босиб ўтган масофага *тўлқин узунлиги* деб юритилади. Тўлқин узунлигини бошқача таърифлаш ҳам мумкин. Тўлқин тарқалаётган муҳитнинг бир-бирига энг яқин бирдай йўналиш ва силжишга эга бўлган нуқталар орасидаги масофа ёки муҳитнинг бир хил фазода тебранаётган ёнма-ён икки нуқтаси орасидаги масофа *тўлқин узунлик* деб юритилади. (8.8) ни ҳисобга олиб қуйидагини ёзамиз

$$x = A \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right), \tag{8.7б}$$

$$\varphi = \frac{2\pi \cdot r}{\chi}. \tag{8.9}$$



8.3-расм

(8.9) ифода тебраниш системасидан r масофада ётган нуқтанинг тебраниш фазасини системанинг тебраниш фазасидан қанча орқада қолишини кўрсатади. Агар исталган икки нуқта орасидаги фаза силжишини топмоқчи бўлсак,

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi(r_2 - r_1)}{\lambda} \tag{8.10}$$

формуладан фойдаланамиз. Бунда,

$$\frac{2\pi}{\lambda} = k \tag{8.11}$$

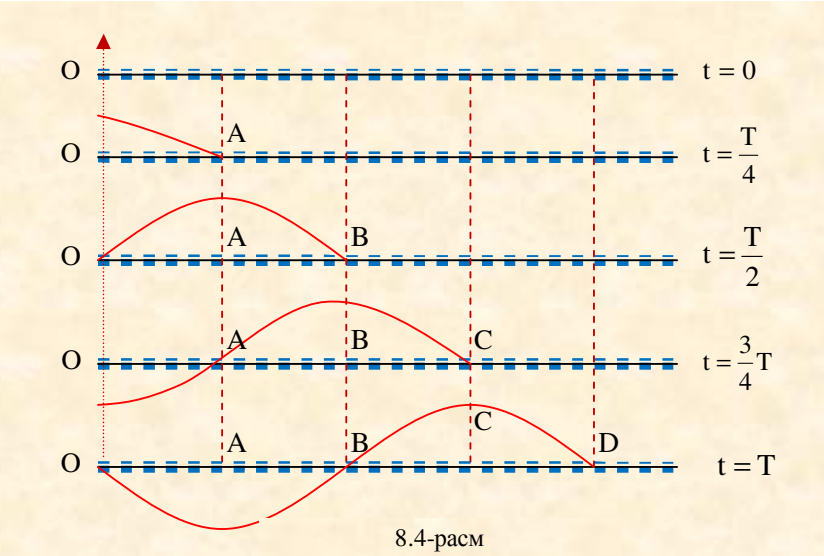
тўлқин сони деб аталади ва 2π узунликка нечта тўлқин узунлик жойлашишини кўрсатади. *Тўлқин сони* орқали (8.7б) ни

$$x = A \cdot \sin(\omega t - kr) \tag{8.12}$$

кўринишда ёзиш мумкин. (8.7), (8.7а), (8.7б), (8.12) тенгламалар битта тўлқин жараёнини ифодалаб ҳаммаси ҳам *югурувчан тўлқин тенгламаси* деб аталади. Энди кўндаланг ва бўйлама тўлқинлар тарқалганда муҳит заррачаси ҳолати қандай ўзгаришини кўрайлик. 8.4-расмда кўндаланг тўлқинлар тарқалганда

$$t=0,\quad t=\frac{T}{4},\quad t=\frac{T}{2},\quad t=\frac{3}{4}\cdot T,\ t=T$$

моментларда муҳит заррачаларининг ҳолати кўрсатилган.



8.4-расм

Горизонтал чизиқ бўйича муҳит нуқталарини бошланғич нуқта 0 га нисбатан жойлашишини, вертикал бўйича вақтнинг ҳар хил моментида бу нуқталарнинг силжиши кўрсатилган:

1. t=0 бошланғич моментда ҳамма нуқталар бир тўғри чизиқда ётади. Фақат 0 нуқта тезланиш олган бўлади;

2. $t=\frac{T}{4}$ моментда 0 нуқта энг катта силжишга эга бўлади. 0 нуқтадан $r=u\cdot\frac{T}{4}$ узоқликда ётган А нуқта энди тезланиш олган бўлади;

3. $t=\frac{T}{2}$ моментида биринчи нуқта ўзининг мувозанат ҳолатига қайтади. *А* нуқта силжиши максимал бўлади. *В* нуқта биринчи нуқтадан $r=\frac{T}{2}$ масофада турибди;

4. $t=\frac{3}{4}\cdot T$ моментда 0 нуқтада турган заррача пастга қараб максимал силжийди, А нуқта мувозанат ҳолатидан пастга томон ўтаётган бўлади. В нуқта юқорига максимал силжийди, биринчи нуқтадан $r=\frac{3}{4}\cdot u\cdot T$ масофада ётган С нуқта эса тезланиш олади;

5. $t=T$ моментда биринчи 0 заррача мувозанат ҳолатига қайтади, А нуқта пастга максимал силжийди, В нуқта мувозанат ҳолатига қайтган бўлади, С нуқта юқорига максимал силжийди, биринчи нуқтадан r=uT узоқликда ётган D нуқта энди тезланиш олган бўлади ва вақт ўтиши билан юқоридаги жараён такрорланади.

8.5-расмда бўйлама тўлқинлар тарқалганда заррачалар ҳолати келтирилган. Горизонтал чизиқ тўлқин тарқалишини кўрсатади, муҳит заррачасининг кўчиши тўлқин тарқалиш билан бир тўғри чизиқда бўлади:

1. t=0 моментда 0 нуқта мувозанат ҳолатда;

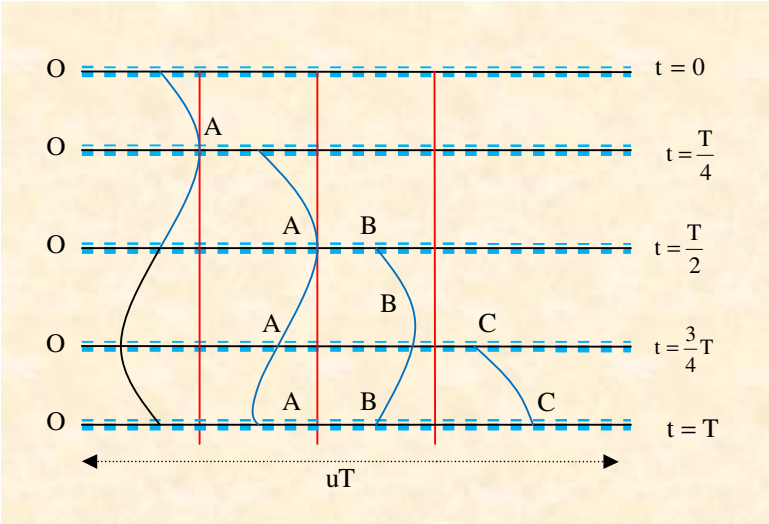
2. $t=\frac{T}{4}$ моментда 0 нуқта ўнгга энг кўп силжийди;

3. $t=\frac{T}{2}$ моментда 0 нуқта яна мувозанат ҳолига қайтади;

4. $t=\frac{3}{4}\cdot T$ моментда 0 нуқта чап томонга энг кўп силжийди;

5. t=T моментда 0 нуқта ўз мувозанат ҳолига қайтган бўлади.

0 ва А нуқталар орасидаги масофани ўзгариши муҳитнинг шу қисмида сиқилиш ва чўзилиш содир бўлаётганлигини кўрсатади.



8.5-расм

Вақтнинг $t = \frac{T}{2}$ моментида 0 ва А нуқталар орасида кенгайиш бўлса, А ва В нуқталар орасида сиқилиш бўлади. t=T моментда 0 ва А нуқталар орасида сиқилиш бўлса, А ва В нуқталар орасида кенгайиш бўлади. шундай қилиб, муҳитда сиқилиш ва сийракланиш даврий давом этиб туради. Тўлқин тарқалганда муҳит заррачасининг тезлигини топсак,

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos\omega\left(t - \frac{r}{u}\right) \qquad (8.13)$$

Ёки

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = A\omega\sin\omega\left(t - \frac{r}{u} + \frac{\pi}{2}\right) \qquad (8.14)$$

бўлади. Демак, заррача тезлиги ҳам, силжиши ҳам бир хил қонуният бўйича бўлади, лекин тезлик силжишга нисбатан $\frac{\pi}{2}$ фазага силжиган бўлади. Заррача максимал силжиган вақтда тезлик ўз йўналишини ўзгартиради, бошқача айтганда нолга тенг бўлади. Мувозанат ҳолатидан ўтаётганда заррача тезлиги энг катта - максимал бўлади. Тўлқиннинг тезланишини аниқлаш учун (8.13) ни вақт бўйича дифференциаллаймиз

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2\sin\omega\left(t - \frac{r}{u}\right) \qquad (8.15)$$

Ёки

$$a = -\omega^2 x\,. \qquad (8.16)$$

(8.16) формуладан кўринадики, тезланиш ҳам силжиш билан бир хил қонуният бўйича ўзгаради, лекин фаза жиҳатдан π га фарқ қилади. Бошқача айтганда тезланиш йўналиши силжиш йўналишига қарама-қаршидир.

8.3. Тўлқиннинг ҳаракат тенгламаси

Яхлит жисмга тегишли қатор нуқталарни олайлик. Бу нуқталар тарқалаётган тўғри чизиқ устида ётсин. Бу нуқталардан иккитасини ажратайлик (8.6-расм). Нуқталар мувозанат ҳолатда бўлганда улар орасидаги масофа dr бўлсин. Вақтнинг қандайдир моментида 1 нуқтанинг мувозанат ҳолатдан силжиш x, 2 нуқтанинг мувозанат ҳолатдан силжиши x+dx бўлсин. Бунда нисбий деформация

$$\varepsilon = \frac{dx}{dr} \qquad (8.17)$$

$\varepsilon = \frac{dx}{dr} > 0$ бўлса, нуқталар орасидаги масофа ортади, демак, муҳит чўзилади;

$\varepsilon = \frac{dx}{dr} < 0$ бўлса, нуқталар орасидаги масофа камаяди, демак, муҳит сиқилади.

Муҳитда тарқалувчи тўлқиннинг тенгламаси,

$$x = A \cdot \sin \omega\left(t - \frac{r}{u}\right)$$

эканини ҳисобга олсак,

$$\begin{cases} \frac{dx}{dr} = -\frac{A\omega}{u} \cdot \cos\omega\left(t - \frac{r}{u}\right), \\ \frac{d^2x}{dr^2} = -\frac{A\omega^2}{u^2} \cdot \sin\omega\left(t - \frac{r}{u}\right), \\ \frac{dx}{dt} = \upsilon = A\omega \cdot \cos\omega\left(t - \frac{r}{u}\right), \\ \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \cdot \sin\omega\left(t - \frac{r}{u}\right). \end{cases}$$

$$\frac{d^2x}{dr^2} = -\frac{A\omega^2}{u^2} \cdot \sin \omega\left(t - \frac{r}{u}\right). \qquad (8.18а)$$

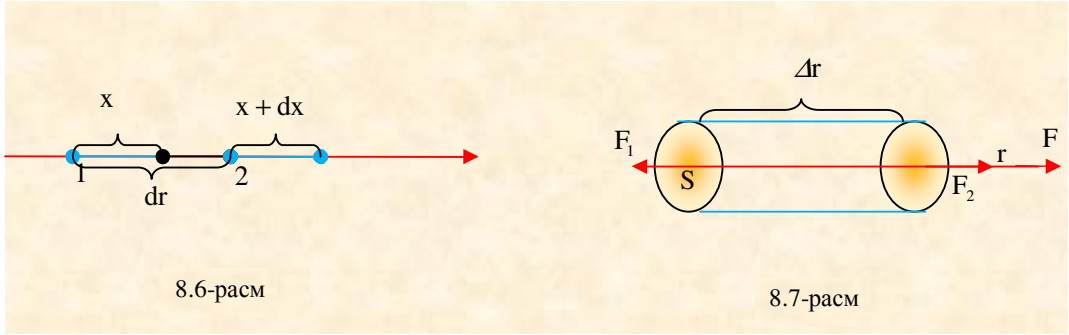
(8.18б)

Охирги икки тенгламани таққосласак

$$\frac{d^2x}{dr^2} = \frac{1}{u^2} \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$$

Ёки

$$\frac{d^2x}{dt^2} = u^2 \cdot \frac{d^2x}{dr^2}. \qquad (8.19)$$



8.6-расм 8.7-расм

(8.19) тенглама *тўлқин ҳаракатининг дифференциал тенгламаси* ёки *тўлқин тенгламаси* деб аталади. Муҳитда тўлқиннинг тарқалиш тезлиги (u) ни ҳисоблайлик. Бунинг учун муҳитдан фикран асос кесими S, узунлиги dr бўлган цилиндр ажратайлик. Цилиндр ўқи тўлқиннинг тарқалиш йўналиши билан мос тушсин. Биз ажратаётган пайтда цилиндрга F_1 ва F_2 эластик кучлари таъсир қилаётган бўлсин (8.7-расм). Гук қонунига асосан

$$F_1 = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{dx}{dr}\right)_0 S \qquad (8.20)$$

ва

$$F_2 = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{dx}{dr}\right)_{\Delta r} S.$$

F_1 ва F_2 кучлар қарама-қарши йўналганлигидан, муҳит элементига таъсир қилаётган куч

$$F = F_2 - F_1 = \frac{1}{\alpha}\left[\left(\frac{dx}{dr}\right)_{\Delta r} - \left(\frac{dx}{dr}\right)_0\right] S, \qquad (8.21)$$

$$\left(\frac{dx}{dr}\right)_{\Delta r} = \left(\frac{dx}{dr}\right)_0 + \left[\frac{d}{dr}\left(\frac{dx}{dr}\right)\right]_0 dr,$$

ни ҳисобга олсак,

$$F = \frac{1}{\alpha}\left[\frac{d}{dr}\left(\frac{dx}{dr}\right)\right]_0 S \cdot dr = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{d^2x}{dr^2} S \cdot dr. \qquad (8.22)$$

Нютон қонунига асосан,

$$F = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = \rho S \cdot dr \cdot \frac{d^2x}{dt^2}. \qquad (8.23)$$

(8.22) ва (8.23) тенгламалардан

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{\alpha\rho} \cdot \frac{d^2x}{dr^2}. \qquad (8.23а)$$

Бу тенгламани тўлқин тенглама ифодаси (8.19) билан таққосласак,

$$u = \sqrt{\frac{1}{\alpha \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

Бу тенгламани импулснинг эластик муҳитда тарқалиш тезлигини топганда ҳам учратган эдик. Импулс ёки тўлқиннинг муҳитда тарқалиш тезлигини ҳисоблашда босим ва зичлик ўзгариши $\frac{\Delta p}{\Delta \rho}$ нинг ҳароратга боғлиқлигини эътиборга олмадик. Тўлқин тарқалаётган муҳит элементида сиқилиш ёки чўзилиш шунчалик қисқа вақт ичида содир бўладики, бунда ҳажм элементида вужудга келган ҳарорат ўзгариши ҳисобига ҳосил бўлган иссиқлик қўшни элементларга узатилиб улгурилмайди. Бошқача айтганда, элементар ҳажмда адиабатик кенгайишда ҳароратнинг ўзгариши $\frac{\Delta p}{\Delta \rho}$ нинг ўзгаришига олиб келади. $\frac{\Delta p}{\Delta \rho}$ ни тавсифлайдиган катталикни адиабатик *ҳажмий сиқилиш коэффициенти* дейилади ва уни β билан белгиласак, тезлик учун қуйидаги ифодани оламиз

$$\upsilon = \sqrt{\frac{1}{\beta \cdot \rho}}.$$

8.4. Тўлқиннинг ҳаракат энергияси.

Ҳар қандай тебранаётган система муҳитда тўлқин манбаи бўла олади. Муҳитда тебранаётган система ўз энергиясини энг яқин турган заррачага узатади. Бу заррача тебраниш системасидан олган энергиясини кейинги заррачага узатади ва ҳоказо. Шундай қилиб, тебраниш манбаининг энергияси муҳит заррачалари воситасида узатилади. Тебранаётган система ўз энергиясини муҳитга бериши э*нергия нурланиши* дейилади. Ана шу энергия ҳисобига ҳосил бўлган тўлқин

энергияни муҳитга узатади. Ажратиб олинган муҳит ҳажми $\Delta B = Cdp$, унинг массаси *m* бўлсин. Бу муҳитга таъсир қилаётган эластиклик кучи

$$F = k \cdot \frac{\Delta x}{\Delta r} \cdot S. \qquad (8.25)$$

Элемент деформацияланганидан ҳосил бўлган потенциал энергия

$$\Pi = \frac{kV}{2} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta r} S \cdot \Delta x = \frac{k}{2}\left(\frac{\Delta x}{\Delta r}\right)^2 S \cdot \Delta r = \frac{kV}{2}\left(\frac{\Delta x}{\Delta r}\right)^2 \qquad (8.26)$$

бўлади. (8.18а) ни ҳисобга олсак,

$$\Pi = \frac{kV}{2} \cdot A^2 \frac{\omega^2}{u^2} \cos^2 \omega \cdot \left(t - \frac{r}{u}\right). \qquad (8.26а)$$

Кинетик энергия эса (8.18б) ва муҳит зичлиги $\rho = \frac{m}{V}$ эканини ҳисобга олсак,

$$K = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cos^2 \omega \cdot \left(t - \frac{r}{u}\right). \qquad (8.27)$$

Тўла энергия кинетик ва потенциал энергиялар йиғиндисига тенг

$$E = K + \Pi = \frac{V}{2} \cdot \left(\rho + \frac{k}{u^2}\right) A^2 \cdot \omega^2 \cos^2 \omega \cdot \left(t - \frac{r}{u}\right). \qquad (8.28)$$

Тўлқин ҳаракати кинетик, потенциал, тўла энергиясини тебранаётган система (маятник) энергияси билан солиштирсак, фарқларни сезамиз:

1. Тўлқинли ҳаракат кинетик ва потенциал энергияси (тўлқиннинг бир қисми учун) бир хил фазада тебранади, яъни ҳар иккала энергия бир вақтда максимум ва минимум қийматига эришади. Тебранаётган система кинетик ва потенциал энергияси қарама-қарши фазада тебранади ва бири максимум қийматга эришганда иккинчи минимум қийматга эришади;
2. Тўлқинли ҳаракат тўла энергияси ўзгармас катталик эди. Агар

$$u^2 = \frac{1}{\alpha \cdot \rho} = \frac{k}{\rho}$$

эканини ҳисобга олсак, (28) ифодани қуйидагича ёзиш мумкин

$$E = \rho \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot V \cdot \cos^2 \omega \cdot \left(t - \frac{r}{u} \right). \qquad (8.28а)$$

Шундай қилиб, тўлқин энергияси амплитуда квадратига, частота квадратига, муҳит зичлигига мутаносибдир. Умов томонидан энергия оқими ва энергия зичлиги тушунчаси киритилган. Энергия зичлиги деганда V ҳажм бирлигига тўғри келган энергия

$$W = \frac{E}{V} = \rho \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \cos^2 \omega \cdot \left(t - \frac{r}{u} \right) \qquad (8.29)$$

ни тушунамиз. Энергия оқими деганда, тўлқин тарқалиш йўналишига тик бўлган юзадан бирлик вақтда ўтадиган энергия тушунилади. Тўлқин тарқалишига тик юза S бўлса, у тезлик билан тарқалаётган uT масофага силжийди. Бунда ҳажм uST, бу ҳажмдаги энергия E=WuST бўлади (W – энергия зичлиги). Бир давр ичидаги бирлик вақтда ўтаётган ўртача энергия

$$\frac{E}{T} = E = \frac{W}{T} uS. \qquad (8.30)$$

Лекин W вақт бўйича ўзгариб турганлигидан вақт t дан t+T гача ўзгарганда

$$W = \frac{W}{T} = \rho \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2 \omega \left(t - \frac{r}{u} \right) \cdot dt = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A^2 \cdot \omega^2. \qquad (8.31)$$

Демак,

$$E = W \cdot uS = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot uS. \qquad (8.32)$$

(8.32) формула *S* юзадан бир даврда ўтаётган энергияни энергия *оқими зичлиги* деб аталади. Шундай қилиб, энергия оқими зичлиги

$$\varepsilon = \frac{E}{S} = Wu. \qquad (8.33)$$

Тезлик – вектор катталик бўлганлигидан, энергия оқими зичлигини ҳам йўналиши тўлқин тарқалиши йўналишида бўлган вектор катталик деб қараш мумкин. Бундай вектор биринчи марта Н.А.Умов томонидан, шу сабабли бу вектор унинг номи билан *Умов вектори* деб аталади ва (8.33) қуйидагича ёзилади

$$\vec{\varepsilon} = W \cdot \vec{u}. \qquad (8.33а)$$

8.5. Тўлқинларнинг интерференцияси

Тажрибаларнинг кўрсатишича, агар муҳитда бир вақтда бир қанча тўлқин тарқалса, у ҳолда муҳит заррачалари бараварига бир қанча тўлқин ҳаракатда қатнашади: товуш тўлқинлари учун қўшилиш принципи (ёки суперпозиция принципи) ўринли бўлади. Тўлқинларнинг қўшилиш принципи ҳар бир тўлқиннинг муҳитда бошқа тўлқинлар бор-йўқлигига боғлиқ бўлмаган ҳолда мустақил тарқалишини билдиради; ҳар бир тўлқин жараён қолган ҳамма тўлқинлар бўлмаган ҳолдагидек юз беради. Муҳит заррасининг ҳаракатини аниқлаш учун биз зарранинг ҳар бир тўлқиндаги ҳаракатини алоҳида топишимиз, сўнгра эса бу ҳаракатларнинг ҳаммасини қўшишимиз керак. Маълум бир шароитда иккита (ёки бир неча) тўлқин ҳаракатини қўшиш ҳодисаси *интерференция* деб аталади. Трубадаги икки товуш тўлқинининг интерференциясини кўриб чиқамиз. Трубада бир хил частотали икки тўлқин бир вақтда тарқаляпти деб фараз қиламиз. Силжишлар тўлқинининг бири x ўқининг мусбат йўналиши бўйлаб тарқалиб,

$$y_1 = A \cdot \cos\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)$$

орқали ифодаланган иккинчиси эса биринчисига қарши йўналишда тарқалиб,

$$y_2 = B \cdot \cos\omega \cdot \left(t + \frac{x}{c}\right)$$

билан ифодаланган бўлсин. Натижаловчи мураккаб тўлқин ҳаракат қандай ҳаракат бўлади? Мутлақо равшанки, ҳар бир нуқтанинг мувозанат вазиятидан m пайтдаги оғиши қуйидагига тенг бўлади

$$y = y_1 + y_2 .$$

Ҳамиша иккинчи y_2 тўлқини иккита югурувчи (тарқалувчи) тўлқиннинг йиғиндиси сифатида тасвирлаш мумкин

$$y_2 = A \cdot \cos\omega \cdot \left(t + \frac{x}{c}\right) + (B - A) \cdot \cos\omega \cdot \left(t + \frac{x}{c}\right). \qquad (8.33б)$$

У ҳолда натижавий $y(x,t)$ тебранишни қуйидагича ёзиш мумкин

$$y = y_1 + y_2 = A \cdot \cos\omega \cdot \left(t + \frac{x}{c}\right) + A \cdot \cos\omega \cdot \left(t + \frac{x}{c}\right) + (B - A) \cdot \cos\omega \cdot \left(t + \frac{x}{c}\right) =$$

$$= 2 \cdot A \cdot \cos\frac{\omega \cdot x}{c} \cdot \cos\omega t . \qquad (8.33с)$$

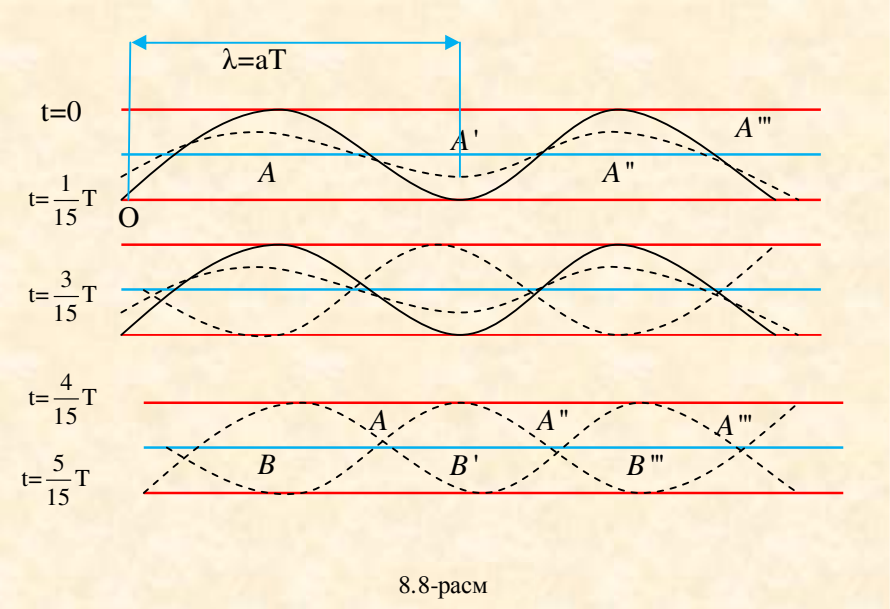
Натижаловчи тўлқин ҳаракат икки қисмдан, яъни

$$y_1 = 2 \cdot A \cdot \cos\frac{\omega \cdot x}{c} \cdot \cos\omega t \qquad (8.33д)$$

билан ифодаланган турғун тўлқиндан ва

$$y_2 = (B\text{-}A) \cdot \cos\omega \cdot \left(t + \frac{x}{c}\right) \qquad (8.33е)$$

билан ифодаланган югурувчи тўлқиндан иборат. B=A бўлганда, яъни қарама-қарши йўналишларда тарқалувчи иккита тўлқиннинг амплитудаси бир хил бўлганда натижаловчи тўлқин ҳаракат турғун тўлқин бўлади. Тарқалувчи иккита бир хил тўлқинда зарраларнинг оғишларини 8.8-расмда кўрсатилгандек қилиб, бир хил вақт оралатиб график равишда қўшсак, турғун тўлқиндаги зарралар ҳаракатини яққол тасаввур этиш мумкин. Бу расмда чапга кетаётган тўлқин пунктр билан, ўнга кетаётган тўлқин нуқталар билан, турғун тўлқиндаги зарралар вазияти яхлит чизиқ билан тасвирланган (чизма яққол бўлиши учун 8.8-расмда бошланғич фазаси - $\frac{\pi}{8}$ бўлган тўлқин тасвирланган). (8.33д) формуладан кўринадики турғун тўлқиндаги ҳамма зарралар ёки бир хил фазада ёки қарама-қарши фазада тебранади, бироқ ҳамма нуқтларнинг тебранишлар амплитудаси умуман турличадир. 8.8-



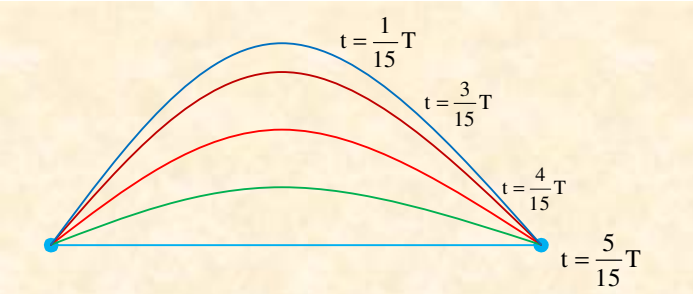
8.8-расм

расмдан ҳам худди шу нарса кўринади. O, O’, O”, ... нуқталардаги зарралар

ҳамма вақт тинч туради; бу нуқталар силжишлар *турғун тўлқинининг тугунлари* деб аталади. Бу нуқталарнинг амплитудалари нолга тенг. Тугунлар бир-биридан $\frac{\lambda}{2}$ ярим тўлқин узунлигигача масофада жойлашади. Агар $\lambda = c \cdot T = \frac{2\pi \cdot c}{\omega}$ эканлигини эътиборга олсак турғун тўлқиннинг (33д) ифодасини қуйидагича ёзиш мумкин

$$y_1 = 2 \cdot A \cdot \cos\frac{2\pi \cdot x}{c} \cdot \cos\omega t\,. \qquad (8.33ф)$$

Бундан кўринишича мазкур тўлқинда тугунлар координатанинг $x = \frac{2n+1}{2} \cdot \frac{\lambda}{2}$ қийматларида жойлашади. А, А, А”, ... нуқталарда тинч турган доирачалар билан белгиланган заррачалар энг катта амплитуда билан тебранади бу нуқталар силжишлар турғун тўлқинининг зичланишлари деб аталади. Агар турғун тўлқин (33ф) формула билан тасвирланган бўлса, зичланишлар координаталари $x = n \cdot \frac{\lambda}{2}$ бўлган нуқталарга мос келади бу ерда n бутун сон. 8.9-расмда О-О’ икки тугун орасидаги зарраларнинг 8.8-расмда кўрсатилган пайтлардаги кетма-кет вазиятлари кўрсатилган. Иккита қўшни тугун орасида турган ҳамма зарралар бир хил фазали гармоник тебранма ҳаракат қилади, яъни уларнинг ҳаммаси энг четки вазиятга баравар боради ва нолдан баравар ўтади, бироқ ҳамма зарраларнинг тебраниш амплитудалари турлича бўлади. Тугунларда жойлашган заррачалар ҳеч қачон ҳаракат қилмагани сабабли тугун нуқталар орқали энергия узатилмайди, турғун тўлқин бўйлаб энергия тарқалмайди, фақат тугунлар орасида турган



8.9-расм

зарраларгина бир-бири билан энергия алмашинади. Шунинг учун гарчи турғун тўлқиндаги ҳаракат бир хил амплитуда билан тарқалувчи икки тўлқиннинг интерференцияси натижасида пайдо бўлсада, аслида у тўлқин ҳаракат эмас. Агар

бир-бирига қарама-қарши тарқалувчи тўлқинларнинг амплитудалари тенг бўлмаса, у ҳолда тўлқин ҳаракат (8.33д) турғун тўлқиндан ва (8.33е) тарқалувчи тўлқиндан иборат бўлади, бу тарқалувчи тўлқинларнинг амплитудаси асосий тарқалувчи тўлқинлар амплитудаларининг айирмасига тенг

$$k_\sigma = \frac{|A - B|}{B}$$

катталик *югурувчанлик коэффициенти* деб аталади. Бу коэффициентнинг нолдан фарқли бўлиши энергия катта амплитудали тўлқин тарқалаётган йўналишда узатилишини билдиради.

8.6. Ясси ва сферик тўлқинлар

Юқорида, тўлқин тарқалишини кўрганимизда, тўлқинлар муҳитнинг чегараланган қисмида, масалан, цилиндрсимон ҳажмида тарқалади деб қарадик. Агар тўлқин биз тасаввур қилгандек тарқалса, тўлқиннинг тарқалиш йўналишига тик исталган кесимдаги заррачалар ҳолати исталган вақтда бир хил бўлади. Демак, тўлқиннинг тарқалиш йўналишига параллел бўлган ҳамма тўғри чизиқларда ҳаракат бир хил бўлади. Шунинг учун, тўлқиннинг тарқалиш йўналишига тик кесимдаги заррачалар бир хил фазода тебранади. Ана шундай бир хил фазада тебранаётган нуқталар ётган сирт тўлқин сирти ёки *фазалар сирти* дейилади. Агар тўлқин сирти ясси бўлса, бундай тўлқин *ясси тўлқин* дейилади. Биз кўриб ўтган тўлқинларнинг тўлқин сирти ясси сиртдир, шу сабабли ясси тўлқинлар учун

$$x = A \cdot \sin \omega\left(t - \frac{r}{u}\right)$$

тенглама ўринли бўлади. Вақтнинг бирор пайтида тебраниш етиб борган нуқталарининг геометрик ўрни *тўлқин фронти* дейилади. Ясси тўлқинлар учун тўлқин фронти билан тўлқин сирти мос тушади. Тўлқинлар манбаи – нуқтавий шарча чегараланмаган бир жинсли муҳитда тебранаётган бўлсин. Нуқтавий тебраниш манбаидан чиқаётган тўлқинлар ҳамма томонга (муҳит бир жинсли бўлгани учун) бир хил тезлик билан тарқалади. Улар вақтнинг t моментида тўлқин манбаидан r=ut масофага боради. Демак, нуқтавий манбадан бир жинсли муҳитда тақалаётган тўлқинлар сирти радиуси R=ut бўлган сферадан иборат бўлади. Ана шундай тўлқин сирти сфера шаклида бўлган тўлқинлар *сферик тўлқинлар* дейилади. Сфера устида ётган нуқталар бир хил фазада тебранади. Энди радиуслари $R_1<R_2$ бўлган сферадан ўтаётган ўртача оқим зичлигини ҳисоблайлик, (8.33) формулага асосан

$$\varepsilon = \frac{E}{S} = \frac{E}{4\pi \cdot R^2}. \qquad (8.34)$$

Демак, тўлқин энергия зичлиги радиуснинг квадратига тескари мутаносиб. Тўлқин энергияси амплитуда квадратига мутаносиб эканини ҳисобга олсак,

$$\varepsilon = \frac{E}{4\pi \cdot R^2} = \frac{1}{4\pi} \cdot \rho \cdot \left(\frac{A}{R}\right)^2 \cdot \omega^2 \cdot uS \qquad (8.35)$$

келиб чиқади. (8.35) формуладан кўриниб турибдики, тебраниш марказидан R масофада ётган нуқтанинг силжиши

$$x_R = \frac{A}{R} \cdot \sin\omega\left(t - \frac{r}{u}\right) \qquad (8.36)$$

қонун бўйича бўлади. Бу тенглама *сферик тўлқин тенгламасидир.* Умуман олганда, ҳар қандай тўлқин тарқалганида муҳитда ички ишқаланиш мавжудлигидан энергия ютилиши кузатилади. Бу ишқаланишни енгишда иш бажарилади. Энергия камайди дегани – тебраниш амплитудаси кичрайди, деган гапдир. Амплитуда ўзгаришини кўрайлик. Тўлқин қандайдир dr масофага тарқалганда амплитуда ўзгариши (камайиши) dA деб олайлик, бунда

$$-\frac{dA}{A} \approx dr$$

Ёки

$$-\frac{dA}{A} \approx \alpha dr$$

бундан,

$$d(\ln A) = \alpha dr \qquad (8.37)$$

α – муҳит хусусиятига боғлиқ коэффициент (8.37) тенгламадан

$$A = A_0 e^{-\alpha r}. \qquad (8.38)$$

(8.38) ифода тебраниш марказидан r узоқликда ётган нуқтанинг тебраниш амплитудасидир. Демак, энергия ютилаётган муҳит учун ясси тўлқин тенгламасини ёзсак,

$$x = A_0 e^{-\alpha\kappa} \cdot \sin\omega\left(t - \frac{r}{u}\right). \qquad (8.39)$$

Агар энергиянинг ўртача зичлигини r=0 да W, r масофада W_r десак, (8.31) ва (8.38) муносабатлар асосида

$$W_r = W_0 e^{-2\alpha r} = W_0 e^{-kr} \qquad (8.40)$$

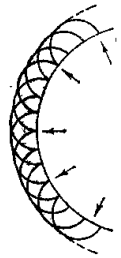
ни оламиз, (*к* – ютилиш коэффициенти). Агар нуқтавий манбадан чиқаётган тўлқинлар бир-бирига яқин текисликлар орасидаги юпқа қатламда тарқалаётган бўлса, бундай тўлқинлар *айланма тўлқинлар* дейилади. Агар бир тўғри чизиқда бир-бирига яқин ётган нуқталар бир хил амплитуда бир хил фазали тўлқинлар ҳосил қилаётган бўлса, бундай тўлқин фронти маркази тўғри чизиқда ётган цилиндр сирти билан мос тушади. Бундай тўлқинлар *цилиндрик тўлқинлар* деб аталади. Айлана ва цилиндрик тўлқинларда энергия зичлиги $\frac{1}{r}$, амплитуда эса $\frac{1}{\sqrt{r}}$ га мутаносиб камаяди. Шунинг учун бундай тўлқинлар тенгламаси

$$x = \frac{A}{\sqrt{r}} \cdot \sin \omega \left(t - \frac{r}{u} \right) \qquad (8.40a)$$

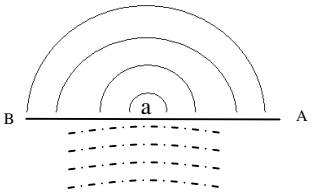
кўринишда бўлади. (8.40а) тенглама айлана ва цилиндрик тўлқинларнинг *тўлқин тенгламаси* деб юритилади.

8.7. Гюйгенс принципи

Агар вақтнинг *t* моментида тўлқин фронти аниқ бўлса, *t+Δt* моментда бу тўлқин фронти қандай бўлади? Бу саволга Гюйгенс принципи жавоб берди. Гюйгенс тўлқин фронти етиб борган фазонинг ҳар бир нуқтасини янги тўлқин манбаи деб ҳисоблаш мумкин деб қаради. Фараз қилайлик, вақтнинг t моментида тўлқин фронти АВ аниқ бўлсин (8.10-расм), t+Δt моментидаги фронтни билиш учун, шу тўлқин фронтининг исталган нуқтасини янги тўлқин манбаи деб қараб, шу нуқта атрофида ярим ҳалқалар ўтказамиз. Бу ярим ҳалқалар радиуси r=uΔr бўлади. Ярим ҳалқасимон тўлқинларга уринма бўлган А’Б’ янги тўлқин фронтини беради. Гюйгенс принципи ғояси нимада эканлигини тушуниш учун қуйидаги тажрибани кўриб чиқайлик.



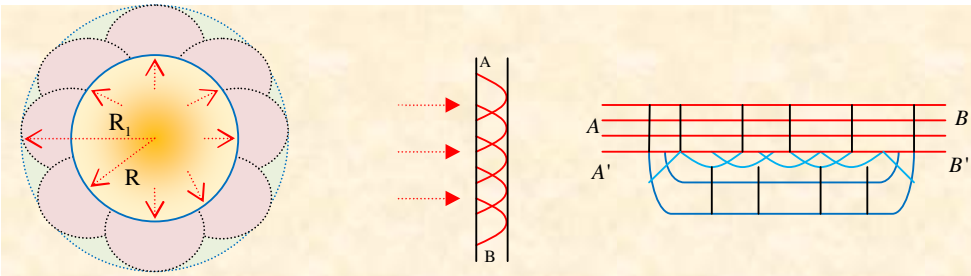
8.10-расм



8.11-расм

Масалан, сув сиртида тарқалаётган ихтиёрий шаклдаги тўлқинлар йўлига кичик “а” тирқишли АВ тўсиқ қўяйлик. Тирқиш ўлчамлиги “а” тарқалаётган тўлқиннинг тўлқин узунлиги λ дан кичик бўлсин (8.11-расм). Тўлқин тўсиққа етгандан кейин ундан қайтади. Тирқиш эса янги тўлқин манбаи бўлиб қолади. Тўсиққача келган

тўлқин шакли қандай бўлишидан қатъий назар а тирқишдан ярим ҳалқа (айлана) С тўлқинлар тарқалади. *Гюйгенс принципининг маъноси шундадир.* Энди сферик тўлқинлар учун тўлқиннинг янги фронтини ясаш усулини кўрайлик. Аввал тўлқин фронти R радиусли сфера сиртидан иборат бўлсин. Сферик тўлқинлар тарқалиши сфера радиуси бўйлаб йўналишда (тўлқин нури) бўлганлигидан сферанинг Δt вақтдан кейинги радиуси $R_1=R+u\Delta t$ бўлади. R радиусли сферанинг ҳар бир нуқтасини янги тўлқин маркази деб, шу марказлар атрофида $r=u\Delta t$ радиусли ярим сферик фронт чизайлик (8.12-расм). Бу ярим сферик тўлқин фронтларини ўраб олган янги сферик сирт (штрих билан кўрсатилган) тўлқиннинг янги фронти бўлади. Демак, муҳит бир жинсли бўлса, сферик тўлқинларнинг фронти сфериклигича қолади. Агар ясси тўлқинлар фронтини аниқлаш керак бўлса, у 8.12-расмда кўрсатилгандек аниқланади. Ясси тўлқин бир жинсли муҳитда тарқалаётган бўлса, тўлқиннинг исталган моментида тўлқин фронти ясси бўлади. Энди ясси тўлқин йўлига тирқишли тўсиқни қўямиз. Бу гал тўсиқ кенглиги *а,* ясси тўлқиннинг тўлқин а узунлигидан катта бўлсин $a>\lambda$ (8.13-расм) а тирқишнинг ҳар бир нуқтасини *янги тўлқин манбаи* деб қараб, ҳар бир нуқта атрофида ярим сферик элементар тўлқин фронтларини ўтказамиз.



8.12-расм 8.13-расм

Бу элементар фронтларни ўраб олган А’В’ фронт янги тўлқин фронти бўлади. Расмдан кўринадики, $a>\lambda$ шарт бажариладиган тирқишдан ясси тўлқин ўтганда унинг яссилиги бузилар экан. Янги фронт А’В’ нинг фақат ўрта қисмигина ясси тўлқин фронти каби бўлса, четлари эгилади. Тўлқин тарқалиш йўналиши тўсиққа тик (перпендикуляр) бўлмай, йўналиши ўзгаради. Бошқача айтганда, нур ўз йўналишини ўзгартиради. Бу ҳодиса *дифракция ҳодисаси* деб аталади.

8.8. Товуш тўлқинларининг тарқалиши.

Товуш тўлқинлари тарқалаётган фазонинг қисми *товуш майдони* деб аталади. Товуш муҳитда ютилишсиз тарқалса, товуш майдонининг ҳар бир нуқтасидаги зарра силжиши, тезлиги гармоник қонуният бўйича бўлади. Бундан ташқари, товуш тарқалганда муҳитнинг деформацияланиши ҳисобига товуш майдони муҳитнинг ҳар бир нуқтасида ортиқча босим *dn* ҳосил қилади ва бу босим *товуш босими* деб юритилади. Ана шу босимни ҳисоблайлик: товуш тарқалаётган муҳит заррачаси

$$x = A \cdot \sin \omega \left(t - \frac{r}{u} \right) \tag{8.41}$$

қонуният билан силжиётган бўлсин. Бу заррачанинг тезлиги

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos \omega \left(t - \frac{r}{u} \right) \tag{8.42}$$

бўлади. Товуш тарқалаётган муҳитда, асоси dS бўлган параллелапипедни ажратиб олайлик. Параллелапипеднинг бу dS томони тўлқин фронтига параллел бўлиб, унга таъсир қилаётган куч

$$F = -dn \cdot dS \tag{8.43}$$

бўлади. Динамиканинг иккинчи қонунига асосан куч $F = m\frac{d\upsilon}{dt}$ ва бу куч таъсирида заррани dr масофага силжишида бажарилган иш

$$dA = Fdr = m\frac{d\upsilon}{dt}dr \tag{8.44}$$

бўлади. Бу тенгламанинг ҳар икки томонини параллелапипед ҳажми dV=cSdr га бўламиз

$$\frac{dA}{dV} = \frac{m}{dV} \cdot \frac{d\upsilon \cdot dr}{dt} = \rho \cdot \frac{d\upsilon}{dt}dr \tag{8.45}$$

(8.44) ва (8.43) тенгламага асосан,

$$F = -dn \cdot dS \cdot dr = -dn \cdot dB. \tag{8.46}$$

Демак, (8.45) ва (8.46) ларнинг тенглигидан

$$dp = -\rho \frac{d\upsilon}{dt}dr$$

$$\frac{d\upsilon}{dt} = -A \cdot \omega^2 \sin \omega \left(t - \frac{r}{u} \right) \tag{8.47}$$

эканини ҳисобга олсак,

$$dp = \rho \cdot A\omega^2 \sin \omega \left(t - \frac{r}{u} \right) dr\ . \tag{8.48}$$

Бу ифодани t=T/4 да Δp=0 деб интегралласак, босим учун қуйидаги ифодани оламиз

$$p = \rho \cdot \omega \cdot Au \cos \omega \left(t - \frac{r}{u} \right). \qquad (8.49)$$

Бу формуладан кўринадики, товуш босими ва муҳит заррачаси тезлиги бир хил фазада тебранади.

$$p_0 = \rho \cdot \omega \cdot A \cdot u. \qquad (8.50)$$

Бу катталик *товуш босим амплитудаси* деб юритилади. Товуш тўлқини тарқалганда ўз йўналишида энергия олиб ўтади. Товуш тарқалиш йўналишига тик бўлган юза бирлигидан ўтаётган энергия оқими миқдори билан тавсифланадиган катталик *товуш интенсивлиги* деб аталади. Товуш интенсивлиги

$$I = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot u \qquad (8.51)$$

формула билан ифодаланади. (8.50) асосида (8.51) формулани қуйидаги кўринишида ёзиш мумкиз:

$$I = \frac{1}{2} \cdot \frac{{p_0}^2}{\rho \cdot u} \qquad (8.52)$$

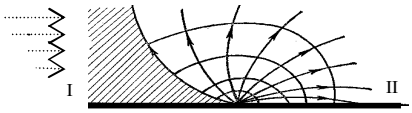
$\rho \cdot u$ катталик муҳитнинг *акустик қаршилиги* деб аталади. Демак, товуш интенсивлиги товуш босими амплитудаси квадратига тўғри, муҳитнинг акустик қаршилигига тескари мутаносибдир. Товуш тўлқинлари муҳитда тарқалганда унинг энергияси муҳитда ютилади. Демак, амплитудаси вақт ўтиши билан камайиб боради. Агар берилган муҳит учун амплитуданинг сўниш коэффициенти β бўлса, товуш тўлқини амплитудаси ва ютилувчанлигининг тўлқин тарқалган масофа *r* га боғлиқлиги

$$A = A_0 e^{-\beta r}, \qquad (8.53)$$

$$I = I_0 e^{-2\beta r}, \qquad (8.54)$$

формулалалар орқали топилади. Товуш тўлқинлари тарқалганда тўлқин фронтининг шакли (ясси, сферик ёки бошқа шаклда) муҳитнинг элементар қисмларида зичлик бир хилми ёки ҳар хилми, муҳит қисмлари тинчми ёки ҳаракатдами, эканлигига боғлиқдир.

Тўлқин фронти



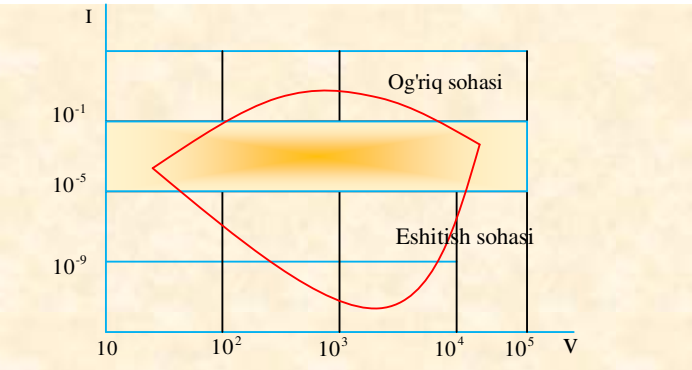
Товуш манбаси

8.14-расм

Товуш манбаси

8.15-расм

Масалан, шамол эсаётган бўлса, ҳаво қатламлари орасида ишқаланиш бўлаётганлигидан шамол тезлиги ер юзидан тепага чиққан сари ортиб боради. Шамол тезлиги товуш тарқалиш тезлиги билан геометрик қўшилади, шу сабабли баландлик ортган сари тўлқиннинг тарқалиш йўналиши шунча эгриланиб боради, бошқача айтганда тўлқин фронтининг қисмлари ер юзига нисбатан ҳар хил тезлик билан ҳаракатланади. Натижада товуш тўлқинининг синиши кузатилади (8.14-расм). Шамол келаётган томонга маълум бурчак остида тарқалаётган тўлқинлар тепа томонга оғса, шамол эсаётган томонга тарқалаётган тўлқинлар ер томонга оғади. Натижада, тўлқин тарқалиш йўналиши билан шамол тарқалиш йўналиши тескари бўлган томонда турган одам товушни яқин масофада туриб (8.14–расмда I соҳада) ҳам эшитмаслиги мумкин. Шамол ва тўлқин тарқалиши мос бўлган томонда турган одам товушни узоқ масофада туриб ҳам (8.14-расмда II соҳада) эшитиши мумкин. Товушнинг тарқалиш тезлиги муҳитнинг зичлигига ҳам боғлиқ. Атмосферадаги ҳаво ҳарорати ер юзига нисбатан юқорига чиққан сари пасайиб боряпти десак, унинг зичлиги ортиб боради. Демак, ҳар хил зичликка эга бўлган муҳитда товуш тарқалаётган бўлганлигидан, у синади (8.15-расм). Натижада қуёш чиқиб турган иссиқ кунларда ер юзига яқин қатламдаги ҳаво юқори қатламдаги ҳавога нисбатан кўпроқ қизиган бўлади, шу сабабли кундуз кунлари кечасидагига нисбатан эшитиш масофаси кичик бўлади, яъни айни бир товуш кечаси кундуздагига нисбатан яхшироқ эшитилади. Эшитиш органлари товушнинг қаттиқлиги, баландлиги ва тембри каби хусусиятларини ажрата олади. *Товушнинг баландлиги* тебранишнинг частотаси билан аниқланади. Баланд товушлар частотаси паст товушлар частотасига нисбатан катта бўлади. *Товушнинг қаттиқлиги* товушнинг субъектив харатеристикаси бўлиб, унга объектив характеристика – интенсивлик тўғри келади. Қулоқ товушни қабул қилиши учун унинг интенсивлиги маълум бир минимал қийматдан кичик бўлмаслиги керак. Қулоқ сеза оладиган ана шу интенсивликнинг минимал қиймати эшитиш чегараси деб аталади. Частотаси 1000 Гц дан 3000 Гц гача бўлган товушларни қулоқ энг яхши қабул қилади.



8.16-расм

Агар товуш интенсивлиги ортиб борса ва маълум чегарага етса, қулоқ бундай товушларни қабул қилмай, таъсир натижасида эшитиш органида оғриқ сезилади. Бу чегара *оғриқ сезиш чегараси* дейилади. 8.16-расмда эшитиш чегараси ва оғриқ сезиш чегарасини товуш частотасига боғлиқлик графиги берилган. Бу икки эгрилик билан чегараланган соҳа *эшитиш соҳаси* деб аталади. Юқорида айтилганидек, товуш қаттиқлиги унинг интенсивлиги билан боғлиқдир. Лекин, шуни айтиш керакки, товуш қаттиқлиги интенсивликка нисбатан анча секин ўсади. Товуш қаттиқлигини унинг интенсивлиги билан боғлиқлигини Вебер-Фехнер ўрганиб, товуш интенсивлиги ортиши билан қаттиқлик тахминан логарифмик қонуният бўйича ўсишни аниқлаганлар. Бу қонун асосида товуш қаттиқлигини характерлаш учун товуш босими даражасини кўрсатувчи катталик *L* киритилади ва у қуйидаги формула билан аниқланади

$$L = 2k \lg \frac{p_2}{p_0}. \qquad (8.55)$$

Бу формулада $p_0 = \sqrt{\rho \cdot \nu \cdot I}$ частотали товушнинг ўртача квадрат босими бўлиб, p_0 – шу частота учун эшитиш чегараси, I товуш интенсивлиги. Агар k=1 бўлса, товуш босими белларда, k=10 бўлса, децибелда ўлчанади. Белл деб аталган бирлик телефонни ихтиро қилган олим А.Г.Белл шарафига қўйилган. Товуш интенсивлиги ва эффектив босим ν=1000 Гц частотали товуш учун ушбу жадвалда тахминий келтирилган. Одамда иккита қулоқ борлиги товуш манбаи қайси томонда эканини аниқлашга имкон беради. Буни бинаурал эффект деб юритилади. Агар қулоқлардан бирига товуш $3 \cdot 10^{-5}$ секунд оралаб келса, буни инсон сезади. Бунда товуш манбаи турган нуқта ўз ўрнига нисбатан горизонтал текисликда таминан 3 градусгача четлашган бўлади. Товуш манбаини вертикал бўйича қандай бурчакда турганини ва унинг одамдан узоқлигини товушни эшитиш орқали аниқлаш анча катта ноаниқликда бўлади. *Шовқин* деб, тонларнинг тартибсиз аралашмасига ёки инсон қулоғига эшитиладиган ҳар қандай ёқимсиз

овозга айтилади. *Товуш қаттиқлиги* – амплитудага боғлиқ. Тебраниш амплитудаси қанчалик баланд бўлса, товуш шунчалик қаттиқ бўлади. *Товуш баландлиги* **–** частотага боғлиқ. Тебраниш частотаси қанчалик юқори бўлса, товуш шунчалик баланд бўлади. Бир муҳитдан иккинчи муҳитга ўтганда частота ўзгармайди. Товуш тўлқинлари – бўйлама тўлқин ҳисобланади. Товушнинг ҳаводаги тезлиги – 340 m/c дир. Товушнинг тезлиги модданинг агрегат ҳолатига боғлиқ бўлади ва товушнинг тезлиги муҳитнинг хоссалари билан аниқланади. Механик тўлқинларнинг (ёки товушнинг) қаттиқ жисмлардан қайтишига *акс садо* деб аталади. Товушнинг тўсиқлардан қайтиш ҳодисасига *акс-садо* деб аталади. Бу ҳодисалардан эхолокацияда фойдаланилади. Бунда тўсиққа товуш импулси юборилиб, унинг тўсиққа урилиб қайтиб келиш вақтига қараб тўсиқ узоқлиги аниқланади.

$$R = \frac{\upsilon \cdot t}{2}$$

эхолокация формуласи, R – тўсиқ узоқлиги, υ – товушнинг муҳитдаги тезлиги, t – товушнинг бориб қайтиш вақти ёки импулслар орасидаги минимал (енг кичик) вақт. Эхолокация учун ишлатиладиган асбоб – э*холокатор* ёки э*холот* деб аталади. Денгиз чуқурлигини ўлчайдиган эхолокатор – *гидролакатор* деб аталади.

8.9. Газларда товушнинг тезлиги

Эластик муҳит зарралари тебранишларининг вақт ўтиши билан муҳит бўйлаб тўлқин сифатида тарқалиш ҳодисасига *товуш* деб айтилади. Товуш тўлқинларининг физик табиати бир хил бўлсада, улар частотасига қараб ўзига хос хусусиятларга эга. Мисол, юқори частоталарда тўлқин узунлик ниҳоятда қисқа, яъни баъзи мураккаб молекулалар ўлчамларига яқин. Шунинг учун, бу тўлқинлар ўзи тарқалаётган модда билан жуда кучли таъсирлашади. Газларда товушнинг тарқалиш тезлиги қуйидаги формула билан ифодаланилади

$$\upsilon = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}}.$$

Бу ифода одатда *Лаплас формуласи* ҳам дейилади. Клапейрон-Менделеев тенгламасидан *P* ни алмаштириб ва зичлик $\rho = \frac{m}{V}$ эканлигини эътиборга олсак, қуйидагини оламиз

$$\upsilon = \sqrt{\frac{RT}{\mu}}. \qquad (8.56)$$

Бунга *Нютон формуласи* ҳам дейилади. Бу ерда μ – газ моляр оғирлиги. (56) формула фақат бир атомли, айрим ҳолларда икки атомли газлар учун ўринли бўлади. Кўп атомли газларда товуш дисперсияси кузатилади, яъни товушнинг

тарқалиш тезлиги тебраниш частотасига боғлиқ бўлади. Масалан, карбонат ангидрид газида частота 10^5 Гц дан 10^6 Гц гача ўзгарса, у ҳолда товушнинг тарқалиш тезлиги 4% га ортади. Товуш тўлқинлари дисперсиясига сабаб, иссиқлик сиғимининг частотага боғлиқлигидир, буни қуйидаги формуладан ҳам кўриш мумкин

$$C_{MV} = \frac{dU}{dT} = \frac{5}{2}R + R\left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 \cdot \frac{e^{\frac{h\nu}{kT}}}{\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1\right)^2} \quad . \tag{8.57}$$

Нютон формуласи (8.56) бўйича товушнинг ҳавода тарқалиш тезлигини топсак, ҳаво учун μ=28,8; T=273 K бўлса, υ=280 м/с бўлади. Аслида тажриба υ=330 м/с эканини кўрсатади. Бундай фарқ Лаплас (1749-1827) томонидан бартараф этилди. Лаплас товуш тўлқинидаги зичлик тебранишлари ва у билан боғланган ҳарорат тебанишлари шунчалик тез ўтади ва ҳавонинг иссиқлик ўтказувчанлиги шунчалик кичикки, бундай жараёнлар учун иссиқлик алмашиниш ҳеч қандай рол ўйнамайди, деб кўрсатиб берди. Товуш тўлқинидаги қуюқлашиш ва сийраклашишлар орасида ҳароратлар фарқи тенглашишига улгура олмайди ва шунинг учун товушнинг тарқалишини адиабатик жараён деб ҳисоблаш мумкин. Бундай ҳолда изотерма тенгламасидан эмас, балки γPdV+VdP=0 адиабата тенгламсидан фойдаланиш керак. Агар бу тенгламага V ҳажмнинг ўрнига p~1/V зичликни киритсак, бу тенглама қуйидаги кўринишга келади

$$\gamma P d\rho - \rho dP = 0. \tag{8.58}$$

Бундан адиабатик жараён учун

$$\frac{dP}{d\rho} = \left(\frac{dP}{d\rho}\right)_{ad} = \gamma\frac{P}{\rho} = \left(\frac{dP}{d\rho}\right)_T . \tag{8.59}$$

Шунинг учун (8.57) Нютон формуласи ўрнига *Лаплас формуласи* келиб чиқади

$$\tilde{N}_L = \sqrt{\gamma\frac{P}{\rho}} = C_N\sqrt{\gamma}, \tag{8.60}$$

бу ерда C_L – товушнинг Лаплас тезлиги. Бу формула товушнинг тезлиги учун Нютон формуласидан $\sqrt{\rho}$ марта катта бўлган катталикни беради. Ҳаво учун γ ни ўлчашлар γ=1,4 натижани беради. Шунинг учун Лаплас формуласига мувофиқ, T=273° K да ҳавода товушнинг тезлиги

$$\upsilon = 280 \cdot \sqrt{1.4} = 330\ \frac{m}{c}.$$

бўлиши керак, бу эса тажриба маълумотларига мос келади. γ иссиқлик сиғимлари нисбатини экспериментал ўлчашнинг иккинчи қулай, аниқлиги жиҳатидан Клеман ва Дезорм усулидан юқори бўлган усули Нютон ва Лаплас формулаларига асосланган. Товушнинг тадқиқ қилинаётган газдаги с тезлиги экспериментал ўлчанади. γ катталик

$$\gamma = \left(\frac{C}{C_N}\right)^2. \qquad (8.61)$$

формуладан ҳисобланади, бу ерда C_N – *товушнинг Нютон тезлиги* деб аталувчи, яъни (57) формуладан аниқланадиган катталик. (60) формуладан аниқланадиган C_L катталик эса *товушнинг лаплас тезлиги* дейилади.

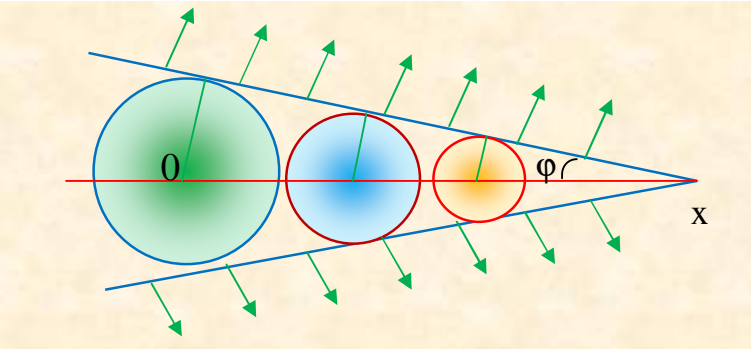
8.10. Допплер эффекти

Товушнинг муҳитдаги тарқалиш тезлиги товуш манбаи ва товуш қабул қилувчи қурилма (приёмник) тинч турибдими ёки ҳаракатланаяптими, бундан қатъий назар, шу муҳитда, берилган ҳолатда, ўзгармас бўлади. Агар товуш манбаи ва товуш қабул қилувчи қурилма бир-бирига нисбатан тинч турса, қурилма қабул қилаётган товуш частотаси товуш манбаи частотаси билан бир хил бўлади. Агар товуш манбаи ва қабул қилувчи қурилма бир-бирига нисбатан ҳаракатланса, қабул қилувчи қурилма (приёмник) қабул қилган товуш частотаси, товуш манбаи частотасидан фарқ қилар экан. Бунга биринчи марта эътибор бериб, уни текширган олим Допплер бўлгани учун бу ҳодиса *Допплер эффекти* деб юритилади.

1. Фараз қилайлик, товуш манбаи товуш тарқалиш тезлиги *u* бўлган муҳитда υ тезлик билан тинч турган приёмникка яқинлашиб келаётган бўлсин. Агар товуш частотаси ν бўлса, товуш манбаи $\frac{1}{\nu}$ секундда битта тўлқин λ тарқатади. Шу вақтда товуш манбаи товуш приёмнигига $\upsilon \cdot \frac{1}{\nu}$ масофага яқинлашади. Натижада $\frac{1}{\nu}$ секунддан кейин чиқаётган кейинги тўлқин олдинги тўлқиндан $\lambda = \frac{u}{\nu}$ масофада бўлмай, $\lambda' = \frac{u-\upsilon}{\nu}$ масофада бўлади. Демак, кузатувчи (приёмник) қабул қилаётган тўлқин узунлиги ҳақиқатдагига нисбатан кичик бўлади. Приёмник қабул қилаётган товуш частотаси ортади

$$\nu' = \frac{\nu}{1 - \frac{\upsilon}{u}}. \qquad (8.62)$$

2. Агар товуш манбаи кузатувчидан υ тезлик билан узоқлашаётган бўлса,



8.17 расм

приёмник қабул қилаётган частота камаяди:

$$\nu' = \frac{\nu}{1+\frac{\upsilon}{u}}. \qquad (8.63)$$

3. Энди приёмник товуш манбаига υ тезлик билан яқинлашаяпти, деб қарайлик. Бунда приёмникка нисбатан товуш тезлиги +u бўлади. Частота эса $\nu = \frac{u+\upsilon}{\lambda}$ бўлиб, $\nu = \frac{u}{\lambda}$ ни ҳисобга олсак, приёмник қабул қилган товуш частотаси

$$\nu' = \nu\left(1+\frac{\upsilon}{u}\right) \qquad (8.64)$$

бўлади. Демак, приёмник қабул қилган частота ортади.
4. Агар приёмник товуш манбаидан тезлик билан узоқлашаётган бўлса, у қабул қилган частота камайиб,

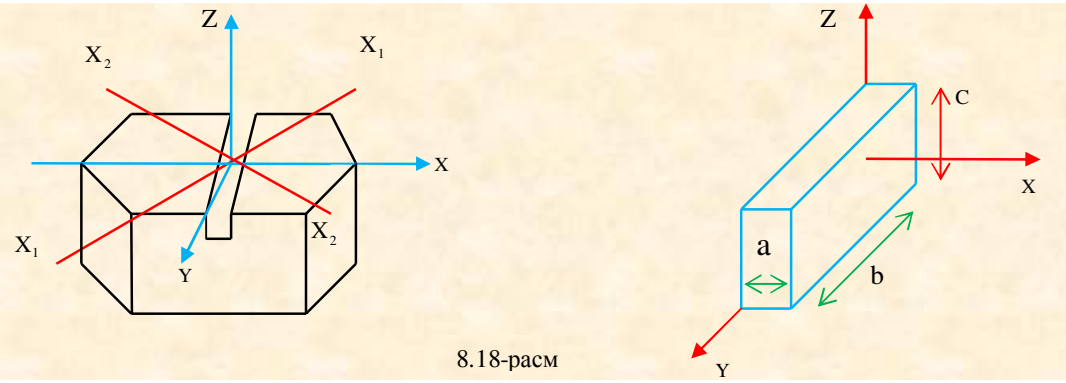
$$\nu' = \nu\left(1-\frac{\upsilon}{u}\right) \qquad (8.65)$$

формула билан топилади. Бу формулага эътибор берайлик, приёмник тезлиги υ товуш тарқалиш тезлиги (u) дан катта бўлса, товуш приёмникка етиб бора олмайди, демак, приёмник товушни қабул қилмайди. Агар товуш манбаининг тезлиги товушнинг тарқалиш тезлигидан катта бўлса, товуш манбаининг олди томонида тўлқин ҳосил бўлмайди, фақат товуш манбаи ҳаракат йўналишига тескари томонида, яъни товуш манбаининг орқа томонида тўлқин ҳосил бўлади (8.17-расм). Товуш манбаининг орқа томонида ҳосил бўлган сферик тўлқинлар бир-бири билан қўшилиб, учи товуш манбаида бўлган конуссимон сиртни ҳосил қилади. Бу конуссимон сирт *зарб тўлқинлари* деб аталувчи тўлқин фронти

бўлади. Зарб тўлқинлари одатдаги товуш тўлқинларидан ўзининг кўп хусусиятлари билан фарқ қилиб, даврий характерга эга бўлмайди. Шуни айтиш керакки, (8.62), (8.63), (8.64) ва (8.65) формулаларни келтириб чиқарганда, товуш манбаи ва кузатувчи уларни туташтирувчи бир тўғри чизиқ бўйича ҳаракатланади деб олдик. Агар уларнинг ҳаракати бир тўғри чизиқ бўйича бўлмаса, бу формулалардаги u, υ тезликлар ўрнига уларнинг шу тўғри чизиққа проекцияси олинади. Допплер эффектини кузатиш учун бирор темир йўл станциясида туриб, товуш чиқариб келаётган тепловозни сизга яқинлашаётганда ва сиздан узоқлашаётганда сиз сезган товуш ўзгаришига эътибор бериш керак. Товуш чиқариб келаётган тепловоз сизга яқинлашаётган бўлса, унинг товушини "ингичкалашиб" борган сари чийиллашини, сиздан узоқлашганда эса товушни "йўғонлашганини" сезасиз. Бошқача айтганда, сиз товуш баландлигини, демак, сиз қабул қилаётган товуш частотасининг ўзгаришини сезасиз.

8.11. Ултратовуш

Ултратовушни олиш учун ҳар хил усуллардан фойдаланилади. Ҳар хил илмий-текшириш ишларида кенг қўлланиладиган ултратовуш генераторлари кристалл жисмларда мавжуд бўлган пеъзоэлектрик ва магнит хусусиятига эга бўлган жисмларда мавжуд бўлган магнитострицион эффект асосида ишлайди. Шунинг учун бу икки эффектнинг физик моҳияти тўғрисида тўхталамиз. Пеъзоэлектрик хусусиятга эга бўлган кристалл жисмлар – кварс, турмалин, сегнет тузи, барий титанат ва бошқа жисмлардан пластинка шаклида кесиб олсак ва унга куч билан таъсир қилиб, уни сиқиб ёки чўзсак электр жиҳатдан қутбланади. Бошқача айтганда деформацияга учраган кристалл пластинка сиртида электр заряд ҳосил бўлади. Кристалл жисмлар тузилиши ва уларни деформациялаганда нима учун электр зарядлари ҳосил бўлади, деган саволга жавоб бермай X – кесиги деб номланган усули билан кесиб олинган пластинка деформацияланганда бўладиган ҳодисаларга тўхталамиз. X – кесиги билан олинган кварс пластинка кўриниши ва унда X, Y, Z ўқларининг йўналиши 8.18-расмда кўрсатилган. Бу пластинкага X йўналишда куч қўйиб уни чўзсак, ВС томонида мусбат, қарама-қарши томонида унга тенг манфий ишорали электр заряд ҳосил бўлади. Агар чўзишни сиқиш билан алмаштирсак, сиртдаги зарядлар ишораси ўзгаради.



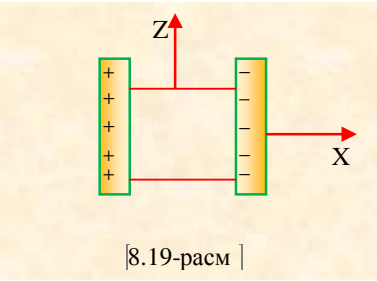
8.18-расм

Агар Y ўқи бўйича пластинкани чўзсак ёки сиқсак, ВС томонда яна электр заряд ҳосил бўлади. Лекин, бу заряд ишораси X ўқи бўйича сиқилганда ва чўзилганда ВС сиртда ҳосил бўлган заряд ишорасига қарама-қарши бўлади. Пластинканинг бошқа томонларида заряд ҳосил бўлмайди. Агар пластинкага Z ўқи бўйича таъсир қилиб, уни чўзсак ёки сиқсак пластинканинг ҳеч қайси сиртида заряд ҳосил бўлмайди. Агар кварц пластинкани электр майдонга жойлаштирсак, олдинги айтганимизга тескари ҳол яни пластинкани деформацияланиши кузатилади. X – кесиги билан олинган пластинка 8.19-расмда келтирилганидек, электр майдонга жойлаштирилган бўлсин. Бунда пластинка X ўқи бўйича кенгаяди У ўқи бўйича эса тораяди. Агар конденсатор пластинкаларидаги заряд ишораси ўзгартирилса, деформация ишораси тескарига ўзгаради. Агар конденсатор қопламларидаги заряд $q=q_0\sin\omega t$ қонуният бўйича вақт ўтиши билан ўзгариб турса, пластинка ҳолати ҳам шу қонуниятга мос равишда ўзгариб туради. Натижада пластинка тебраниш манбаи бўлиб қолади ва ўзи туширилган муҳитга тўлқин тарқатади. Агар кварц пластинканинг қалинлиги d сантиметрларда олинаётган бўлса, бундай пластинканинг хусусий частотаси

$$\nu = \frac{284\cdot 10^3}{d}\,\text{Гс} \qquad (8.66)$$

формула билан топилади. Пластинка хусусий частотасига мос келаётган генератор ҳосил қилаётган электромагнит тўлқинлар тўлқин узунлиги

$$\lambda = 107\frac{d}{\text{мм}}. \qquad (8.67)$$



8.19-расм

формула билан аниқланади. Ҳозирги вақтда кварс пластинкалар ҳар хил шаклда қалинлиги 1,3 см дан 0,05 мм гача тайёрланади. Демак, кварц пластинкаларнинг хусусий частотасидан фойдаланиб, частотаси $220\cdot 10^3$ Гц дан $57\cdot 10^6$ Гц гача бўлган ултратовушларни олиш мумкин.

Магнитострикцион эффектнинг физик моҳияти ферромагнит жисмлар магнитланган ва магнитсизланганда уларнинг ўлчамлигининг ўзгарисаҳидадир. Агар ферромагнит жисмни ўзгарувчан магнит майдонга жойлаштирилса, унинг ўлчамлиги ўзгаради, унинг узунлиги ортади ёки камаяди. Агар магнитланмаган стерженни ўзгарувчан ток ўтаётган ғалтак ичига жойлаштирилса, унинг ўлчамлиги ўзгарувчан ток частотасига қараганда икки марта катта частота билан ўзгаради. Стерженнинг узунлиги l ни сантиметр ҳисобида олсак, унинг хусусий частота қуйидагича аниқланади:

$$\nu = \frac{2,5 \cdot 10^5}{l} \text{Гс}. \qquad (8.68)$$

Шуни айтиш керакки, магнитостриксион эффектда стерженнинг узунлигини нисбий ўзгариши унча катта бўлмай стержен моддасига ва магнит майдон кучланганлигига боғлиқ бўлиб, тахминан 10^{-6} га тенг. Кварц пластинкалар учун қуйидагини айтиш мумкин. Агар кварц пластинка (X – кесиги) қирралари 1 см ва конденсатор қопламалари орасидаги потенциал фарқ 1000 В бўлса, пластинка ўлчамлигини ўзгариши тахминан $20 \cdot 10^{-8}$ см га тенг. Пеъзоэффектдан фойдаланиб олинадиган ултратовушларнинг интенсивлиги нисбатан кичик бўлганлигидан, булар моддаларнинг физик-кимёвий хусусиятини ўрганишда кўпроқ қўлланилади. Магнитострикцион эффектдан фойдаланиб олинадиган ултратовушлар интенсивлиги анча катта бўлади, шу сабабли улар техникада, тиббиётда, қишлоқ хўжалигида ва бошқа кўпгина соҳаларда қўлланилади. Товушлар учун ўринли бўлган қонуниятлар ултратовушлар учун ҳам ўринлидир. Лекин ултратовушларнинг тўлқин узунлиги кичик бўлгани сабабли, уларни маълум йўналишда йўналтириш, бошқача айтганда, тор нурлар дастасини олиш мумкин. Ултратовушлар ҳавода сувдагига нисбатан жуда кам, деярли 1000 марта кам ютилади. Шунинг учун ҳам ултратовуш гидролокация ва эхолотларда кенг қўлланилади. Эхолот денгиз ва дарёларнинг чуқурлигини ўлчаш учун ишлатилади. Эхолотлар сув кемалари остига жойлаштирилган бўлиб, улардан ултратовушлар импулслари вертикал равишда пастга юборилади. Товуш сув остидан акс садо (эхо) сифатида яна қурилмага қайтади. Импулсни жўнатилган ва қайтган вақти оралиғини ҳамда сувда товушнинг тарқалиш тезлигини билган ҳолда, денгиз ёки дарёларнинг чуқурлигини билиш мумкин. Эхолотлар балиқ саноатида балиқлар тўдаси сувнинг қаерида эканлигини билишда ҳам ишлатилади. Гидролокаторлар ултратовуш дастасини (нурини) вертикал пастгагина эмас, ҳар хил йўналишда ҳам тарқата олади. Кемаларга жойлаштирилган гидролакаторлар сув остида кўзга кўринмас қоятошлар, сув ости кемаларнинг бир неча километр масофадан сеза олади. Ултратовуш нури ёруғлик учун шаффоф бўлмаган қаттиқ жисмларни текшириш учун ҳам қулайдир. Рентген нурлари металларда бир неча метргагина сингиб, шу чуқурликдаги дефектларни аниқлашга имкон берса, ултратовуш ёрдамида 10 м чуқурликдаги ўлчамлиги бир неча миллиметр бўлган дефектларни ҳам сезиш мумкин. Тиббиётда ултратовуш ёрдамида юрак, кўз ва одам организмидаги ҳар хил шишларни ўрганилади. Ҳозирги вақтда тишни даволашда ишлатиладиган машина ўрнини оладиган

ултратовуш машиналари кенг қўлланилмоқда. Ултратовуш нури операция ўтказишда, синган суякларни бир-бирига улашда ҳам қўлланилмоқда.

Техникада ултратовуш ёрдамида ифлосланган деталларни тозалаш, аралашмайдиган суюқликларни бир-бирига аралаштириш, аралашмаларнинг таркибини аниқлаш ишларида кенг фойдаланилади. Ҳозирги вақтда кесиш ва йўниш станоклари яратилганки, бу станоклар ултратовуш ёрдамида энг қаттиқ ва энг мўрт жисмларни ишлашга ва мураккаб шаклдаги деталларни ясашга имкон беради. Пировардида шуни айтиш керакки, ултратовушларнинг муҳитда тарқалиш тезлигини, ютилиш коеффитсиентини аниқлаш, ҳамда уларнинг муҳит билан таъсирини ўрганиш муҳит тўғрисида тўла илмий тушунча олишга имкон беради. Физиканинг бу соҳага бағишланган бўлими *молекуляр акустика* деб аталади. Кейинги вақтда товуш квантлари – фотонларни электронлар ва атом ядроси билан таъсирини ўрганиш кенг ривожланмоқда. Бу соҳани ўрганадиган физика бўлими *квант акустика* номи билан юритилади.

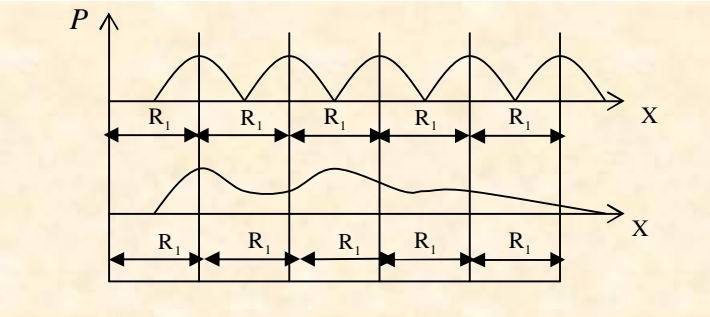
IX-БОБ
СУЮҚЛИК ВА ГАЗСИМОН МОДДАЛАР МЕХАНИКАСИ

9.1. Суюқ ва газсимон моддаларнинг тузилиши. Паскал қонуни

Моддалар уч агрегат ҳолатда (газ, суюқ, қаттиқ) бўлиб, уларнинг физик хусусиятлари ҳолат параметрларининг ўзгариши билан бир-биридан фарқ қилиши ёки ўхшаш бўлиши мумкин. Масалан, нормал шароитда газ молекулалари орасидаги масофа уларнинг ўлчамига нисбатан жуда катта бўлиб, зичлиги кичик ва сиқилувчан бўлади, яъни *газ молекулалари орасидаги ўзаро тортишиш кучи кичик бўлганлигидан у ўзи солинган идиш ҳажмини тўла эгаллайди ва идиш шаклини олади.* Суюқлик молекулалари эса бир-бирига жуда яқин жойлашган бўлиб, улар орасидаги ўзаро таъсир кучи газ молекулалари орасидаги ўзаро таъсир кучидан бир неча юз марта катта бўлиб, зичлиги газлар зичлигидан юз марталаб катта, жуда кам сиқилувчандир. Бу хусусияти жиҳатидан суюқликлар қаттиқ жисмга яқин туради. Критик ҳароратга яқин ҳароратда суюқ ҳолат ва тўйинган буғ хусусиятлари (зичлиги, сиқилиши) бир-бирига жуда яқин бўлиб, суюқлик газга ўхшаса, эриш ҳароратида суюқлик ўзининг кўпчилик хусусияти билан қаттиқ жисмга ўхшайди. Суюқлик, газ каби, ўзи қўйилган идиш шаклини олса-да, лекин қаттиқ жисм каби маълум ҳажмни эгаллайди.

Газларда молекулалар бетартиб ҳаракатда бўлса, қаттиқ жисмларда молекулалар ўз мувозанат ҳолати атрофида фақат тебранма ҳаракат қилади, яъни қаттиқ жисм молекулаларининг жойлашишида аниқ тартиб мавжуддир. Суюқлик молекулалари қаттиқ жисм молекулалари каби зич жойлашган бўлса-да, унинг ўз ҳажмини ўзгартириши суюқлик молекулаларини (газ молекулаларидек бўлмаса-да) озми-кўпми бир-бирига нисбатан эркин ҳаракат қилишини кўрсатади. Шундай қилиб, газ ҳолати (молекулалар эркин ҳаракати) билан қаттиқ ҳолат (молекулалар мувозанат ҳолати атрофида тебранади) оралиғидаги модда ҳолати суюқ ҳолатдир. Юқорида айтилган фикрларнинг тўғрилигини суюқликларнинг рентген структурасини таҳлил қилиш билан ҳам тасдиқлаш мумкин.

9.1-расмда кристалл ва суюқликларда атомларнинг тақсимланиш эҳтимоллиги (P) келтирилган. Бирон-бир атомни саноқ бошида деб олиб, шундан маълум йўналишда R_1 масофада бошқа атом борлигини билмоқчи бўлсак, иссиқлик ҳаракати ҳисобга олинмаганда, R_1 масофадан кам масофада атомни учратиш эҳтимоли нолга тенг бўлади. *R_1 масофада бу эҳтимоллик бирга тенг бўлади.* Шунингдек, танланган йўналишда кейинги атом олдинги атомдан фақат R_1 масофада туради. *R_1 дан катта ва $2R_1$ дан кичик масофада атомнинг бўлиш эҳтимоли нолга тенг бўлиб $2R_1$ масофада бирга тенг бўлади.* Шундай қилиб, танланган атомдан маълум бир йўналишда R_1 масофага каррали ораликда атомни учратиш эҳтимоли бирга тенг.



9.1-расм

Агар атомларнинг иссиқлик ҳаракати ҳисобга олинса, уларнинг R_1 масофадан озгина фарқли масофаларда учратиш эҳтимоли нолдан фарқли бўлади. Атом қўшни атомга бир яқинлашса (масофа R_1 дан кичик), ундан бир узоқлашади (R_1 дан бир оз катта). Саноқ бошида турган атомдан бошқа атомларнинг қандай масофада бўлиши ва улар орасидаги масофанинг ўзгариш эҳтимоли 9.1-расмда кўрсатилган графикда берилган. Графикдан кўринадики (юқоридаги эгрилик), ҳар бир hR_1 ораликда атомнинг бўлиш эҳтимоллиги кенглиги (эгриликнинг қўнғироқсимон қисмининг кенглиги) бир хилдир. Ана шу кенгликнинг ўзгармас қолиши кристалл бўйича тартибнинг сақланишини, демак, кристаллда ҳам яқин, ҳам узоқ тартиб борлигини кўрсатади. Суюқликларда эса эгриликнинг кўриниши бошқачадир (пастки эгрилик). Суюқликларда ҳам атом маълум масофада учраш эҳтимоллиги (P) сифат жиҳатдан кристаллдаги кабидир. Лекин эгриликдаги биринчи қўнғироқсимон қисмдагина максимум яққол кўриниб, $2R_1$, $3R_1$ ва ҳоказо ораликларда максимум камайиб боради ва охири деярли йўқолади. Демак, танлаб олинган суюқлик атомидан фақат R_1 масофада бошқа атомнинг бўлиш эҳтимоллиги энг катта бўлиб (кристаллардаги каби), масофа ортган сари эҳтимоллик камайиб, исталган масофада атомнинг бўлиш эҳтимоллиги бир-бирига тенглашиб қолади. Бу эса суюқликларда яқин тартиб мавжуд бўлиб, узоқ тартиб йўқлигини кўрсатади. Шуни айтиш керакки, эҳтимолликни кўрсатувчи эгриликдаги максимумнинг ўнг қисми нолгача тушмайди. Бу шуни кўрсатадики, суюқликларда танланган заррага яқин зарра аниқ бир зарра бўлмай ўзгариб туради. Шунинг учун танланган молекулага яқин молекулалар сони тўғрисида гап юритилса, фақат ўртача сон тўғрисида фикр юритиш мумкин.

Юқорида суюқликларнинг хусусияти ҳолат параметрига қараб қаттиқ жисм хусусиятига ёки газ хусусиятига яқин бўлиши тўғрисида фикр юритган эдик. Суюқликнинг хусусиятини бундай иккиланган бўлишига сабаб, суюқлик молекулалари ҳаракатининг ўзига хослигидир. Қаттиқ жисм молекулалари мувозанат ҳолати атрофида тебранма ҳаракат қилади, газ молекулалари ҳаракати эса тўла бетартиб бўлади. Суюқлик молекулалари қаттиқ жисм молекулалари каби қандайдир мувозанат ҳолати атрофида тебранади. Лекин бу тебраниш ўрни миқдор бўлмай маълум τ вақтдан кейин бошқа ўринга силжийди (10^{-8} см) ва бу ўринда тебрана бошлайди.

Молекула ўзининг бир вақтинчалик мувозанат ҳолатидан иккинчи ҳолатига ўтганда, унинг бошқа молекулалар билан алоқаси узилади. Алоқа узилиши учун

W энергия сарфланади. Молекула янги ўринга сакраб ўтгандан кейин бу ўрин атрофидаги молекулалар билан алоқада бўлади. Бунда W энергия ажралиб чиқади. Шундай қилиб, молекула “эски” ўриндан “янги” ўринга ўтганда унинг потенциал энергияси W га ортади. Бу энергияни активация энергияси дейилади ва бошқа молекулалар энергияси ҳисобига бўлади. Агар суюқлик молекуласини маълум ўринда вақтинча тебраниш даврини τ_0 десак, шу ўринда-тебраниш (ўтроқлик) вақти

$$\tau=\tau_0 u^{\frac{W}{kT}} \qquad (9.1)$$

бўлади. τ – молекуланинг “ўтроқ” ҳолати мавжуд бўлишининг ўртача вақти *релаксация вақти* деб юритилади ва формуладан кўринадики, ҳарорат ортиши билан у камайиб, аксинча камайиши билан ортади. Агар суюқлик ҳарорати критик ҳароратга яқин бўлса, суюқлик молекуласининг мувозанат ҳолати атрофида тебраниш частотаси 10^{12}-10^{13} Гц бўлиб, ўз ўрнида тахминан 10^6 марта тебраниб бошқа ўринга сакрайди. Бу сакрашлар ҳар секундда 10^5-10^6 марта бўлади. Ҳарорат пасайиши билан бу сакрашлар сони камайиб, суюқлик ёпишқоқ бўлиб қолади. Тажрибалар кўрсатадики, суюқликларнинг ҳажмий кенгайиш коэффициенти газларникига нисбатан кичик бўлиб, характерли томони шундаки, босим ортиши билан ҳамма суюқликлар учун бу коэффициент деярли бир хил бўлади. Умуман олганда ҳарорат ортиши билан суюқликларнинг иссиқлик сиғими оз бўлса-да ортади, лекин C_p ва C_v ўртасида фарқ жуда кичик бўлади. Суюқликларнинг ёпишқоқлиги газларникига нисбатан жуда катта бўлиб, ҳарорат ортиши билан камаяди. Ҳар хил суюқликлар учун ёпишқоқлик коэффициенти бир-биридан катта фарқ қилади. Масалан, уй ҳароратида сув ёпишқоқлиги глицерин ёпишқоқлигидан 250 марта камдир. Суюқликларнинг муҳим хусусиятидан бири ўзи солинган идиш девори билан чегараланмаган эркин сиртига эга бўлиш хусусиятидир. Агар суюқлик томчисига оғирлик кучи таъсир қилмаса, томчи шар шаклини олади, яъни унинг сирти энг кичик бўлишга интилади. Бунга сабаб суюқлик сиртидаги молекулаларнинг алоҳида энергетик ҳолатда бўлишидир. Механиканинг газ ва суюқликларнинг мувозанатини ўрганадиган бўлими *гидроаэростатика,* уларнинг ташқи таъсир натижасида ҳаракати ва мувозанати ҳолатини ўрганадиган қисми *гидроаэродинамика* дейилади.

Газ молекулалари орасидаги богланиш жуда кучсиз бўлганлиги сабабли, улар эркин харакат килади. Натижада молекулалар ўзаро тўкнашиб, идишнинг бутун хажмини эгаллайди. Газнинг босими унинг хажми билан аникланади. Суюкликлар х,ам газ сингари куйилган идиш шаклини эгаллайди, лекин суюқлик молекулалари орасидаги ўртача масофа ўзгармайди. Суюқлик ва газларнинг хоссалари ўртасида фарк бўлиши билан бирга, ўхшашлик хусусиятлари ҳам мавжуд. Бу ўхшашлик уларнингокувчанлигида намоён булади. Суюқлик ва газларнинг бир томонга йуналган ҳаракатини окиш деб, ҳаракатланаётган суюқлик ёки заррачаларининг тўпламига оқим деб аталади. Улар узлуксиз бўлади. Суюқлик зичлиги босимга деярли боғлик бўлмаганлиги сабабли зичлиги ҳамма

нуқаларда бир хил бўлади ва вақт ўтиши билан ўзгармайди, шунинг учун ҳам кам сиқилувчан булади. Суюқлик мувозанатда бўлиши учун суюқликнинг эркин сиртига таъсир этаётган куч суюқлик сиртининг ҳамма нуқтасида тик бўлиши керак. Суюқлик ва газларнинг асосий моҳиятини очиб берувчи физик катталик босимдир. Босим кучи dF элементар dS юзачага таъсир қилаётган бўлсин, ҳосил бўлаётган босим P билан улар орасидаги муносабат қуйидагига тенг

$$dF=P\cdot dS.$$

Босим **–** бу физик катталик бўлиб, сиртга тик (перпендикуляр) таъсир этувчи кучнинг шу куч таъсир этаётган сирт юзасига нисбатига тенг. *Бошқача айтганда босим* деб, сиртнинг бирлик юзасига тик равишда таъсир этувчи кучга миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади

$$P=\frac{F}{S}.$$

Паскал қонуни: Суюқлик ёки газга таъсир этаётган ташқи босим, суюқлик ёки газнинг ҳар бир нуқтасига ўзгаришсиз узатилади (9.2-расм)

$$P=\rho\cdot g\cdot h$$

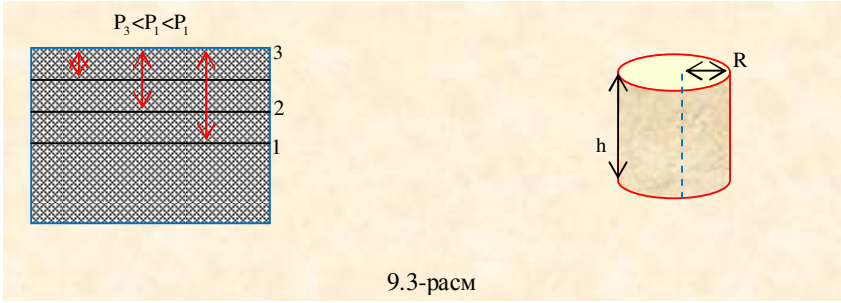
суюқлик устунининг босими,

$$P=\rho\cdot(g\pm a)\cdot h$$

вертикал ҳаракатланганда суюқлик устунининг босими, юқорига (+), пастга (-), h – кўрилаётган нуқта устидаги суюқлик сатҳининг баландлиги, ρ – суюқлик зичлиги, a – суюқлик солинган идишнинг вертикал ҳаракатдаги тезланиши. Паскал қонунига асосан, суюқлик устунининг баландлиги h га қараб идиш девор элементига берилаётган босим ҳам ўзгаради. Ҳақиқатан ҳам, цилиндрсимон идиш олиб унинг тубидан ҳар хил баландликда бир хил кесимли тешик очсак, пастки тешиклардан оқиб чиқаётган суюқлик, юқоридаги тешикдан оқиб чиқаётган суюқликка нисбатан узоқроқ масофага отилади. Демак, идиш тубида босим катта бўлади ва буни биз қуйидаги 9.3-расмдан ҳам кўришимиз мумкин: Масалан, дунё океанининг энг чуқур Марианна чўкмаси (чуқурлиги 11022 метр) тубидаги босим $11\cdot10^7$ Па га тенг. Босим формуласидан кўриниб турибдики, босим кучи таъсирининг натижаси мазкур куч қийматигагина боғлик бўлмай, куч таъсири узатилаётган сирт юзига ҳам боғликдир. Мисол учун, қор устида юрган одам ҳар қадамда қорга ботади, агар оёғига чанғи бойлаб олса, қорга ботмай текис юра олади. Ёки ботқоқлик ердан ўтишда одамлар оёғига юзаси кенг қилиб тайёрланган шиппакдан фойдаланганликларини эсга олиш кифоя. Бунга сабаб одамнинг

9.2-расм

оғирлиги туфайли вужудга келаётган босим кучининг таъсири турлича бўлишидир. Маълумки, қаттиқ жисмларга бериладиган босим кучи таъсир этаётган йўналишда узатилади. Суюқлик ва газларда босим кучининг таъсири бошқача бўлади, чунки суюқлик ва газларнинг зарралари бир-бирига нисбатан барча йўналишда эркин силжий олади, демак, суюқлик ва газларга ташқаридан бериладиган босим ҳамма йўналишда узатилади. Суюқлик ва газларнинг бу хусуссияти уларнинг ҳаракатчанлигини билдиради. Эркин тушаётган идишдан сув оқиб тушмайди. Тублари туташтирилган идишлар системасига *туташ идишлар* деб аталади. Туташ идишларда ҳар доим босимлар бир хил бўлади. Туташ идишларда зичлиги катта суюқликнинг баландлиги кичик бўлади ва аксинча, зичлиги кичик суюқликнинг баландлиги катта бўлади.



9.3-расм

Ҳар қандай шаклдаги туташ идишларда тинч ҳолатда бўлган бир жинсли суюқликнинг эркин сирти бир хил баландликда бўлади. Туташ идиш формулалари қуйидагича ёзилади

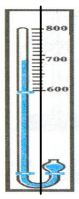
$$P_1 = P_2$$
$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$$
$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$
$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_2}{h_1}$$

Суюқлик ва газлар босимини ўлчайдиган асбоб – *монометр* деб аталади. Ерни ўраб турган ҳаво қатлами *атмосфера* деб аталади. Атмосфера босимининг катталигини суюқлик устунининг босимини ўлчагандек осонгина ўлчаб бўлмайди, чунки атмосферанинг аниқ бир чегараси йўқ ва иккинчидан ҳавонинг зичлиги баландлик бўйлаб бир хил эмас. Шунга қарамасдан, атмосфера босимини ўтган асрда биринчи бўлиб, италиялик олим Торричелли тажриба йўли билан аниқлашга муваффақ бўлди.

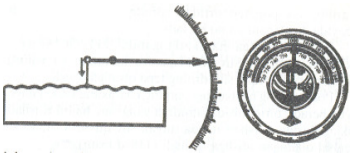
Торричелли қуйидаги тажрибани ўтказган. У бир учи кавшарланган бир метрлар чамаси най олиб, унга симоб тўлдириб олади. Симоб оқиб кетмаслиги учун найнинг иккинчи учини ёпиб, уни тўнкарилган ҳолда симобли косага ботиради. Ва симоб ичида найнинг учини очиб юборади. Бунда найдаги симобнинг бир

қисми косага оқиб тушади ва найда баландлиги *760 мм.* га тенг симоб устуни қолади.

Ўтказилган тажриба қуйидагича тушунтирилади: Косадаги симоб сиртига кўрсатилаётган атмосфера босими най ичида қолган симоб устунининг босими билан мувозанатлашганда, найдан симобнинг оқиб чиқиши тугайди.

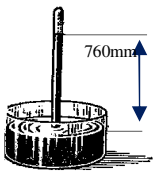


9.4а-расм

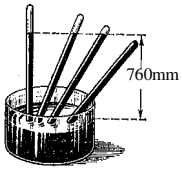


9.4б-расм

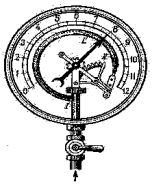
Демак, атмосфера босими Торричелли найидаги симоб устунининг босими билан ўлчанади. Атмосфера босимини ўлчайдиган асбоб – *барометр* деб аталади. У грекча сўздан олинган бўлиб, “баро” – босим, “метрео” – ўлчаш, яъни босимни ўлчаш демакдир. Дастлабки босим ўлчайдиган асбоб симобли барометр (9.4а-расм) бўлиб, у симоб солинган шиша найча, симобли косача ва миллиметрли ўлчов шкаласидан иборат бўлган. Кундалик турмушда, техникада, ишлаб чиқаришда симобли барометрлардан фойдаланилмайди. Чунки, симоб ва симоб буғи инсон саломатлиги учун хавфлидир. Шу сабабли анероид барометрлар ясалган. “Анероид” грекча сўздан олинган бўлиб, “суюқликсиз” деган маънони беради. Атмосфера босимини ўлчаш учун ишлатиладиган суюқликсиз металл барометрларга *анероид барометрлар* деб аталади. Анероид барометр мустаҳкам металл қутичадан иборат босим ўлчагич бўлиб, усти бураладиган металл қопқоқ билан мустаҳкам ёпилган ва қутичадан ҳаво сўриб олинган. Атмосфера босими ўзгариши билан кўпроқ, гоҳида озроқ эгилади. Қопқоқ шу йўл билан кўрсаткичга уланади. Кўрсаткич тагига шкала ўрнатилган бўлиб, у симобли барометрнинг кўрсатиш стрелкасига мослаб бўлиб чиқилган. Босим ўзгарганда бу кўрсаткич ўнг ва чап томонга силжийди. Кўрсаткич остки қисми симобли барометр ёрдамида миллиметр симоб устуни ёки гектопаскалларда, баъзан эса паскалларда даражаланган шкала бўлади (9.4б-расм). 9.4в-расмда Торричелли трубкаси тасвирланган. Бир хил баландликларда Торричелли трубкаси турли бурчакларда бўлса ҳам, ундаги симобнинг сатҳи бир хил бўлади. Торричелли трубкаси барометр сифатида ишлатилади.



9.4в-расм



9.4г-расм



9.4д-расм.

Космик кемада босимни ўлчайдиган асбоб – *анероид барометр* деб аталади. *Анероид барометрнинг афзаллиги* шундан иборатки, ундан вазнсизлик ҳолатида ҳам фойдаланиш мумкин. Шунинг учун, сунъий йўлдош кабинасидаги ҳаво босимини анероид барометр ёрдамида ўлчаш мумкин. Нормал атмосфера босими 1 атм.=760 мм. сим. уст.=101320 Па=101300 Па=10^5 Па га тенг. Ҳар 12 м кўтарилганда атмосфера босими 1 мм. сим. уст. га ёки 136 Па га камаяди ва аксинча. Баландлик ортиши билан ҳавонинг зичлиги ва босими камаяди, юқорида ҳаво молекулаларининг концентрацияси кам. Атмосферанинг турли баландликларидаги босимни барометрик формула ёрдамида аниқлаймиз.

9.2. Барометрик формула

Унча катта бўлмаган ҳажмларда (бир неча $м^3$ да) газларнинг зичлиги ва бирлик ҳажмидаги молекулалар сони (концентрация) қаралаётган фазода деярли бир хил бўлади. Катта ҳажмларда молекулаларнинг тенг тақсимланиши оғирлик кучи таъсирида бузилади, бунда зичлик ҳам ўзгаради. Идеал газ тенгламаларини ёки молекуляр-кинетик назариянинг асосий тенгламаларини қараганимизда газга ташқи таъсир бўлмаган ҳолдагина газ молекулалари газ солинган идишнинг ҳамма томонида бир хил тақсимланади, кузатилаётган ҳолатда газ қуюқлиги ўзгармайди деб қарашимиз мумкин. Агар Ер тортиши натижасида молекулаларнинг ўзаро итаришиши кучи бўлмаганда эди, Ер сиртида атмосфера қатлами ҳосил бўлмас эди. Демак, бу иккала таъсирдан кўринадики, Ер сиртидан узоқлашишига қараб газ молекулалари қуюқлиги ўзгариб боради. Ернинг тортишиш кучини ўзгармас деб газ молекуласи қуюқлигининг баландликка қараб қандай ўзгаришини қараб чиқайлик: Ер сиртидан бошлаб баландлик ошиши билан атмосфера босимининг ўзгариш қонунини аниқлаймиз. Ер сиртида атмосфера босими P ва h баландликда бўлсин. Баландлик dh га ошганда босимнинг ўзгариши

$$-dP=\rho g \cdot dh$$

бўлади, бу ерда ρ – берилган h баландликдаги ҳаво зичлиги, яъни босим
қуйидаги график кўринишида камаяди

$$\rho = n\,m$$

бўлиб, n – бирлик ҳажмдаги молекулалар сони, m – молекула массаси. Молекулалар сони босим билан P=nкT тартибда боғланган, у ҳолда

$$\rho = \frac{m\,P}{k\,T} \qquad (9.1)$$

Ва

$$dP = -\frac{m\,g}{k\,T}\rho\,dh \qquad (9.2)$$

T=const деб олиб, (катта баландликларда ўринли эмас) (9.2) ифодани интеграллаймиз

$$\int_{p_0}^{p} \frac{dP}{P} = -\frac{mg}{kT}\int_{0}^{h} dh. \qquad (9.3)$$

Бундан барометрик формулани оламиз

$$P = P_0 \cdot \exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right) \qquad (9.4)$$

m ни $\frac{\mu}{N}$ орқали белгиласак, бу ерда газ молекуляр оғирлиги, *N* – Авогадро сони, қуйидагини оламиз

$$P = P_0 \cdot \exp\left(-\frac{\mu mgh}{RT}\right). \qquad (9.5)$$

Газ босимининг бирлик ҳажмдаги молекулалар сонига мутаносиб эканлигини этиборга олиб, (9.5) ни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$n = n_0 \cdot \exp\left(-\frac{\mu mgh}{kT}\right) = n_0 \cdot \exp\left(-\frac{mNgh}{RT}\right). \qquad (9.6)$$

Иккита параллел текислик орасида оғирлик кучи таъсири остида бўлган dh қалинликдаги газ қатламини қараймиз. Оғирлик кучининг йўналиши бу текисликларга перпендикуляр. Қуйи текисликнинг Ердан баландлиги h Ер сиртидан юқорига қараб ҳаракатланаётган молекулани қарайлик; вертикал юқорига йўналган молекула бошланғич тезлиги U_{z0}. Баландлик бўйича молекула тезлигининг ўзгаришини энергиянинг сақланиш қонунидан топамиз

$$\frac{mU_{z0}^{2}}{2} = \frac{mU_{z}^{2}}{2} + mgh. \qquad (9.7)$$

Молекуланинг ўзаро тўқнашишлари натижасида h баландликни забт этолмагани учун бизнинг мулоҳазаларимиз тўғри: молекула тўқнашиш вақтида тезлигини бошқа молекулага беради. Молекула забт этган баландлик

$$h = \frac{U_{z0}^{2}}{2g}$$

h баландликдан юқори баландликларда фақатгина бошланғич тезлиги қуйидаги тезликдан катта бўлган молекулалар бўлиши мумкин

$$U_{zo} + dU_{zo} = \sqrt{2g(h + dh)}$$

Баландликнинг нолинчи қатламидаги бирлик ҳажмдаги молекулалар тезлиги U_{z0} дан $U_{z0}+dU_{z0}$ гачада $n_0 f(U_{z0})dU_{z0}$ га тенг, ҳар секундда бир сиртни ташлаб кетувчи молекулар сони

$$\nu = n_0 f\left(U_{z0}\right) U_{z0} dU_{z0}$$

га тенгликка асосан $U_{z0}=0$, $dU_{z0}=gdh$ бўлса, у ҳолда

$$\nu = n_0 f\left(U_{z0}\right) \cdot g \cdot dh \tag{9.8}$$

Бу *dh* қатламга ҳар секундда келаётган ва ундан чиқиб кетаётган молекулалар орасидаги фарқдир. Фарқни (9.6) тенглик дифференциаллаб, кейин тезликнинг ω_z ўртача қийматига кўпайтириб ҳам топиш мумкин

$$\upsilon_0 = dn = n_0 \frac{mNg}{RT} \cdot \exp\left(-\frac{mNgh}{RT}\right) \varpi_z dh \tag{9.9}$$

(9.8) ва (9.9) тенгликни бир-бирига қўйиб, $gh = \frac{U_{z0}^2}{2}$ эканлигини эътиборга олиб қуйидагини оламиз

$$f(U_{zo}) = \frac{mN}{RT} \cdot \exp\left(-\frac{mNgh}{RT}\right) \varpi_z = \frac{mN\varpi_z}{RT} \cdot \exp\left(-\frac{mNgh}{2RT}\right) \tag{9.10}$$

Демак, тезликлар бўйича молекулаларнинг тақсимланиши оғирлик кучига боғлиқ эмас экан. Болцман доимийсини киритиб ва оғирлик майдони потенциали *f=gh* эканлигини эътиборга олиб, (9.10) ни қуйидагича ёзамиз

$$f(U_{zo}) = \frac{2\varpi_z}{U^2} \cdot \exp\left(-\frac{2f}{U^2}\right) \tag{9.11}$$

ёки

$$f(U_{zo}) = \frac{2\varpi_z}{U^2} \cdot \exp\left(-\frac{U_{zo}^{\ 2}}{U^2}\right) \tag{9.12}$$

h баландликда бирлик ҳажмдаги молекулалар сони (9.6) ифодасига f=gh оғирлик кучи потенциалини қўйиб топсак,

$$n = n_0 \cdot \exp\left(-\frac{mf}{kT}\right) \tag{9.13}$$

mf ифода оғирлик кучи майдонида молекуланинг потенциал энергиясини беради. Тезликлари U_z, U_z+dU_z интервалда h баландликда бирлик ҳажмдаги молекулалар сони

$$dN_{Uz} = \frac{N'}{\sqrt{\pi}\cdot U}\exp\left(-\frac{U_z^{\,2}}{U^2}\right)dU_z = N'f(U_z)dU_z\cdot$$

Бу ерда

$$f(U_z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\cdot U}\cdot\exp\left(-\frac{U_z^{\,2}}{U^2}\right)$$

га асосан

$$dn_{Uz} = n_0\cdot\exp\left(-\frac{m\varphi}{kT}\right)\frac{1}{\sqrt{\pi}\cdot U}\cdot\exp\left(-\frac{mU_z^{\,2}}{2kT}\right) = \frac{n_0}{\sqrt{\pi}\cdot U}\cdot\exp\left[-\frac{m}{2kT}\cdot\left(2\varphi + U_z^{\,2}\right)\right]dU_z\cdot \quad (9.14)$$

Бу ердан h баландликдан молекуларнинг потенциал энергияси

$$E=mgh\ .$$

(9.13) ифодага оғирлик кучи майдони потенциалини киритиб, уни

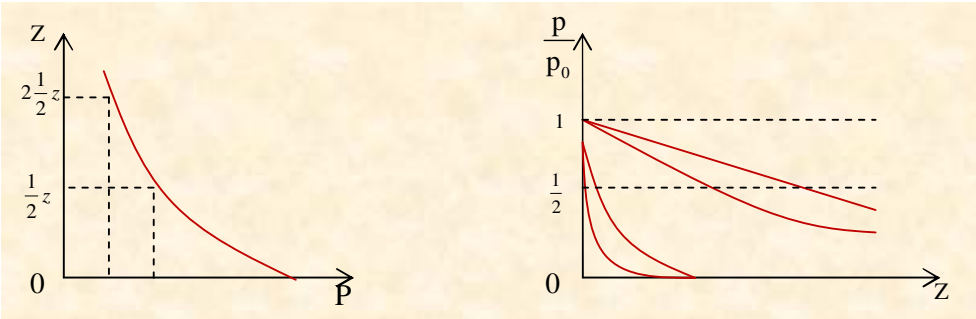
$$n = n_0\cdot\exp\left(-\frac{m\varphi}{kT}\right) = n_0\cdot\exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \quad (9.15)$$

Болцман қонуни кўринишида ёзишимиз мумкин. Болцман қонуни оғирлик кучи потенциал майдонида иссиқлик ҳаракатида иштирок этаётган зарралар - молекулаларнинг тақсимланишини ифодалайди. Бу қонунни исталган потенциал майдонда бўлган барча газсимон молекулаларга ўхшаш зарралар учун қўллаш мумкин. Агар Максвеллнинг тақсимот қонуни формуласи

$$dn = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\cdot n_0\left(\frac{U_{zo}^{\,2}}{U}\right)^2\cdot\exp\left(-\frac{U_z^{\,2}}{U^2}\right)\cdot\frac{dU}{U}$$

га (9.15) даги h нинг қийматини қўйиб ташқи кучлар майдонида φ потенциалга эга бўлган ва U дан U+dU тезликлар интервалига эга бўлган идеал газ молекуласи қисми учун Максвелл-Болцман тақсимланиш формуласини олиш мумкин

$$dn = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot n_0 \left(\frac{U_{zo}^{\ 2}}{U^2} \right) \cdot \exp\left(-\frac{U_{z0}^{\ 2} + 2\varphi}{U^2} \right) \cdot \frac{dU}{U}. \qquad (9.16)$$



9.5-расм.

(15) тенгликдан φ=0 ҳол учун $h=h_0$ бўлади. Аммо атмосфера таркибида турли газлар бўлганлиги ва бинобарин газ молекулаларининг массалари бир-биридан фарқ қилганлиги учун бу газларнинг зичлиги массаларига тескари мутаносиб равишда ўзгарди. 9.5-расмдаги графикдан кўринадики:

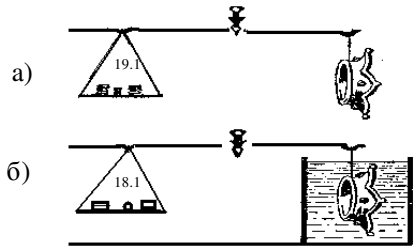
1. Кислороднинг зичлиги Ер сиртидан 5 км, водородники эса 80 км, гелийники эса 40 км баландликда икки марта камаяр экан.
2. Бошқа енгил газларга нисбатан кислороднинг зичлиги баландликка нисбатан жуда тез камаяр экан. Чунки унинг массаси каттадир. Масалан, дунёнинг энг баланд чўққиси ҳисобланган Жамолунгма (баландлиги 8848 метр) чўққисида босим 31500 Па га тенг.

9.3. Архимед қонуни ва Архимед кучи

Архимед қонуни: Суюқлик ёки газга тўла ботирилган ҳар қандай жисм ўз ҳажмига тенг ҳажмли суюқлик ёки газни сиқиб чиқаради ва сиқиб чиқарилган суюқлик ёки газнинг оғирлигига тенг куч билан юқорига тик итаради

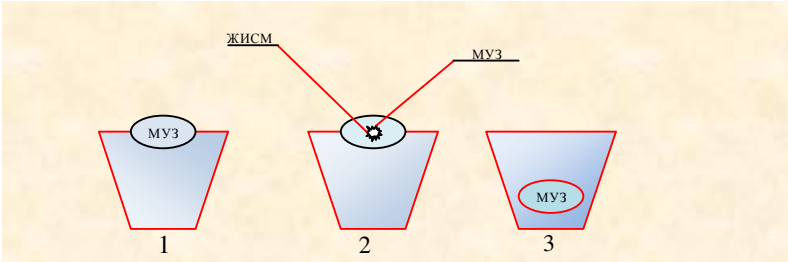
$$F_A = \rho_c \cdot g \cdot V_Ж,$$
$$F_O = \rho_ж \cdot g \cdot V_Ж.$$

ρ_c – суюқлик зичлиги, $\rho_ж$ – жисмнинг зичлиги, $V_Ж$ – жисмнинг ҳажми. Сув остида ҳаво пуфакчаси кўтарилганда F_A ортади, чунки пуфакчанинг ҳажми ортади. Челак сувга тўла чўкиб турганда, уни ушлаб туриш осонроқ. Архимед кучи ҳар доим пастдан юқорига йўналган бўлади. Демак, суюқликка ботирилган жисмга албатта, Архимед кучи таъсир этади. Буни биз қуйидаги 9.6а, 9.6б расмда ҳам кўришимиз мумкин:



9.6-расм.

9.6а, 9.6б расмдан кўриниб турибдики, суюқликка ботирилган жисмнинг массаси суюқлик томонидан таъсир этаётган Архимед кучи ҳисобига камайган. Вазнсизлик ҳолатида итариб чиқарувчи куч нолга тенг бўлади. $F_A>F_O$ ёки $\rho_c>\rho_ж$ бўлса, жисм сув устида сузади. $m_c=m_ж$ бўлса, бунда сувнинг устида сузиб юрган жисм ўзининг массасига тенг сувни сиқиб чиқаради. Юқорида кўрсатилган F_A – жисм суюқликка тўла ботирилгандаги Архимед кучи. Суюқлик сиртида сузиб юрган жисмга таъсир қилувчи итариб чиқарувчи куч (яъни, Архимед кучи) жисмнинг вазнига тенг: $F_A=F_O$ ёки $\rho_c=\rho_ж$ бўлса, жисм сув ичида сузади. Агар $m_c=m_ж$, $V_c=V_ж$ бўлса, бунда жисм сувнинг ичида сузса, ўзининг массаси ва ҳажми тенг сувни сиқиб чиқаради. $F_A<F_O$ ёки $\rho_c<\rho_ж$ бўлса, жисм сувга чўкади. $V_c=V_ж$ бўлса, бунда жисм ўзининг ҳажмига тенг сувни сиқиб чиқаради. Симобли шиша идиш симобда чўкмайди, сувли шиша идиш сувда чўкади. $\frac{h_{us}}{h_{um}}=\frac{V_{us}}{V_{um}}=\frac{m_{us}}{m_{um}}=\frac{\rho_s-\rho_j}{\rho_s}$ жисмнинг суюқлик устидаги баландлиги, $\frac{h_b}{h_{um}}=\frac{V_b}{V_{um}}=\frac{m_b}{m_{um}}=\frac{\rho_j}{\rho_s}$ жисмнинг суюқлик остидаги баландлиги. Муз эриса (1) сувнинг сатҳи ўзгармайди (9.7-расм). Агар $\rho_ж\leq\rho_c$ ёки муз ичидаги жисм сувда чўкмаса, муз эриса сув сатҳи ўзгармайди. Агар $\rho_c<\rho_ж$ ёки муз ичидаги жисм сувда чўкса, муз эриса сув сатҳи пасаяди. Музнинг ичидаги жисм ҳаводан ҳам енгил бўлса, муз эриганида сув сатҳи кўтарилади. Архимед кучи газларда ҳам намоён бўлади. Бунга ҳавони мисол қилиб олиш мумкин. Бунда Архимед кучи формуласидаги ρ_c ўрнига $\rho_{ҳаво}$ ёзилади. Ҳаво шарлари, аэростат, дирижабл деб аталувчи учувчи жисмлар Архимед кучи туфайли ҳавога кўтарилади. Бу шарларнинг ичи ҳаводан енгил бўлган газлар – водород ёки гелий газлари билан тўлдирилади. Шуни ажрата билиш керакки “шарни кўтарувчи куч” –



9.7-расм.

бу шарга таъсир этувчи Архимед кучи бўлса, “шарнинг кўтарувчи кучи” – бу шарга таъсир этувчи Архимед кучидан шар ва газнинг оғирлик кучининг айирмасидир (яъни, F_A-F_O). Водород ва гелий газлари қиммат ва хавфли бўлганлиги учун ҳозирги кунда иситилган ҳаводан фойдаланилади. Ҳаво шарларининг пастки қисмлари очиқ бўлиб, унинг ичидаги ҳаво махсус ёқилғи ёрдамида қиздирилади. Натижада, қизиган ҳаво енгил бўлиб, шар юқорига кўтарилади. Денгиз, океан ва дарёларда сузувчи кемалар ҳам Архимед кучи туфайли сузади. Кеманинг сувга ботадиган чуқурлиги *ботиш даражаси* деб аталади. Кеманинг мумкин бўлган энг кўп ботиш даражаси, кема корпусидаги қизил чизиқ билан белгиланиб, бу чизиқ *ватер чизиғи* деб аталади. Кема ватер чизиғигача ботганда, сиқиб чиқарилган сувнинг оғирлиги кеманинг *сув сиғими* деб аталади.

9.4. Суюқлик оқими

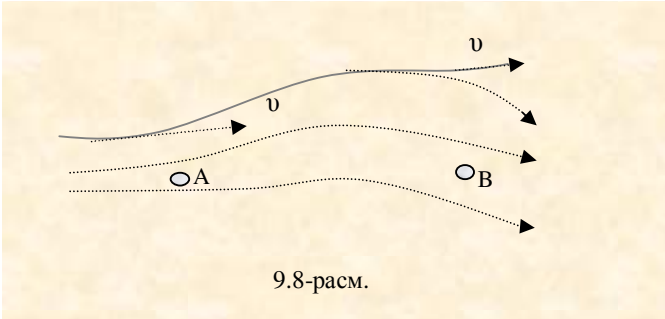
Хозиргача суюқлик ва газларнинг мувозанатлик шартларини кўриб чиқдик. Навбатда ҳаракатланувчи суюқлик ва газларнинг хоссаларини кўриб чиқамиз. Механиканинг газ ва суюқликларнинг ташқи кучлар таъсири натижасида ҳаракати ва мувозанатли ҳолатини ўрганадиган бўлимга гидроаэродинамика дейилади. Суюқлик ҳаракатини ўрганиш учун ҳаракатдаги суюқликка бир неча калий перманганат кристали ташланса, у ҳолда уларнинг эришидан ҳосил бўлган рангли суюқлик оқими суюқлик заррачаларининг ҳаракат траекториясини кўрсатади ёки оқим чизиқларини тасвирлайди. Суюқликнинг оқими деганда, маълум тезлик билан ҳаракатланаётган заррачалар тўплами тушунилади. Суюқлик заррачаларининг траекторияларига оқим чизиқлари дейилади. Оқим чизиқлари ёрдамида суюқлик заррачасининг тезлигини ҳам миқдоран, ҳам йуналиши бўйича аниқлаш мумкин. Бунда суюқлик ҳаракати йуналишига перпендикуляр жойлаштирилган бирлик юзани кесиб ўтувчи оқим чизиқлари сони шу юзадан ўтаётган суюқлик заррачалари тезлигига пропорционал қилиб олинади. Оқим чизиқларининг бирор нуқтасига ўтказилган уринма эса суюқлик заррасининг оний тезлиги йўналишига мос келади. Демак, оқим чизиқлари зич бўлган соҳада оқим тезлиги катта бўлади. Оқим чизиқларининг манзараси вақт ўтиши билан ўзгариши мумкин. Агар бир нуқтадан ўтаётган суюқлик заррасининг тезлиги оқим чизиқларининг шакли ва вазияти вақт ўгиши ўзгармаса, бундай ҳаракат *стационар оқим* дейилади. Стационар оқимда суюқлик ичидаги босимни ва унинг ўзгаришини аниқлаш муҳимдир. Суюқликларнинг ҳаракатини ўрганиш учун Эйлер усулидан фойдаланилади. Бу усулнинг маъноси шундаки, суюқликнинг ҳар бир нуқтасидаги тезлиги, шу нуқта координати ва вақтнинг функцияси сифатида берилади, яъни

$$v=f(p,m).$$

Берилган фазода суюқлик тезлиги вақтга боғлиқ бўлмаса, у ҳолда суюқлик ҳаракати – *стационар* деб аталади. Бундай ҳолларда фазонинг турли нуқталарида суюқлик тезлиги бир хил бўлади. Агар фазонинг берилган нуқталарида суюқлик тезлиги вақт ўтиши билан ўзгарса, у ҳолда суюқлик тезлиги – *ностационар*

бўлади. Агар суюқлик ҳаракатланаётганда унинг тегиб турган қатламлари аралашмай оқса ёки бир қатлам иккинчисига нисбатан силжиётган бўлса, у ҳолда бу оқим – *ламинар оқим* деб аталади. Ламинар оқим – стационар ва ностационар бўлиши мумкин. Агар суюқлик ҳаракатланаётганда унинг тегиб турган қатламлари аралашиб оқса, у ҳолда бу оқим – *турбулент оқим* деб аталади. Турбулент оқим – ҳамма вақт ностационар бўлади.

Суюқлик ҳаракатини кўргазмали равишда тасвирлаш учун *оқим чизиғи* (9.8-расм) тушунчаси киритилади. Оқим чизиқлари шундай ўтказиладики, унинг ҳар бир нуқтасига ўтказилган уринма суюқликнинг шу нуқтадаги тезлиги билан мос тушади. Буни қуйидаги расмда тасвирлаймиз: Агар оқим стационар бўлса, оқим чизиғи вақт ўтиши билан ўзгармаганлиги учун суюқлик заррасининг траекторияси билан мос тушади. Кичик берк контурнинг ҳамма нуқталаридан ўтказилган оқим чизиқларидан ҳосил бўлган



9.8-расм.

сирт *оқим найи сирти* дейилади. Оқим найи сирти билан чегаралланган суюқлик қисми *оқим найи* дейилади. Стационар оқимда суюқлик зарраси ҳамма вақт оқим найи билан чегаралланган ҳажмда бўлади, яъни оқим найидан чиқиб кетмайди. Суюқликнинг кичик тезликларида – ламинар, катта тезликларида эса – турбулент оқим кузатилади.

Ички ишқаланиш ёки *қовушқоқлик* деб, суюқлик ёки газларда қатламларнинг кўчишига қарши ҳосил бўлувчи кучга айтилади. Газларда ички ишқаланишнинг ҳосил бўлишига сабаб, зарраларнинг бир-бирига тегиб турган қатламлар орасидан импулснинг олиб ўтишидир. *Идеал суюқлик* деб, ички ишқаланишга ёки қовушқоқликка эга бўлмаган суюқликка айтилади, акс ҳолда эса суюқлик – *қовушқоқ* деб аталади. Суюқлик оқимини *Рейнолдс сони* орқали ҳам ифодалаш мумкин, яъни

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \upsilon l}{\eta}. \qquad (9.17)$$

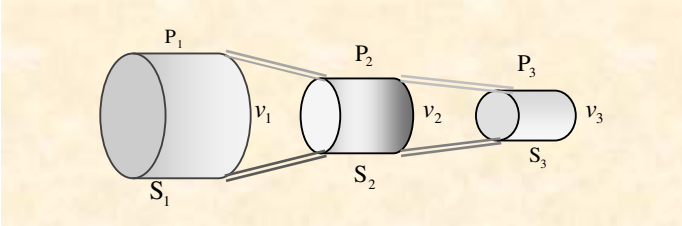
Бу ерда ρ – суюқлик зичлиги, υ – оқим тезлиги, l – оқим кўндаланг кесими ўлчами, η – суюқлик қовушқоқлиги. Re нинг кичик қийматларида ламинар, критик қийматларида эса турбулент оқим кузатилади. Re нинг критик қиймати тахминан 1000 га тенг (агар l ўрнига труба диаметри d олинса, у ҳолда Re=2000) бўлади. Трубадан оқаётган суюқлик оқими қуйидаги Пуазейл формуласидан топилади

$$Q=\frac{(P_1-P_2)\cdot\pi\cdot R^4}{8\cdot\eta\cdot l}. \qquad (9.18)$$

Бу ерда P_1 ва P_2 – мос ҳолда трубага кираётган ва чиқаётган суюқликнинг босими, R – трубанинг радиуси, l – трубанинг узунлиги, η – суюқлик қовушқоқлиги. Суюқлик тез оқаётган жойларда ён атрофга бериладиган босим кичик бўлади ва аксинча. S_1 труба кўндаланг кесимидан кираётган суюқлик ҳажми S_2 труба кўндаланг кесимидан чиқаётган суюқлик ҳажмига тенг бўлади. Яъни,

$$\begin{aligned} &S_1\upsilon_1=S_2\upsilon_2,\\ &S\upsilon=const. \end{aligned} \qquad (9.19)$$

Бунга, одатда *узлуксизлик тенгламаси* деб юритилади. 9.9-расмдан кўриниб турибдики,



9.9-расм.

$$P_1>P_2>P_3,\ \upsilon_1<\upsilon_2<\upsilon_3,\ \ V_1=V_2=V_3.$$

S – суюқлик оқаётган трубанинг кўндаланг кесим юзи, *υ* – суюқлик оқим тезлиги, *V* – трубанинг кўндаланг кесим юзидан *m* вақт ичида оқиб ўтаётган суюқлик ҳажми. Сиқилмаган, идеал суюқлик стационар оқими учун механик энергиянинг сақланиш қонунига асосан Бернулли тенгламаси,

$$P+\rho\cdot g\cdot h+\frac{\rho\cdot\upsilon^2}{2}=const. \qquad (9.20)$$

кўринишга эга бўлади. Горизонтал (*h=const*) ҳолат учун эса Бернулли тенгламаси,

$$P+\frac{\rho\cdot\upsilon^2}{2}=\text{const.} \qquad (9.21)$$

Бу ерда $\frac{\rho\cdot\upsilon^2}{2}$ - динамик босим, $\rho\cdot g\cdot h$ - статик босим (турли чуқурликлардаги босим), *P* – гидростатик (суюқликнинг идиш деворларига берадиган) босим.

9.5. Торричелли формуласи. Суюқликнинг ички ишқаланиш кучи

Усти очиқ, кенг идишга h_1 баландликда суюқлик қўйилган бўлсин. Шу идиш деворида, унинг тубидан h_2 баландликда тешик очсак, бу тешикдан суюқлик отилиб чиқа бошлайди. Шу отилиб чиқаётган суюқликни тешикдан ўтаётган моментидаги тезлигини ҳисоблайлик (9.10-расм). Идишнинг биринчи кесими идишдаги суюқлик сиртига мос, иккинчи кесими эса тешик сиртига мос келсин. Бу кесимларни S_1 ва S_2 деб белгилаб олсак, $S_1>>S_2$ эканлигини эътиборга олсак, у ҳолда $\upsilon_2>>\upsilon_1$ бўлиши маълум бўлади. Биринчи ва иккинчи кесимдаги статик босимлар $P_1=P_2$ ва атмосфера босимига тенг. Шунинг учун Бернулли тенгламаси

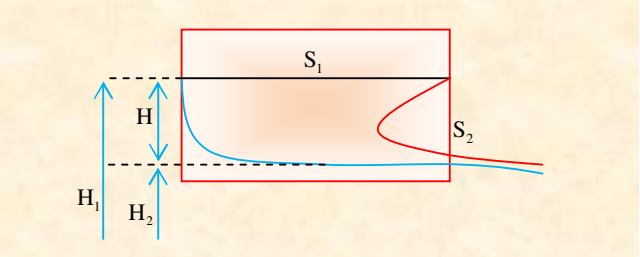
$$\frac{\upsilon_1^2}{2}+g\cdot H_1=\frac{\upsilon_2^2}{2}+g\cdot H_2. \qquad (9.23)$$

кўринишга эга бўлади. Шартга кўра $\upsilon_2>>\upsilon_1$, демак $\frac{\upsilon_1^2}{2}$ ни ҳисобга олмаса ҳам бўлади. У вақтда

$$\upsilon_2^2=2\cdot g\cdot\left(H_1-H_2\right)=2\cdot g\cdot H.$$

Бундан очиқ идиш кичик тирқишидан қовушқоқ бўлмаган, сиқилмаган суюқликнинг оқим тезлиги топилади

$$\upsilon=\sqrt{2\cdot g\cdot h} \qquad (9.24)$$



9.10-расм.

ва бу ифода *Торричелли формуласи* дейилади. Бу формуладан кўринадики, суюқлик зарралари тешикдан чиқаётганда *h* баландликдан эркин тушганда оладиган тезликка тенг бўлар экан. Самолёт қанотининг кўтариш кучи Бернулли қонунига асосланган ва қуйидагича ифодаланади

$$P=P_0+\frac{\rho\upsilon^2}{2}. \qquad (9.25)$$

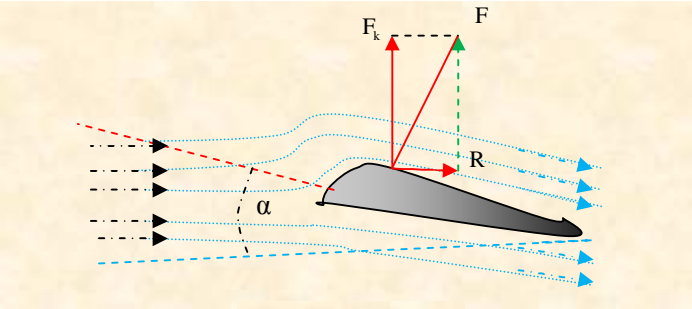
Учиш баландлиги ортиб борган сари, реактив самолётларнинг қуввати камаяди. Чунки, атмосферанинг қуйи қисмларида ҳавонинг зичлиги каттароқ, яъни юқорига кўтарилган сари зичлик камаяди. Ўз вақтида самолёт қанотининг кўтариш кучи камаяди. Суюқликда ҳаракатланаётган жисмга оғирлик ва Архимед кучлари таъсир этишини яхши биламиз. Бундан ташқари, жисмга суюқликнинг қаршилик (ички ишқаланиш) кучи ҳам таъсир этади ва у қуйидагига тенг

$$F=\eta\left(\frac{d\upsilon}{dx}\right)\times S \qquad (9.26)$$

$\frac{d\upsilon}{dx}$ – тезлик градиенти, *S* – жисмнинг юзаси. Формуладан кўринадики, суюқликнинг қаршилик кучи унда ҳаракатланаётган жисм юзасига тўғри мутаносиб экан. Фараз қилайлик, муҳит (суюқлик ёки газ) да ҳаракатланаётган жисмга ёки жисм тинч туриб, муҳит ҳаракатланаётганда жисмга таъсир этувчи қуйидаги кучлар пайдо бўлади:

1. Пешона қаршилик кучи;
2. Кўтарувчи куч.

Шуни айтиш лозимки, пешона қаршилик кучи босим ва ички ишқаланиш кучларининг йиғиндисидан иборат. Агар муҳит ва жисм ҳаракат йўналиши симметрик бўлса, у ҳолда фақат пешона қаршилик кучи таъсир этади, кўтарувчи куч бўлмайди. Сиқилмаган, идеал суюқликда турли шаклдаги текис ҳаракатланаётган жисмга пешона қаршилик кучи кузатилмайди, бунга *Даламбер парадокси* деб юритилади.



9.11-расм.

Оқимнинг жисмга кўрсатадиган таъсирининг амалдаги аҳамияти жуда каттадир. Бунга мисол қилиб, самолёт қанотининг кўтариш кучи ёки оқимга қия тутилган пластинканинг кўтариш кучини олишимиз мумкин. Самолёт қаноти кўтариш кучининг назарияси биринчи марта назарий, техник ва экспериментал аэродинамиканинг асосчиси Н.Е. Жуковский томонидан ишлаб чиқилган. Кўтариш кучининг вужудга келиши ҳаво оқимининг жисм сиртидан ажралиш ҳодисасига асосланган. Ҳар қандай шаклли жисмларга таъсир қилувчи кўтариш кучининг ҳосил бўлиш механизми бир хил бўлсада, самолёт қанотига таъсир қилувчи кўтарувчи кучни ўрганиш муҳим аҳамиятга эга. Самолёт ўзгармас тезлик билан учаётганда, унинг фазодаги вазияти ўзгармас сақланади. Дарҳақиқат, учиш вақтида самолётга таъсир этаётган ҳамма ташқи кучларнинг моментлари мувозанатлашади, импулси эса ўзгармай сақланади. Қаралаётган масалани содда кўринишга келтириш учун текис ҳаракатланаётган бир қанотни қараб чиқамиз. Қанотни чексиз узун деб қабул қиламиз. Бундай қанотга *чексиз қулочли қанот* деб аталади. Қанот билан боғланган инерциал саноқ системанинг бошини массалар марказида жойлаштирамиз. Қанотни қўзғалмас ва ҳаво оқимини ясси деб оламиз ва қанотга таъсир қилаётган ҳаракат миқдори моментларини массалар марказига нисбатан оламиз. Кўтариш кучининг вужудга келиши учун, биринчидан, қанот симметрик, яъни ўзи ҳаракат қилаётган горизонтал текисликка нисбатан симметрик жойлашмаган бўлиши шарт ва иккинчидан, ҳаво оқими маълум кўринишга, яъни турбулент (уюрмали) кўринишда бўлиши керак. Маълум *критик тезлик* деб аталувчи тезликкача газ қатламларининг тезликлари ўзгармас, яъни газ қатламлари бир-бирига нисбатан сирпанади (ламинар оқим). Оқим тезликлари критик тезликдан ошиб кетса, ламинарлилик бузилади. Қуйида самолёт қанотининг кўтариш кучининг ҳосил бўлишини кўриб чиқайлик.

Ҳаво оқими томонидан самолёт қанотига таъсир қилувчи кучнинг йўналиши қанотнинг шаклига ва унинг оқимга қандай йўналишда эканлигига боғлиқ бўлади. Самолётнинг қаноти маълум профилли - Жуковский типидаги профилга эга пластинка бўлиб, олдинги қирраси юмалоқ ва кейинги қирраси ўткир қилиб ишланган. Кўтариш кучи ҳосил бўлиши учун самолёт учаётганда унинг қанот текислиги билан оқим йўналиши орасидаги “ҳужум бурчаги” α учишда 1-1,5^o га ва қўниш пайтида эса 15° га тенг бўлиши керак.

Назарий ҳисоб-китоб ва ўтказилган тажрибалар шуни кўрсатадики, кўтариш кучи қанот устида босимнинг камайиши ва қанот остида унинг ортишидан пайдо бўлади. Қанот устида босимнинг камайишида критик тезликлардан катта тезликларда қанот атрофида оқим циркуляциясининг пайдо бўлиши сабаб бўлади. Ҳосил бўлган оқим циркуляциясининг йўналиши оқим йўналиши билан қанот устида бир хил бўлиб, қанот остида эса, қарама-қарши йўналишда бўлади. Бернулли қонунига асосан, қанотнинг устида кам босимли соҳа юзага келади, яъни самолёт қанотининг кўтарувчи $F_к$ кучи пайдо бўлади. Самолёт учаётган вақтда унга қуйидаги кучлар (9.11-расм) таъсир этади: оғирликни енгувчи F кўтарувчи куч ва P пешона қаршилик кучини енгувчи $F_т$ кучи таъсир қилади.

Синов саволлари:

1. Суюкликлар ва газларда босим. Босим бирлиги деганда нимани тушунасиз?
2. Оким чизиклари учун узлуксизлик тенгламасини езинг?
3. Бернулли тенгламасини келтириб чикаринг?
4. Ламинар ва турбулент оким деб нимага айтилади?
5. Кинематик ва динамик ковушкоклик деб нимага айтилади?

МАСАЛАЛАР ЕЧИШ НАМУНАЛАРИ

1-Масала. Полга баландлиги h=1,5 м бўлган цилиндрик идиш ўрнатилиб, у сув билан тўлдирилган. Идиш деворидаги тешикчадан оқиб чиқадиган сув идишнинг ён сиртидан энг узоқ масофага бориб тушиши учун бу тешик полдан қандай баландликда бўлиши керак?

Берилган: h = 1,5 м.

h_1 = ?

Ечилиши: Тешикдан оқиб чиқаётган сув оқимининг тезлигини Бернулли тенгламасига асосан топамиз

$$P+\rho gh+\frac{1}{2}\rho\upsilon^2=P_1+\rho gh_1+\frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2$$

Биз ечаётган масалада, $P=P_1$, $\upsilon=0$ шунинг учун

$$\rho gh=\rho gh_1+\frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2,$$

бундан

$$\upsilon_1=\sqrt{2g(h-h_1)}\ .$$

Оқимдаги суюқлик заррасининг ҳаракатини мураккаб ҳаракатлардан ташкил топган деб ҳисоблаймиз. Суюқлик зарраси ерга бориб тушгунча ℓ масофани босиб ўтади, яъни

$$\ell=\upsilon_1 t=\sqrt{2g\left(h-h_1\right)\cdot t}\quad , \qquad (1)$$

бунда t - зарранинг ерга тушиш вақти.

$$h_1=\frac{gt^2}{2}\ . \qquad (2)$$

(1) ва (2) тенгламалардан қуйидагиларни топамиз

$$t=\sqrt{\frac{2h_1}{g}}\ ,\quad l=2\sqrt{h_1\left(h-h_1\right)}\,.$$

ℓ дан h_1 бўйича олинган ҳосилани нолга тенглаштирсак, ℓ нинг максимал қийматини топамиз

$$\frac{d\ell}{dh_1}=\frac{h\text{-}2h}{\sqrt{h_1(h\text{-}h_1)}}=0,$$

бундан $h-2h_1=0$, $h_1=h/2=0{,}75$ м.

Жавоби: h = 0,75 м.

2-Масала. Диаметри 0,3 мм бўлган ёмғир томчисининг энг катта тезлиги топилсин. Ҳавонинг ёпишқоқлик коэффициенти $1,2\cdot10^{-5}\,\frac{кг}{м\times с}$.

Берилган: $h=1{,}2\cdot10^{-5}$ кг/м , d=2p=0,3 мм.
υ=?
Ечилиши: Томчи ҳаракатига ҳавонинг кўрсатадиган қаршилик кучи учун Стокс формуласи

$$F = 6hru.$$

Бу куч томчи оғирлигига тенг бўлгандан кейингина, томчи текис ҳаракат қила бошлайди (ҳавонинг кўтариш кучи кичик бўлгани учун, уни ҳисобга олмаймиз). Модда зичлиги $\rho=\frac{m}{V}$ ва P=mg ларда

$\rho=1\cdot10^3\,\frac{кг}{м^3}$ - сув зичлиги ва $V=\frac{4}{3}\pi r^2$ томчининг ҳажми. Шундай қилиб, томчининг ҳаракат тезлиги

$$\upsilon=\frac{mg}{6\pi\eta r}=\frac{\frac{4}{3}\pi r^3\rho g}{6\pi\eta r}=\frac{4\rho r^2 g}{18\eta}=\frac{\rho g d^2}{18\eta}.$$

Ҳисоблаймиз:

$$\upsilon=\frac{1\cdot10^3\,\frac{кг}{м^3}\cdot9{,}81\frac{кг}{с^2}\cdot9\cdot10^{-8}м^2}{18\cdot1{,}2\cdot10^{-5}\,\frac{кг}{м\cdot с}}=0{,}45\frac{м}{с}.$$

Жавоби: υ=0,45 м/с.

3-Масала. Кесими трапеция шаклида бўлиб, асослари 300 м, 500 м ва баландлиги 50 м бўлган тўғонга сув қандай босим кучи билан таъсир қилади?
Берилган: *a*= 300 м, *b* = 500 м, h= 50 м.
F=?
Ечилиши: Маълумки, босим кучи $F=P\cdot S$. Тўғон трапеция шаклига эга бўлгани учун, унинг юзи $S=\frac{a+b}{2}\cdot h$. Босим P эса атмосфера босими P_0 билан сувнинг тўғонга бўлган ўртача босими, яъни тўғон тубига таъсир этувчи босимнинг ярмининг йиғиндисига тенг

$$p=p_0+\frac{\rho\cdot g\cdot h}{2},$$

бунда p=101 кПа - атмосфера босими, $\rho = 1\cdot 10^3 \frac{кг}{м^3}$ - сув зичлиги. Тўғонга таъсир этувчи босим кучи

$$F = \left(p_0 + \frac{\rho g h}{2}\right)\cdot S$$

ёки

$$F = \left(p_0 + \frac{\rho g h}{2}\right)\frac{a+b}{2}\cdot h.$$

Ҳисоблаймиз:

$$F = \left(1{,}01\cdot 10^5 \frac{N}{m^2} + \frac{1\cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}\cdot 9{,}8\frac{m}{s^2}\cdot 50m}{2}\right)\frac{500+300m}{2}\cdot 50m = 693MN.$$

Жавоби: F=693 МН.

4-Масала. Диаметри 0,5 м бўлган трубадан секундига 0,6 $м^3$ сув оқмоқда. Агар сув температураси 40 ^{0}C бўлса, Рейнолдс сони топилсин. Оқим ламинар оқимми ёки турбулентми?

Берилган: T=40^0 C, d=0,5 м, V=0,6$м^3$/с.

Re=?

Ечилиши: Аввало сув оқимининг ўртача тезлигини ҳисоблаймиз:

$$V = S\cdot \upsilon$$

Бу ердан

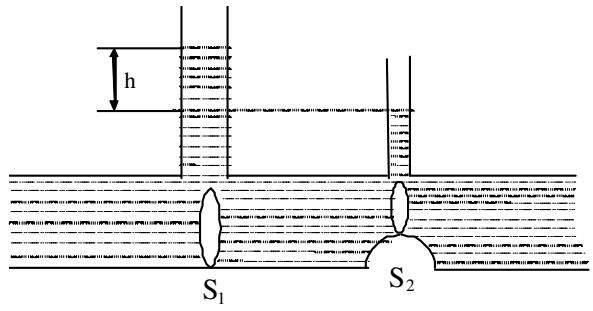
$$\upsilon = \frac{V}{S} = \frac{4V}{\pi\cdot d^2} = \frac{4\cdot 0{,}6m^3/s}{3{,}14\cdot 0{,}25m^2} = 3{,}06\frac{m}{s}.$$

Физик катталиклар берилган температура 40 ^{0}C учун сувнинг ёпишқоқлик коеффисинети h=655·10^{-6}кг/(м·с) эканлигини билган ҳолда Рейнолдс сонини ҳисоблаймиз:

$$Re = \frac{\rho\cdot\upsilon\cdot d}{\eta} = \frac{1\cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}\cdot 3{,}06\frac{m}{s}\cdot 0{,}5m}{655\cdot 10^{-6}\frac{kg}{m\cdot s}} = 2{,}33\cdot 10^6.$$

Жавоби: Re = 2,33·10^6 оқим турбулент, чунки Re > 2300.

5-Масала. 1-расмда сарфланаётган суюқлик миқдори Q ни (найнинг кўндаланг кесимидан вақт бирлигида оқиб ўтган суюқлик массасини) аниқлашга имкон берадиган асбобнинг схемаси тасвирланган.



9.11-расм.

Агар h=5 см, S_1=10 см^2, S_2=6 см^2, p=0,8г/см^3 бўлса, сарфланаётган суюқлик миқдори Q аниқлансин.

Берилган: h=5 см, S_1=10 см^2, S_2=6 см^2,
p=0,8 г/см^3, g=9,81 см/с^2.
Q= ?

Ечилиши: Сарфланаётган суюқлик миқдори $Q=S_1 \cdot \upsilon_1 \cdot$ p. Тезлик υ_1 ни Бернулли тенгламасидан топамиз. Бу тенглама горизонтал най учун қуйидагича ёзилади

$$p_1+\frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2=p_2+\frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2$$

ёки

$$p_1-p_2=\frac{1}{2}\rho\left(\upsilon_2^2-\upsilon_1^2\right) \qquad (1)$$

$S_1\upsilon_1=S_2\upsilon_2$ эканлигидан қуйидагиларни топамиз:

$$\upsilon_2=\frac{S_1\upsilon_1}{S_2}$$

$$\upsilon_2^2=\frac{S_1^2\upsilon_1^2}{S_2^2} \qquad (2)$$

(1) ва (2) тенгламаларни бир-бирига таққосласак:

$$p_1-p_2=\frac{1}{2}\rho\cdot\left(\frac{S_1^2}{S_2^2}\upsilon_1^2-\upsilon_1^2\right)=\frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2\left(\frac{S_1^2}{S_2^2}-1\right).$$

Бироқ $p_1-p_2=pgh$.Шунинг учун қуйидаги ифодани топамиз:

$$\frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2\left(\frac{S_1^2}{S_2^2}-1\right)=\rho\cdot g\cdot h.$$

Бундан

$$\upsilon_1^2=\frac{2ghS_2^2}{S_1^2-S_2^2} \quad \text{ва} \quad \upsilon_1=S_2\sqrt{\frac{2gh}{S_1^2-S_2^2}}. \qquad (3)$$

$$Q=C_1y_1\,p. \qquad (4)$$

(3) ни (4) га қўйсак:

$$Q=S_1S_2\rho\sqrt{\frac{2gh}{S_1^2-S_2^2}}$$

келиб чиқади.

Ҳисоблаймиз: $$Q=10\cdot 8\cdot 0{,}8\sqrt{\frac{2\cdot 980\cdot 5}{100-36}}\approx 592\frac{g}{s}=0{,}592\frac{kg}{s}.$$

Жавоби: $Q=0{,}592\frac{kg}{s}$

Мустақил ечиш учун масалалар

1. Ингичка тирқишли вертикал жойлашган трубкадан катта тезлик билан оқиб чиқаётган ҳаво ёки сув оқими устига жойлаштирилган енгил целлулоид шарча нима учун ҳавода эркин сузади?
2. Агар самолёт тезлигини ўзгартирмасдан, қанотининг горизонтга оғиш бурчагини орттирсак, рўпарадан қаршилик ҳамда самолёт қанотининг кўтариш кучи қандай ўзгаради?
3. Цилиндрик челак тубининг ўртасида сув оқиб чиқадиган кичик тирқиш бор. Челакда сув сатҳи тубидан 30 см юқорида. Агар челак а) тинч турса б) 1,2 мс^2 тезланиш билан ҳаракатланса, сув тирқишдан қандай тезлик билан оқиб чиқади.
4. Сув ости қайиғи 100 м чуқурликда турибди. Диаметри 2 см тирқиш орқали қайиққа 1соат ичида қанча сув сизиб киришини аниқланг. Қайиқ ичидаги босим атмосфера босимига тенг.
5. Диаметри 5 см бўлган горизонтал қувурдан 0,2 МПа босим остида 0,2 м/с тезлик билан сув оқаяпти. қувурнинг 2 см диаметрли тор қимсмида босим қандай бўлади.

6. Ўт ўчириш насосидан сув оқими вертикал юқорига отиляпти. Агар насос яқинида оқимнинг кўндаланг кесим юзи 1,5 см^2, сув сарфи 60 л/мин бўлса, 2 м баландликда оқимнинг кўндаланг кесм юзасинин топинг.

7. Баландлиги 70 см ва тубининг кўндаланг кесм юзаси 600 см^2 бўлган цлиндр идиш сув билан тўлдирилган. Идиш тубида юзаси 1 см^2 тирқиш ҳосил бўлган. Идишдаги сув а) тўлиқ; б) ярмигача оқиб чиқиши учун қанча вақт керак бўлади.

8. Сувли кенг идиш тубининг ён деворида S юзали ёпиқ тирқиш мавжуд. Идишдаги сув сатҳи h, идиш ва сув массаси m. Агар тиқин чиқариб олинса, идиш туби ва сирт орасидаги ишқаланиш коэффициенти қандай бўлганда идиш ҳаракатга келишини топинг.

9. S кўндаланг кесимли, тўғри бурчак остига эгилган қувур бўйлаб ϑ тезликда газ оқмоқда. Агар газ зичлиги ρ бўлса, у қувурга қандай куч билан босади? Газ сиқилиши ва ишқаланишини ҳисога олманг.

10. Сувни кўндаланг кесим S бўлган қувур орқали H баландликка кўтараётган η_1 Ф.И.К га эга ва 1с да Q литр сувни ҳайдайдиган насоснинг минимал қувватини топинг.

Фойдаланилган адабиётлар

1. «Баркамол авлод – Ўзбекистон тараққиётининг пойдевори» Тошкент-1997 й.
2. «Кадрлар тайёрлаш миллий дастури». Тошкент-1997 й.
3. Умумий ўрта таълимнинг давлат таълим стандарти ва ўқув дастури. «Шарқ» нашриёти-матбаа концерни-1999й. 4-махсус сон.
4. М.Ўлмасова, Ж.Камолов, Т.Лутфуллаев. Физика (механика, молекуляр физика ва иссиқлик) Т. «Ўқитувчи», 1987 й.
5. В.Г.Разумовский, Б.М.Мирзахмедов ва бошқалар. «Физика ўқитиш методикаси асослари» Т. «Ўқитувчи», 1990 й.
6. М.Исмоилов, П.Хабибуллаев, М.Халилулин. «Физика курси» Тошкент-2000 й.
7. М.Рахматуллаев. «Умумий физика курси» (Механика) Т. «Ўқитувчи», 1995 й.
8. В.А.Балаш «Физика масалалари», Т. «Ўқитувчи», 1966 й.
9. В.М.Спиранский. Физикадан масалалар қандай ечилади. –Т.: Ўқитувчи. 1971.
10. С.Е.Каманецкий, В.П.Орехов «Физикадан масалалар ечиш методикаси», Т. Ўқитувчи, 1976 й.
11. М.Исмоилов. Физикадан масалалар тўплами. –Т.:Ўқитувчи.1966.
12. К.А.Турсунметов ва бошқалар. «Физикадан масалалар тўплами», Т. «Ўқитувчи», 2001 й.
13. М.Е.Тульчинский «Сборник качественных задач по физике», М., Просвещение, 1965 й.
14. С.С.Мошков. Экспериментальные задач по физике. –М.:1955.
15. Л.И.Резников «Графический метод в преподавании физики» М. 1960 й.
16. В.Г.Разумовский «Творческие задачи по физике в средней школ» М., Просвещение, 1966 й.
17. О. И. Аҳмаджонов. Физика курси 1-қисм, Тошкент, «Ўқитувчи» 1989
18. А.С.Сафаров. Умумий физика курси, Тошкент, «Ўқитувчи». 1992
19. С.П.Стрелков Механика, Тошкент, «Ўқитувчи»,1977.
20. В.С. Волкенштейн. Умумий Физика курсидан масалалар тўплами. Тошкент, «Ўқитувчи». 1979.
21. В. И. Иверонова. Физикадан практикум, Тошкент, «Ўқитувчи», 1971.
22. Р.И. Грабовский. Умумий физика, Тошкент, «Ўқитувчи», 1974
23. Н.А.Султонов Физика курси, Фарғона, «Техника»,2002.
24. Е.Н.Назиров,З.А.Худойберганов,Н.Х.Сафиуллина Механика ва молекуляр физикадан Амалий машғулот, Тошкент, «Ўқитувчи», 2001.
25. Т.Турғунов Амалий физика, «Ўзбекистон», 2003.
26. М. Ш. Хайдарова, У. К. Назаров физикадан лаборатория ишлари. «Ўқитувчи» 1989.
27. С. А. Бударина, А. А. Исроилов. Физикадан лаборатория машғулотлари. «Ўқитувчи» 1993.
28. Б Яворский, А.Детлаф. Физика, «Дрофа»,Москва 2003.
29. М. Мўминов, Х. Ҳайдаров. Физикадан лаборатория ишлари учун қўллнма. «Ўқитувчи» -1971.
30. М.Исмоилов, П.Ҳабиббуллаев, М.Халиулин Физика курси, «Ўқитувчи»,2000

1 – БОБ
КИНЕМАТИКА
КИРИШ
1.1.Жисмнинг фазодаги вазияти.....11
1.2. Траектория ва йўл. 14
1.3. Жисмнинг тезлиги. 20
1.4. Жисмнинг тезланиши. 25
1.5. Эгри чизиқли ҳаракатда кўчиш, тезлик ва тезланишлар…….....…….....26
1.6. Юқорига тик отилган ва горизонтга қия отилган жисм ҳаракати. …….....30
II-БОБ
ДИНАМИКА ҚОНУНЛАРИ
2.1. Нютоннинг биринчи қонуни.....41
2.2. Куч ва масса.....42
2.3. Нютоннинг иккинчи қонуни……. ...44
2.4. Нютоннинг учинчи қонуни.....46
2.5. Жисмнинг импулси.....47
2.6. Система (тизим) импулсининг сақланиш қонуни.....48
2.7. Ноинерциал саноқ тизимларидаги ҳаракат. 51
2.8.Айланувчи саноқ тизимидаги инерция кучлари. ….....54
2.9. Масса маркази. Масса марказининг ҳаракати ҳақидаги теорема…….....……..55
III-БОБ
ТАБИАТДАГИ КУЧЛАР
3.1. Бутун олам тортишиш қонуни.....65
3.2. Кеплер қонунлари.....67
3.3. Космик тезликлар 73
3.4. Табиатлаги кучлар.....77
3.5. Ўзгарувчан массали жисмларнинг ҳаракати. Реактив ҳаракат……...82
3.6. Классик механиканинг қўлланилиш чегараси.....85
IV-БОБ
ИШ, ЭНЕРГИЯ ВА ҚУВВАТ
4.1. Иш ва қувват.....92
4.2. Жисмнинг кинетик энергияси.....96
4.3. Жисмнинг потенциал энергияси.....98
4.4. Потенциал (консерватив) ва диссипатив (ноконсерватив) кучлар……....100
4.5. Жисмнинг потенциал энергияси.....103
4.6. Консерватив ва ноконсерватив системада энергиянинг
Сақланиш
қонуни……...…….1044.7.
Ички энергия. Потенциал ва системанинг мувозанат шарти……...111
4.8. Шарларнинг эластик ва ноэластик урилиши…….114
V-БОБ
ҚАТТИҚ ЖИСМЛАР МЕХАНИКАСИ
5.1. Қаттиқ жисм ҳақида асосий тушунчалар……123
5.2. Қўзғолмас ўқ атрофида айланаётган қаттиқ жисмнинг инерция моменти ва кинетик энергияси. 125
5.3. Куч моменти. Импулс моменти ва унинг ўзгариш қонуни. Айланма ҳаракат динамикасининг асосий тенгламаси…….129
5.4. Импулс моменти.....130
5.5. Айланаётган қаттиқ жисмнинг кинетик энергияси……135
5.6. Жисм инерция моментининг айланиш ўқига боғлиқлиги……..138
5.7. Импулс моменти. Импулс моментининг сақланиш қонуни……....141
5.8.Кориолис кучлари……...145
5.9. Қаттиқ жисм мувозанати ва мувозанат турлари……....150
5.10.Гироскоп……..……..153

VI-БОБ
МАХСУС НИСБИЙЛИК НАЗАРИЯСИНИНГ АСОСЛАРИ
6.1. Галилей алмаштиришлари.....163
6.2. Эйнштейн постулатлари. Лоренц алмаштиришлари.....165
6.3. Вақт оралиғининг нисбийлиги. Интервал.....167
6.4. Тезликларни қўшишнинг релятивистик қонуни.....171
6.5. Масса, импулс ва энергия ҳамда улар орасидаги боғланиш.....173
6.6. Релятивистик динамиканинг асосий қонуни.....176
6.7. Махсус нисбийлик назариясида сақланиш қонунлари.....178
6.8. Ноинерциал саноқ системалари. Инерция кучлари.....179
6.9. Жисм оғирлиги. Вазнсизлик.....181
VII-БОБ
ТЕБРАНИШЛАР ВА ТЎЛҚИНЛАР
7.1. Гармоник тебранишлар. 187
7.2. Гармоник тебранма ҳаракат қилувчи жисмнинг тезлиги ва тезланиши.....188
7.3. Гармоник тебранма ҳаракатнинг дифференциал тенгламаси.....189
7.4. Математик маятник.....191
7.5. Физик маятник. 193
7.6. Гармоник тебранма ҳаракат энергияси.....195
7.7. Ўзаро тик бўлган тебранишларни қўшиш.....198
7.8. Сўнувчи тебранишлар. 200
7.9. Мажбурий тебранишлар. 203
VIII- БОБ
ТЎЛҚИНЛАР МЕХАНИКАСИ
8.1. Механик импулс ва унинг муҳитда тарқалиши.....207
8.2. Тебранишларнинг эластик муҳитда тарқалиши. Югурувчи, бўйлама ва кўндаланг тўлқинлар.....209
8.3. Тўлқиннинг ҳаракат тенгламаси.....215
8.4. Тўлқиннинг ҳаракат энергияси. 218
8.5. Тўлқинларнинг интерференцияси.....220
8.6. Ясси ва сферик тўлқинлар.....223
8.7. Гюйгенс принципи.....225
8.8. Товуш тўлқинларининг тарқалиши. 227
8.9. Газларда товушнинг тезлиги.....231
8.10. Допплер эффекти.....233
8.11. Ултратовуш.....235
IX-БОБ
СУЮҚЛИК ВА ГАЗСИМОН МОДДАЛАР МЕХАНИКАСИ
9.1. Суюқ ва газсимон моддаларнинг тузилиши. Паскал қонуни.....239
9.2. Барометрик формула.....245
9.3. Архимед қонуни ва Архимед кучи.....249
9.4. Суюқлик оқими.....251
9.5. Торричелли формуласи. Суюқликнинг ички ишқаланиш кучи.....254
Адабиётлар