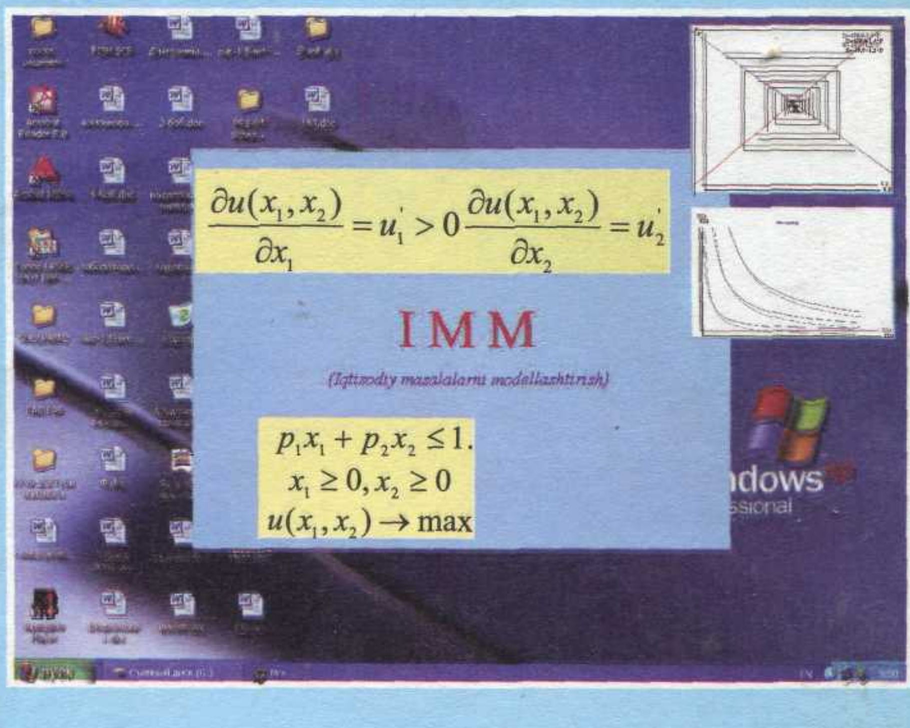
Gulchehra SHODMONOVA

IQTISODIY-MATEMATIK USULLAR VA MODELLAR



O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

GULCHEHRA SHODMONOVA

IQTISODIY–MATEMATIK USULLAR VA MODELLAR

O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi tomonidan oliy o'quv yurtlari uchun o'quv qo'llanma sifatida nashrga tavsiya etilgan

«Musiqa» nashriyoti

Toshkent – 2007

Ushbu o'quv qo'llanmada iqtisodiyotda ishlatiladigan matematik usullar misollar asosida keltirilgan. Qo'llanma, iqtisodiyot (suv xo'jaligida), buxgalteriya hisobi va audit, menejment (sohalar bo'yicha) sohasida tahsil olayotgan talabalarga mo'ljallangan.

Taqrizchilar: B.B.Berkinov, iqtisod fanlari doktori, professor.
E.F.Fayziboyev, professor.
R.H. Ayupov, texnika fanlari doktori, professor.

IBN 978-9943-307-21-6
Qat'iy buyurtma.

«Matematika fanining ehtimollar nazariyasi va matematik statistika, differensial tenglamalar va matematik fizika, funksional tahlil sohasidagi yutuqlari respublikadan ancha uzoqda ham mashhur»

I.A. Karimov.

KIRISH

O'zbekiston Respublikasi iqtisodiyotida chuqur islohotlar amalga oshirilayotgan ekan, bozor iqtisodiyoti sharoitida yuqori bilimga ega bo'lgan kadrlarni tayyorlash davr talabi bo'lib qolmoqda.

Respublika «Kadrlar tayyorlash milliy dasturi» va ta'lim to'g'risidagi qonunda iqtisodiy bilimlarni puxta egallash uchun «Informatika va axborot texnologiyalari» fanini chuqur o'zlashtirmasdan turib, zamon talabiga javob beruvchi kadrlarni tayyorlab bo'lmasligi ko'rsatib o'tilgan. Shuning uchun ham ta'lim jarayonida talabalarga mustaqil fikrlash va bilim olishga o'rgatish uchun yangi pedagogik va axborot texnologiyalari, interaktiv usullar, innovatsiya texnologiyalarini o'quv jarayoniga qo'llashga bo'lgan qiziqish kundan kunga o'sib bormoqda.

Oliy o'quv yurtlarida malakali iqtisodchilar tayyorlashda matematika va matematik usullarni o'rgatishdan maqsad talabalarga iqtisodiy masalalarni shu usullar va axborot texnologiyalaridan foydalanish orqali o'rgatishdan iboratdir. Mana shunday usullardan biri iqtisodiy-matematik usullardir.

«Iqtisodiy- matematik modellar va usullar» fani «Informatika va axborot texnologiyalari» fanining amaliy qismi hisoblanib, iqtisodiy ob'yekt, hodisa va jarayonlarni matematik usullardan foydalanib modellashtirish, zamonaviy axborot texnologiyalari yordamida modellarning eng yaxshi yechimlarini olish hamda olingan yyechimni tahlil qilishdan iboratdir. Bizga ma'lumki, zamonaviy iqtisodiy nazariya ham yuhori darajada formallashtirilishi bilan katta yutuqlarga erishgan va erishib kelmoqda.

«Iqtisodiy-matematik usullar va modellar» fanidan yozilgan ushbu qo'llanmani yozishdan maqsad, bu fan bo'yicha, ayniqsa, qishloq va suv xo'jaligi sohasida o'zbek tilida adabiyotlar taqchil bo'lganligidadir.

Qo'llanmada iqtisodchilar uchun zarur bo'lgan matematik modellashtirish bo'yicha bilimlar asosi keltirilgan. Qo'llanma

«Iqtisodiy – matematik usullar va modellar» fani uchun tuzilgan dastur asosida yozilgan bo‘lib, unga fan bo‘yicha tuzilgan ma’ruzalar matni asos hilib olindi. Unda iqtisodiy-matematik usullar va modellarning nazariy tushunchalari va amaliy topshiriqlari berilgan.

1-bobda iqtisodiyotda modellashtirishning zarurligi va ahamiyati, model va modellashtirish tushunchasi, modellashtirish bosqichlari, modellar turlari, modellarning adekvatligi tushunchalari keltirilgan.

2-bobda iqtisodiyotda qo‘llaniladigan optimal modellar qishloq va suv xo‘jaligiga oid masalalar asosida tushuntirib berilgan.

3,4,5-boblarda mikroiqtisodiy masalalarning modellari keltirilgan. Bu yerda iste’mol va ishlab chiqarish nazariyasi masalalarining modellari, dinamik modellashtirish, bozor modellarida optimizatsiya usullarining qo‘llanilishi ko‘rsatilgan.

6-bob makroiqtisodiy masalalarning matematik modellariga bag‘ishlangan bo‘lib, bu yerda o‘sish modellari va unga doir misollarni yechish orqali tushuntirib byerilgan.

7-bobda iqtisodiyotda eng ko‘p qo‘llaniladigan statistik usullar, matematik statistika asoslari keltirilgan bo‘lib, bu yerda matematik statistikaning barcha tushunchalari bilan tanishish mumkin.

8- bob ekonometrik modellarga bag‘ishlangan bo‘lib, regressiya-korrelyatsiya modellari va ular asosida prognoz qilish usullari misollar asosida keltirilgan.

9-bobda tarmoqlararo balans modellari, tarmoqlararo balans jadvali, V.Leontyev modeli va unga doir masalani yechish yo‘llari ko‘rsatilgan.

Yuqorida ta’kidlab o‘tilgan mavzular bo‘yicha amaliy topshiriqlarni bajarishga tadbiq qilish yo‘llari ko‘rsatilgan, lekin bu topshiriqlarni bajarishni osonlashtirish uchun maxsus ishlab chiqilgan amaliy dastur paketi mavjud (dastur ilova qilingan), bu dastur orqali har bir topshiriqning nafaqat yyechimini, balki ular yechimlarining grafik ko‘rinishlarini ham hosil qilish mumkin. Dastur Delphi 6 dasturlashtirish tilida yozilgan bo‘lib, WINDOWS muhitida ishlashga mo‘ljallangan.

Topshiriqlarni bu dasturdan tashqari mavjud dasturlar EXCEL jadvalli protsessor, EVIUS amaliy dastur paketlaridan foydalanib bajarish mumkin.

I bob. MODELLASHTIRISH USULLARI

1.1. Iqtisodiyotda modellashtirish

Kuzatilayotgan obyektlarni chuqur va har tomonlama o‘rganish maqsadida tabiatda va jamiyatda ro‘y byeradigan jarayonlarning modellari yaratiladi. Jarayon modellarini tuzish *modellashtirish* deb aytiladi.

Zamonaviy iqtisodiy nazariya mikro va makromiqyosda zarur elementlardan biri bo‘lgan matematik modellar va usullarni o‘z ichiga oladi.

Matematikaning iqtisodiyotda ishlatilishi, birinchidan, iqtisodiyotdagi o‘zgaruvchilar va obyektlar orasidagi bog‘lanishlarni ajratib olish va formal ravishda tasvirlashga imkon byeradi; ikkinchidan, aniq ifodalangan dastlabki ma’lumotlar va munosabatlar orqali o‘rganilayotgan obyektga aynan o‘xshash xulosalarni olish mumkin. Uchinchidan matematika va statistika usullari ob’yekt haqida yangi bilimlar olishga, obyektning mavjud kuzatishlarga mos keluvchi o‘zgaruvchilari orasidagi bog‘lanish parametrlarini baholashga imkon byeradi; to‘rtinchidan, matematika tilining ishlatilishi iqtisodiy nazariya qoida, tushuncha va xulosalarini aniq va ixcham bayon qilishga imkon byeradi.

Iqtisodiyotda matematikaning qo‘llanilishi deganda oddiy iqtisodiy hisob, kitoblar emas, balki iqtisodiy qonuniyatlarni o‘rganishda, yangi nazariy xulosalar chiqarishda, eng yaxshi iqtisodiy yechimlar hosil qilishda matematikaning qo‘llanilishi tushuniladi. Matematikaning ilmiy bilish vositasi sifatidagi asosiy afzalligi malum ma’noda izlanilayotgan obyektning o‘rnini bosuvchi matematik modellar tuzishda ochiladi.

Iqtisodiy jarayonlar va hodisalar asosiy xossalarining matematik munosabatlarini aks ettiruvchi iqtisodiyotning matematik modeli, o‘zida murakkab iqtisodiy masalalar ustida izlanish olib borishda, samarali qurol ekanligini namoyon etadi.

Matematik usullarning ishlatilishi o‘zining boy tarixiga ega. Iqtisodiyotda matematik modellashtirish usullarining ishlatilishi natijasida yuz yillar avval olingan ko‘plab ilmiy natijalar o‘zining dolzarbligini hozirgi kunda ham yo‘qotgani yo‘q.

Xalq xo‘jaligi modeli jahonda birinchi marta fransuz olimi F.Kene (1694 – 1774) tomonidan tuzilgan.

XIX – XX asrlar iqtisodiyotda matematik modellashtirish fanining rivojlanishiga O. Kurno, G. Rosin, L. Valras, F. Ejvort, V. Pareto, D. Xiks, R.Xarrod, E, Domar iste’mol, talab va taklif mexanizmi, ishlab chiqarish xarajatlarini tashkil qilish, iqtisodiy o'sish masalalarini ishlab chiqishda katta hissa qo'shganlar.

XIX asr oxirlari va XX boshlarida Rossiyada iqtisodiyotga matematikaning qo'llanilishi masalalari V.K. Dmitriyev, E.E. Sluskiy, A.A. Chuprov, N.D. Kondratyev, G.A. Feldman, V.S. Nemchinovlar tomonidan ishlab chiqilgan.

O'zbekistonda ham iqtisodiy jarayonlarni modellashtirishga akademik V.Q. Qobulov boshchilik qilib kelayotgan maktab olib borayotgan tadqiqotlarning ahamiyati kattadir. Hozirgi kunda S.S.G'ulomov, T. Shodiyev, B.B. Berkinov, O.M. Abdullayev, va boshqa olimlar olib borayotgan izlanishlar o'zining natijalarini bermoqda.

1.2. Modellar turlari

Iqtisodiyotda ishlatiladigan modellarni modellashtirayotgan ob'yektga xos xususiyatlari, modellashtirish maqsadi va modellashtirish vositasi kabi belgilarga qarab quyidagi sinflarga: mikro va makroiqtisodiy, nazariy va amaliy, optimal va muvozanat, statik va dinamik modellarga ajratish mumkin.

Makroiqtisodiy modellar iqtisodiyotni bir butun deb qarab,umumlashtirilgan moddiy va moliyaviy ko'rsatkichlarni: yalpi milliy mahsulot, iste'mol, investitsiya, ish bilan bandlik, foiz stavkalari, pulning miqdori va boshqalarni o'zaro bog'lagan holda tasvirlaydi.

Mikroiqtisodiy modellar iqtisodiyotnig tuzilmali va funksional tashkil etuvchilarining o'zaro ta'sirini ifodalaydi. Mikroiqtisodiy modellashtirish iqtisodiy – matematik nazariyaning asosiy qismini tashkil qiladi.

Nazariy modellar formal shart – sharoitlarda deduksiya xulosalari yordamida iqtisodiyotning umumiy xossalarini va unga xos bo'lgan elementlarni o'rganishga imkon byeradi.

Amaliy modellar aniq iqtisodiy ob'yektning amal qiluvchi parametrlarini baholashga va amaliy qarorlar qabul qilish uchun tavsiyalarni ifodalashga imkon byeradi. Amaliy modellarga, birinchi navbatda, iqtisodiy o'zgaruvchilarning sonli qiymatlari bilan ish ko'radigan va mavjud kuzatishlar asosida statistik mazmunli baholashga yordam beruvchi *ekonometrik modellar* kiradi.

Bozor iqtisodini modellashtirishda *muvozanat modellari* asosiy o'rinni egallaydi. Ular iqtisodiyotning uni mavjud holatidan chiqarishga intiluvchi barcha natija beruvchi kuchlar nolga teng bo'lgan holatini ifodalaydi. Bozorsiz iqtisodiyotda bitta parametr

bo'yicha muvozanatsizlik (misol, taqchillik) boshqa faktorlar orqali («qora» bozor, navbatda turishlar va h. k.) orqali kompensatsiyalanadi. Muvozanat modellari aniq ifodalanadigan modellardir. Uzoq vaqtlar modellashtirishga *optimallashtirishga* asoslangan normativ yondoshish ustunlik qilib keldi. Bozor iqtisodi nazariyasida optimallashtirish, asosan, mikrodarajada (iste'molchi foydaliligi yoki firmaning foydasini maksimallashtirish) qo'llaniladi.

Statik modellarda iqtisodiy ob'yektning holati aniq bir vaqt yoki biror bir davr uchun ifodalanadi.

Dinamik modellar o'zgaruvchilarning vaqt bo'yicha bog'lanishini o'z ichiga oladi. Statik modellarda, odatda, bir qator miqdorlarning qiymatlari belgilangan bo'lib, ular dinamik o'zgaruvchilar hisoblanadi: ularga misol qilib, kapital resurslar, baho va hokazolarni olish mumkin. Dinamik model statik qatorning oddiy yig'indisidan iborat bo'lmasdan, balki iqtisodiyotdagi kechayotgan jarayonlarni aniqlovchi kuchlarni va ularning o'zaro ta'sirini tasvirlaydi.

Determinlashgan modellar model o'zgaruvchilari orasidagi qat'iy funksional bog'lanishni taxmin qiladi. *Stoxastik modellar* izlanayotgan ko'rsatkichga tasodifiy ta'sirni mavjud deb faraz qiladi va ularni tasvirlashga ehtimollar nazariyasi va matematik statistika vositalarini qo'llaydi.

1.3. Iqtisodiy model. Iqtisodiy model tushunchasi

Iqtisodchilar turli iqtisodiy hodisalarni o'rganish uchun ularning *iqtisodiy model* deb atalgan formal tasvirlanishlaridan foydalanishadi. Iqtisodiy modellarga iste'molchilarni tanlash modeli, firmalar modeli, iqtisodiy o'sish modeli, tovarli, faktorli, moliyaviy bozorlarda muvazanat modellari va boshqalarni misol qilib olish mumkin. Modellarni tuzishda iqtisodchilar izlanayotgan hodisalarni aniqlovchi muhim faktorlarni ajratib oladilar, qo'yilgan masalani yechishda muhim bo'lmaganlarini esa tashlab yuborishadi.

Shuni ham ta'kidlab o'tish kerakki, ortiqcha soddalashtirilgan model qo'yilgan talablarga javob berolmaganidek, o'ta murakkab modellar esa yechilish jarayonida qiyinchiliklar tug'diradi.

Iqtisodiy modellarni tuzish quyidagi bosqichlardan iborat:

1. Tadqiqot maqsadi va predmeti aniq ifodalanadi.
2. Qaralayotgan iqtisodiy tizimda qo'yilgan maqsadga mos keluvchi tuzilishli va funksional elementlarning ichidan eng muhim, sifatlilari ajratib olinadi.
3. Model elementlari orasidagi bog'lanishlar ifodalanadi.
4. Matematik model tuziladi.

5. Matematik model bo'yicha hisob – kitoblar olib boriladi va yechim iqtisodiy tahlil qilinadi.

Iqtisodiy modelga quyidagi misollarni keltirish mumkin:

1-masala. Bir yildan keyin $12000 olish uchun bankka berilgan stavkada (20 % yillik) qancha so'm qo'yish kerak?

Bu masalaning modelini tuzish uchun quyidagi belgilashlarni kiritamiz: M_0 - orqali boshlang'ich summani, M_1 – orqali oxirgi summani, R- orqali foiz stavkasini belgilaymiz.

U holda oxirgi summaning ko'rinishi

$$M_1 = M_0\left[1+\frac{R}{100}\right]$$

bo'ladi. Dastlabki summa esa

$$M_0 = \frac{M_1}{1+\frac{R}{100}} = \frac{12000}{1{,}2} = \$10000$$

dan iborat bo'ladi.

2- masala. Suv xo'jaligi korxonasi texnika bilan qayta qurollanishi mehnat unumdorligi o'rtacha 20 % ga oshirildi. Korxonaning dastlabki ishlab chiqarish hajmi qancha bo'lganda u 12000 birlik mahsulot ishlab chiqara oladi? Iqtisodiy masalaning modeli tuzilsin.

Korxonaning dastlabki ishlab chiqarish hajmini - Q_0, keyingi ishlab chiqarish hajmini – Q_1, o'sish unumdorligini, % R deb belgilaymiz.

O'rtacha mehnat unumdorligi $\frac{Q}{L}$ ni hisobga olsak (bu yerda L- ishchi kuchi), boshlang'ich ishlab chiqarish hajmi

$$Q_1 = Q_0\frac{L_1}{L_0} = Q_0\left[1+\frac{(L_1-L_0)}{L_0}\right] = Q_0\left(1+\frac{R}{100}\right),$$

bundan dastlabki ishlab chiqarish hajmi :

$$Q_0 = \frac{Q_1}{1+\frac{R}{100}} = \frac{12000}{1.2} = 10000$$

hosil bo'ladi.

Hosil qilingan modellarni solishtirib ko'rilsa, bu modellarning matematik ifodasining umumiy ko'rinishi

$$X_1 = X_0\left[1+\frac{R}{100}\right]$$

bo'lishini ko'rish qiyin emas.

Shunday qilib, bir turdagi matematik model turli xildagi iqtisodiy masalalarni yechish uchun ishlatilishi mumkin ekan.

1.4. Obyekt matematik ifodasining tarkibi, yechish usulini tanlash, uni EHM orqali yechish va model adekvatligini tekshirish

Obyektni matematik ifodalashning tarkibida quyidagilar bo'ladi: tenglamalar, tenglamalar sistemasi, tengsizliklar, tengsizliklar sistemasi, oddiy yoki xususiy hosilali differensial tenglamalar.

Iqtisodiy model matematik ifodasining asosiy elementlari tarkibini aniqlash uchun quyidagi masalani qaraymiz va uning modelini tuzamiz.

Masala: Aytaylik, sug'orma dehqonchilik bilan shug'ullanuvchi fermer xo'jaligi bir nyecha turdagi qishloq xo'jalik mahsulotini ishlab chiqarsin. Ishlab chiqarish jarayonida 3 turdagi resurs ishlatilsin: yer, ishchi kuchi va suv. Mahsulot birligini ishlab chiqarish uchun sarf qilinadigan resurslar miqdori berilgan. Mahsulot birligining narxi ham berilgan. Ishlab chiqarilgan mahsulot narxini maksimallashtiruvchi ishlab chiqarish hajmini aniqlash kerak.

Bu masalani yechish uchun uning modelini tuzish va uni axborot bilan to'ldirish va keyin yechimini topish kerak. Modelni tuzish paytida indekslarni, ekzogen va endogen o'zgaruvchilarni hamda parametrlarni aniqlash kerak. Bizning masalada indekslar mahsulot turlari va resurs turlari $(i=\overline{1,n})$ lar hisoblanadi. Ekzogen o'zgaruvchilar oldindan berilgan bo'lib, parametrlar esa modelning koeffitsiyentidan iboratdir.

Bu masalada yer maydoni E, ishchi kuchlari L va suv miqdori Q bilan belgilangan bo'lib, ular ekzogen o'zgaruvchilardir. Parametrlar i- mahsulotni ishlab chiqarish uchun sarf qilingan koeffitsiyentlar. Ularni mos ravishda e_i, l_i, q_i lar bilan belgilaymiz. Mahsulot narxi P ham aniq.

Endogen o'zgaruvchilar – bular hisoblash jarayonida aniqlanadigan noma'lumlar bo'lib, ularni biz x_i lar orqali belgilaymiz. Endi masalaning modelini tuzamiz.

$$e_1x_1 + e_2x_2 + ... + e_nx_n \le E,$$
$$l_1x_1 + l_2x_2 + ... + l_nx_n \le L,$$
$$q_1x_1 + q_2x_2 + ... + q_nx_n \le Q.$$

bu yerda $x_i \ge 0$. Agar bu masala optimallashtirish masalasi bo'lsa, maksad funksiyasi ham mavjud bo'ladi:

$$p_1x_1 + p_2x_2 + ... + p_nx_n \to \max.$$

Matematik model tuzilganidan keyin masalani yechish usulini, algoritmini va dasturini ishlab chiqish yoki mavjud amaliy dastur paketlaridan foydalanish kerak.

Yechish usuli quyidagi shartlarni qanoatlantirishi kerak: natija olishning tezligi, EHM xotirasini kam miqdorda ishlatish, belgilangan natijaning aniqligini ta'minlash. Dasturlardan foydalanganda amaliy dasturlar paketidan (AOP) foydalanish maqsadga muvofiqdir.

Dasturlashtirish bosqichi dasturni tasvirlash bilan yakunlanib, unda quyidagilar ko'rsatiladi: barcha o'zgaruvchilar va ularga mos keluvchi identifikatorlar (belgilashlar), kiritiladigan va chiqariladigan o'zgaruvchilar, ma'lumotni kiritish va chiqarish tartibi.

Matematik modellashtirish (MM) jarayonini ko'rganimizda asosiy bosqichlardan biri bu obyektni matematik ifodalashni indentifikatsiyalash bo'lib, bu matematik modellashtirishning asosiy vazifalaridan biridir. Aytaylik, matematik model quyidagi regressiya tenglamasi ko'rinishidan iborat bo'lsin:

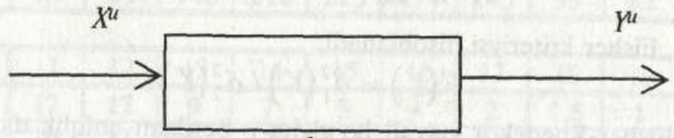
$$y_i = \alpha + \beta x_i + u_i,$$

bu yerda α, β — baholanadigan statistik parametrlar, u_i —tasodifiy xatolar. α, β ni baholash uchun, eng ko'p tarqalgan usullardan biri parametrlarni baholashning *eng kichik kvadratlar usulidan* foydalaniladi. Bu haqdagi ma'lumotlar bilan qo'llanmaning 8-bobida tanishish mumkin.

Obyektning matematik modeli bu yaqinlashuvchi o'xshatishdir, lekin obyekt va matematik model uchun olingan natijalarda biroz farq bo'ladi. Shuning uchun modelning obyektga yaqinligini o'rnatish masalasi (modelning adekvatligi) tug'iladi. Adekvatlikni tekshirishdan oldin, model va obyektning mosligi haqidagi xulosani beruvchi kriteriyani tanlashimiz kerak.

Matematik model hech qachon qaralayotgan obyektga teng kuchli bo'lmaydi, y'ani uning barcha xossa va xususiyatlarini ifodalamaydi. Qisqartirish va ideallashtirishga asoslangan holda uning taqribiy aksi *bo'lib qoladi. Shuning uchun matematik modelning tahlili asosida*

topilgan natijalar obyekt uchun yaqinlashuvchi xarakterga egadir. Uning aniqligi model bilan obyektni adekvatligi va moslik darajasiga bog'liq bo'ladi. Amaliy matematikaning asosiy masalasi — bu natijalarni aniqligi va haqiqiyligini aniqlashdir. Agarda obyektni xossalari va holatini aniqlovchi qonuniyatlar malum bo'lsa va ulardan foydalanishda katta amaliy tajribaga ega bo'lsa, u holda masalalar osongina yechilib, ko'rilayotgan modelning natijalari aniqligini baholash mumkin. Agar obyekt haqida bilimlar kam bo'lsa, murakkab vaziyat vujudga kelib qoladi. Bunday sharoitda matematik modelni tuzish uchun qo'shimcha mulohazalar yuritishga to'g'ri keladi. Modelda *olinayotgan natijalar shartli* xarakterga ega bo'ladi. Ularni tekshirish uchun obyekt va model orasidagi yaqinlik darajasini o'rnatish (modelning adekvatligini o'rnatish) kerak. Hisoblashdagi (modeldagi) va eksperimental ma'lumotlarning (obyektdagi) yaqinlik darajasi tanlangan modelning sifatidan dalolat beradi. Bunday *masalalarni yechish uchun tajribalar natijalari* asosida obyekt va model orasidagi yaqinlik kriteriysini belgilash kerak. 1- rasmda berilgan obyektni eksperimental tekshirish sxemasini ko'ramiz:



1-rasm.

Bu sxemada o'zgaruvchi $X^u = (x_1^u, ..., x_k^u)$ lar kuzatuvchi tomonidan beriladigan *U* - kuzatuvdagi o'zgaruvchilar vektori *(u* = 1, 2, ... ,*N)* dan iborat. Har bir fiksirlangan X^uda chiqadigan $Y^u = (y_1^u, ..., y_r^u)$ o'zgaruvchi kuzatuvchi tomonidan o'lchanadi. O'lchashlar majmuasi

$$\{X^u, Y^u\}_{u=\overline{1,n}}$$

ni ε_n — kuzatuv deb ataymiz. Ko'p hollarda ε_n — kuzatuvda chiqadigan ma'lumotlar bir o'lchovli $Y^u = (y^u)$ tasodifiy miqdor bo'ladi. Ob'yektning matematik modelini tuzamiz. Obyekt va matematik model ustida Nta kuzatuv o'tkaziladi. ε_n — kuzatuv natijasi :

$Y = \langle y_1, \ldots, y_N \rangle$ — obyektda kuzatilayotgan Y o'zgaruvchi qiymatlaridir. Bu obyektning matematik modelida esa $Y' = (y_1', \ldots, y_N')$ lar matematik modelda hisoblanadi, Y' - Y obyektning o'zgaruvchilari qiymatiga mos keluvchi qiymatlaridir. Amaliy matematikadan ma'lumki, matematik modelni obyektga adekvatligini baholovchi ko'p kriteriylar mavjud. Eng ko'p tarqalganlaridan biri Fisher kriteriysidir. Fisher kriteriysini hisoblovchi algoritm quyidagicha bo'ladi:

1. Adekvatlik dispersiyasi

$$\delta_1^2(Y) = \sum_{i=1}^{N} \left(Y_i - Y_i' \right)^2 / (N - K)$$

hisoblanadi.

2. l - parallel kuzatishlardan iborat bo'lgan i-kuzatishdagi qayta ishlab chiqarish dispersiyasi hisoblanadi:

$$\delta_2^2(Y) = \sum_{i=1}^{l} \left(Y_i - y_i \right)^2 / (N-1).$$

3. Fisher kriteriysi hisoblanadi:

$$F(Y) = \delta_1^2(Y) / \delta_2^2(Y).$$

4. Fisher-Snedekor jadvali bo'yicha ρ berilgan aniqlik darajasi va N kuzatishlar soni uchun $F_{tab}(Y)$ topiladi.

5. $F(y) > F_{tab}(Y)$ solishtiriladi. Agar tengsizlik bajarilsa, u holda $(1-\rho)$ ishonch bilan model 100 % obyektga adekvat bo'ladi.

Lekin hamma vaqt kuzatishni takrorlash ayniqsa, iqtisodiy jarayonlarda mumkin bo'lavermaydi.

Bunday hollarda bir marotiba olib boriladigan kuzatishlarga asoslangan adekvatlik kriteriylaridan foydalanish zarur. Parallel kuzatishlari mavjud bo'lmagan modelning adekvatligini o'rnatish algoritmini quyidagicha ifodalash mumkin:

1. Adekvatlik dispersiyasi hisoblanadi:

$$\delta_1^2(Y) = \sum_{i=1}^{N} \left(Y_i - Y_i' \right)^2 / (N - K).$$

2. O'rtacha (o'rtacha qiymatga) nisbatan dispersiya hisoblanadi:

$$\overline{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} y_i;$$

$$\delta_3^2(Y) = \sum_{i=1}^{N} \left(Y_i - \overline{Y} \right)^2 / (N-1).$$

3. Fisher kriteriysi tuziladi:

$$F(Y) = \frac{\delta_3^2(Y)}{\delta_1^2(Y)}.$$

4. Fisher kriteriysi jadvali bo'yicha berilgan aniqlik darajasi ρ va tajribalar soni N uchun $F_{tab}(Y)$ topiladi.

5. $F(Y)$ $F_{tab}(Y)$ bilan solishtiriladi. Agar tengsizlik o'rinli bo'lsa, u holda $(1-\rho)$ ishonch bilan model 100 % obyektga adekvat bo'ladi.

Misol. (C^e) chiqadigan o'zgaruvchilar ustida obyektda N=20 ta kuzatish olib borilgan. Mos matematik model (C^r) uchun hisoblashlarni bajaramiz. Kuzatishlar natijasi jadvalda berilgan.

Jadval

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
S^e	**3,0**	**30**	**135**	**253**	**266**	**210**	**135**	**77**	**43**	**26**
C^p	**4,9**	**54**	**143**	**210**	**223**	**194**	**145**	**99**	**62**	**36**

№	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
S^e	**17**	**12**	**9**	**7**	**5**	**4**	**2**	**1,5**	**1**	**0**
C^p	**20**	**11**	**6**	**3**	**1,4**	**0,7**	**0,3**	**0,2**	**0,1**	**0,03**

Qayta kuzatishlar olib bormasdan Fisher kriteriysiga asoslanib 95% ishonch bilan modelning obyektga adekvatligini ko'rsating.

Yechish.

1. $$S_{AD}^2 = \sum_{i=1}^{20} \left(C_i - C_i^p \right)^2 / (20-1) = 300{,}1.$$

2. $$\overline{C} = \sum_{i=1}^{20} C_i^e / 20 = 60{,}8.$$

3. $$S_{o'rt}^2 = \sum_{i=1}^{20} \left(C_i^e - \overline{C} \right)^2 / (20-1) = 7837{,}5.$$

4. Fisher kriteriysini hisoblaymiz:

$$F = \frac{S^2_{o'rt}}{S^2_{AD}} = 26{,}1$$

5. $K_1 = K_2 = 19$, $\alpha = 0{,}05$ uchun Fisher - Snedekor jadvalidan

$$F^{0,05}_{tab}(19,19) = 3$$ ni topamiz.

6. F ni F_{tab} bilan solishtiramiz:

$$F = 26{,}1 > F_{jad}(19,19) = 3.$$

7. Xulosa: matematik model obyektga 95% ishonch bilan adekvat.

I bobga doir savollar

1. Obyekt modelining ta'rifini keltiring.
2. Modellarning qaysi turlarini bilasiz?
3. Matematik modellashtirish ta'rifini ayting.
4. Obyektni modellashtirish deganda nimani tushunasiz?
5. Modellashtirish bosqichlarini ayting.
6. Iqtisodiyotda ishlatiladigan modellarni tahlil qilishning qaysi matematik usullarini bilasiz?
7. Nima uchun iqtisodiyotda matematikani qo'llash zarur?
8. Model va modellashtirish tushunchalari nima?
9. Iqtisodiy hodisalarning modellari qanday tuziladi?
10. Statik modellar bilan dinamik modellarning farqi nimada?
11. Muvozanat modeli va optimitzasiya modellarining farqi nimada?
12. Aytaylik, sizda daromad va iste'mol orasidagi chiziqli bog`lanishni asoslab berish uchun empierik ma'lumotlar mavjud bo`lsin. Bunday masala iqtisodiy matematikaga oidmi yoki ekonometrikagami?
13. Modelning adekvatligi nima?
14. Qanday adekvatlik kriteriylarini bilasiz?
15. Modelning qanday o'zgaruvchilari ekzogen, qanday o'zgaruvchilari endogen deb aytiladi?

II bob. IQTISODIYOTDA OPTIMIZATSIYA MODELLARIDAN FOYDALANISH

2.1. Cheklanishga ega bo`lgan shartli ekstremum masalalari

$y = f(x_1, x_2)$ funksiyaning x_1, x_2 erkli o'zaruvchilar $g(x_1, x_2) = 0$ tenglama ko'rinishidagi shartni hanoatlantiruvchi lokal maksimumi (yoki lokal minimumi)ni topish talab qilinsin, ya'ni

$$g(x_1, x_2) = 0 \tag{1}$$

sharti bajarilganda

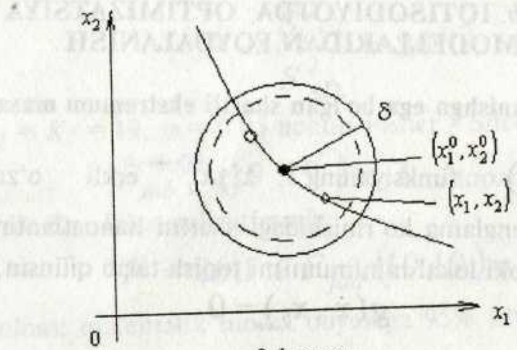
$$f(x_1, x_2) \to \max \ (f(x_1, x_2) \to \min) \tag{2}$$

bo'lsin.

(1) va (2) masala shartli lokal maksimum (minimum) masalasi deb aytiladi. Bu yerda shartli atamasi x_1 ва x_2 erkli o'zgaruvchilar (2) shartni (cheklanishni) qanoatlantirganligi uchun hosil bo'ladi. Ikkita (maksimum va minimum) atamasi o'rniga ularning umumlashgan ekstremum atamasi ishlatilishi mumkin.

(1) va (2) masalada $f(x_1, x_2)$ funksiyaning shartli ekstrimumini maqsad funksiyasi deb atashadi, chunki uning maksimizatsiya (yoki minimizatsiya) si qandaydir maqsadning formal ifodasidan iborat (misol, xarajatlarni o'zgartirmasdan ishlab *chiqarish* iborat hajmini maksimallashtirish) $g(x_1, x_2)$ funksiyasini esa cheklanish beradigan yoki *bog'lanish funksiyasi* deb atashadi.

(1) tenglamada $g(x_1, x_2)$ funksiya nolinchi, darajali chiziqli tenglamadan iboratdir yoki $g(x_1, x_2) = \tau$ bo'lib, bu yerda $\tau = 0$. Shuning uchun shartli lokal maksimum (minimum) uchun masalani quyidagicha ifodalash mumkin: $y = g(x_1, x_2)$ funksiya darajasining nolinchi chiziq nuqtalari orasidan shunday bir (x_1^0, x_2^0) nuqtalarni topish kerakki, bu nuqtada $y = f(x_1, x_2)$ funksiyaning $f(x_1^0, x_2^0)$ xususiy qiymati o'zining $f(x_1, x_2)$ xususiy qiymatidan bu chiziqdagi (x_1^0, x_2^0) nuqtalarga yaqin boshqa (x_1, x_2) nuqtalarida katta (kichik) bo'lsin (2.1- rasm).



2.1-rasm.

(x_1^0, x_2^0) nuqta $f(x_1, x_2)$ funksiyaning *shartli lokal maksimumi (minimumi)* deyiladi, $f(x_1^0, x_2^0)$ qiymat esa $f(x_1, x_2)$ funksiyaning $g(x_1, x_2)$ cheklanishlar mavjud bo'lgandagi *shartli lokal maksimumi (minimumi)* deb aytiladi.

Agar $f(x_1, x_2)$ funksiyaning $f(x_1^0, x_2^0)$ qiymati $g(x_1, x_2) = 0$ chiziqning barcha (x_1, x_2) nuqtalarida katta (kichik) bo'lsa, u holda $f(x_1^0, x_2^0)$ qiymat $f(x_1, x_2)$ funksiyaning $g(x_1, x_2) = 0$ cheklanishlar mavjud bo'lgandagi *shartli global maksimum (minimum)i* deb aytiladi, (x_1^0, x_2^0) nuqta esa $f(x_1, x_2)$ funksiyaning shartli global maksimum (minimum) nuqtasidan iboratdir.

$x_1, x_2, \ldots, x_n$ erkli o'zgaruvchilardan iborat bo'lgan $f(x_1, x_2, \ldots x_n)$ funksiyaning shartli maksimum (minimum)i uchun masalasi quyidagicha ifodalanadi: ushbu

$$g_1(x_1, x_2 \ldots, x_n) = 0$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (3)$$

$$g_m(x_1, x_2 \ldots, x_n) = 0$$

shartlarda

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \to \max \quad (f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \to \min) \qquad (4)$$

bo'ladi (odatda, $m < n$).

Agar $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ funksiyaning $f(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0)$ xususiy qiymatlari (3) tenglamalarni qanoatlantiruvchi va $(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0)$ nuqtalarga yaqin $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ nuqtalarda qiymatlari bilan solishtirilganda $f(x_1, x_2 \ldots, x_n)$ funksiyaning lokal ekstremumi uchun masalasiga ega bo'lamiz.

Agar $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ funkisyaning $f(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0)$ qiymati (3) tenglamalarni qanoatlantiruvchi barcha $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ nuqtalardagi qiymatlari bilan solishtirilsa, u holda shartli global ekstremum uchun masalaga ega bo'lamiz.

Shartli ekstremum nazariyasi makro va mikroiqtisodiy nazariyada keng qo'llaniladi. Bu nazariya masalalarida, odatda, lokal shartli ekstremum, global shartli ekstremum ham hisoblanadi.

1- misol.

$$x_1 + x_2 - 1 = 0 \qquad (5)$$

shart asosida

$$y = x_1^2 + x_2^2 \qquad (6)$$

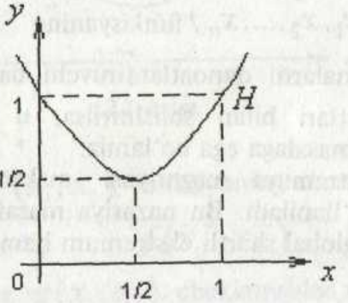
funksiya ekstremumini aniqlang.

Yechish. (6) funksiyaning ekstremumi butun $0x_1, x_2$ tekislikdamas, balki faqat (5) chiziqda qidiriladi.

Masalani quyidagi yo'l bilan yechamiz. (5) tenglamadan x_2 o'zgaruvchini x_1 orqali quyidagicha ifodalaymiz: $x_2 = 1 - x_1$ va bu ifodani (6) funksiyaga qo'yamiz. U holda (5) va (6) masala ikki o'zgaruvchili (5) funksiya ekstremumi $y = 2x_1^2 - 2x_1 + 1$ bitta x_1 o'zgaruvchidan iborat shartsiz ekstremum masalasiga kelib qoladi.

Masalani shartsiz yekstremumga echish uchun funksiyaning birinchi hosilasini olamiz: $y' = 4x_1 - 2$ va uni nolga tenglashtiramiz: $4x_1 - 2 = 0$. Bu undan $x_1^0 = \frac{1}{2}$ ni hosil hilamiz.

x_1^0 nuqta orqali x_1 o'zgaruvchi (chapdan o'ngga) o'tganda y' birinchi hosila ishorasini minusdan plusga o'zgartiradi, shuning uchun x_1^0 kritik nuqta $y=2x_1^2-2x_1+1$ funksiyaning lokal minimumi hisoblanadi. (2.2 – rasmda H funksiya chizig'i) ko'rinib turibdiki $y=2(x_1^0)-2x_1^0+1=\frac{1}{2}$ lokal minimum global minimumi ham hisoblanadi. Funksiyaning boshqa lokal va global ekstremumlari mavjud emas. Yoki x_1^0 nuqtadan farqli $y'=4x_1-2$ hosilani nolga tenglashtiradigan boshqa nuqta yo'q.



2.2-rasm.

2.2. Shartli ekstremum masalalarini yechishning Lagranj usuli

Lagranj usulining mohiyati

$$L(x_1,x_2,\lambda)=f(x_1,x_2)+\lambda g(x_1,x_2) \qquad (7)$$

funksiyani hosil hilishdan iboratdir. Bu funksiya uchta o'zgaruv x_1,x_2,λ iborat bo'lib, (1) va (2) ikki o'zgaruvchili shartli ekstremum masalalarini uchta x_1,x_2,λ erkli o'zgaruvchili $L(x_1,x_2,\lambda)$ funksiyaning absolut ekstremumi masalasiga olib kelishdan iboratdir.

$L(x_1,x_2,\lambda)$ Lagranj funksiyasi (1) cheklanish funksiyasini λ yangi erkli o'zgaruvchiga (Lagranj ko'paytuvchisi deb aytiladi va u albatta birinchi darajada qatnashishi kerak) ko'paytmasi va (2) maqsad funksiyaning yig'indisini o'zida namoyon qiladi. (2) funksiyaning lokal shartli ekstremumi (1) cheklanishlar asosidagi analitik shaklda bo'lishi zarur shartlardan biridir.

$f(x_1,x_2)$, $g(x_1,x_2)$ funksiyalar uzluksiz va x_1,x_2 o'zgaruvchilar bo'yicha 1-tartibli uzluksiz xususiy hosilaga ega bo'lsin; (x_1^0,x_2^0) nuqta (1) cheklanishlar mavjud bo'lgandagi (2) funksiyaning shartli lokal ekstremum nuqtasi bo'lsin va

$grad(x_1^0,x_2^0)\neq 0$ bo'lsin. U holda shunday bir λ_0 yagona son mavjud bo'lib, (x_1^0,x_2^0,λ^0) uch o'lchovli nuqta quyidagi uch noma'lumli uchta tenglama sistemasini qanoatlantiradi (har doim $\frac{\partial L(x_1,x_2,\lambda)}{\partial\lambda}=g(x_1,x_2)$ bo'lishi kerak):

$$\frac{\partial L(x_1,x_2,\lambda)}{\partial x_1}=0,\quad \frac{\partial L(x_1,x_2,\lambda)}{\partial x_2}=0,\quad \frac{\partial L(x_1,x_2,\lambda)}{\partial\lambda}=0 \qquad (8)$$

Boshqacha aytganda, agar (x_1^0,x_2^0) ikki o'lchovli nuqta (1) cheklanishlar mavjud bo'lganda (2) funksiyaning lokal shartli ekstremum nuqtasi bo'lsa, u holda (x_1^0,x_2^0,λ^0) nuqta Lagranj funksiyasining kritik nuqtasidan iborat bo'ladi. Bundan kelib chiqadiki, (1) cheklanishlar orqali (2) funksiyaning lokal ekstremum nuhtasini topish uchun avvalambor Lagranj funksiyasining kritik nuqtasini topish kerak ekan, ya'ni (8) tenglamalar sistemasining barcha yechimlarini aniqlash kerak. Undan keyin Lagranj funksiyasi kritik nuqtalarini λ ohirgi koordinatani yo'hotish orqali qishartirish kerak. Keyin har bir hishartirilgan kritik nuqtani (1) cheklanishlar mavjud bo'lganda bu nuqta (2) funksiyaning haqiqatan ham lokal shartli ekstremumi bo'ladimi yoki yo'hmi ekanligini predmet sohasi bo'yicha tahlil qilish kerak. Bu yerda, (1) cheklanishlar mavjud bo'lganda (2) funksiyaning lokal shartli ekstremumi bo'lishining yetarli sharti, keltirilmaydi. «Qisqartirilgan» kritik nuqtani tahlil qilishda, odatda, ko'rinarli bo'lgan geometrik talqin ishlatiladi.

2-misol. (5) va (6) masalani Lagranj usulidan foydalanib yeching.

Masalani yechish uchun avvalo Lagranj funksiyasini tuzamiz:

$$L(x_1,x_2,\lambda)=x_1^2+x_2^2+\lambda(x_1+x_2-1),$$

bundan x_1,x_2,λ o'zgaruvchilar bo'yicha 1-tartibli xususiy hosilalarni olamiz:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1}=2x_1+\lambda=0,\quad \frac{\partial L}{\partial x_2}=2x_2+\lambda=0,\quad \frac{\partial L}{\partial\lambda}=x_1+x_2-1=0. \quad (9)$$

(9) ning birinchi ikkita tenglamasidan $-2x_1=\lambda=-2x_2$, ya'ni $x_1=x_2$ ni uchinchi tenglamadan foydalansak, $x_1^0=x_2^0=\frac{1}{2}$

ni hosil qilamiz. Shunday qilib, (9) tenglamalar sistemasi Lagranj funksiyasiga yagona kritik nuqtani beruvchi yagona ega. «Qisqartirilgan» kritik) funksiyaning berilgan (5) cheklanishlardagi shartli lokal minimumidan iboratdir yoki bevosita (5) tenglamani qanoatlantiruvchi (x_1, x_2), $\left(x_1^{\,0}, x_2^{\,0}\right)$da

$f(x_1, x_2) > f\left(x_1^{\,0}, x_2^{\,0}\right) = \dfrac{1}{2}$ ni tekshirib korish mumkin.

(3) va (4) umumiy masalada, Lagranj funksiyasining shartli ekstremumi

$$L(x_1, ... x_n, \lambda_1, ..., \lambda_n) = f(x_1, ..., x_n) + \lambda_1 g_1(x_1, ..., x_n) + \lambda_2 g_2(x_1, ..., x_n) + ... + \lambda_m g_m(x_1, ..., x_n)$$

korinishda boladi.

$$\frac{\partial h}{\partial x_1} = 0, ..., \frac{\partial h}{\partial x_n} = 0, \frac{\partial h}{\partial \lambda_1} = 0, ..., \frac{\partial h}{\partial \lambda_m} = 0 \qquad (11)$$

(8) sistema esa $n+m$ ta $x_1, ..., x_n, \lambda_1, ..., \lambda_m$ noma'lumli $n+m$ ta tenglama sistemasi ko'rinishida yoziladi. $n+m$ o'lchovli Lagranj funksiyasining $\left(x_1^{\,0}, ..., x_n^{\,0}, \lambda_1^{\,0}, ..., \lambda_m^{\,0}\right)$ kritik nuqtasi «qisqartirish» operatsiyasidan keyin n- o'lchovli $\left(x_1^{\,0}, ..., x_n^{\,0}\right)$ nuqtasi ko'rinishiga keladi.

x_1 va x_2 ikki o'zgaruvchili holatga qaytamiz. Lokal shartli ekstremumning zaruriy shartini kengaytirilgan ko'rinishda yozamiz:

$$\frac{\partial L(x_1, x_2, \lambda)}{\partial x_1} = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} + \lambda \frac{\partial g(x_1, x_2, \lambda)}{\partial x_1} = 0\,, \qquad (11.1)$$

$$\frac{\partial L(x_1, x_2, \lambda)}{\partial \lambda} = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} + \lambda \frac{\partial g(x_1, x_2, \lambda)}{\partial x_2} = 0\,, \qquad (11.2)$$

$$\frac{\partial L(x_1, x_2, \lambda)}{\partial \lambda} = g(x_1, x_2) = 0\,; \qquad (11.3)$$

$$\text{grad } f(x_1, x_2) = \left[\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1}, \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2}\right],$$

$$\text{grad } g(x_1, x_2) = \left[\frac{\partial g(x_1, x_2)}{\partial x_1}, \frac{\partial g(x_1, x_2)}{\partial x_2}\right]$$

lardan iborat ekan. (11.1) va (11.2) larni

$$\text{grad } f(x_1, x_2) + \lambda \text{ grad } g(x_1, x_2) = 0 \qquad (12)$$

vektor formada yozish mumkin. Lagranj funksiyasining $\left(x_1^{\,0}, x_2^{\,0}, \lambda^0\right)$kritik nuqtasi uchun

$$\text{grad } f\left(x_1^0, x_2^0\right) + \lambda \text{ grad } g\left(x_1^0, x_2^0\right) = 0 \qquad (13)$$

ni hosil qilamiz, ya'ni $\left(x_1^{\,0}, x_2^{\,0}\right)$ «qisqartirilgan» nuqtada Lagranj funksiyasi

$$\text{grad } f\left(x_1^0, x_2^0\right) = -\lambda \text{ grad } g\left(x_1, x_2\right) \qquad (14)$$

dan iborat.

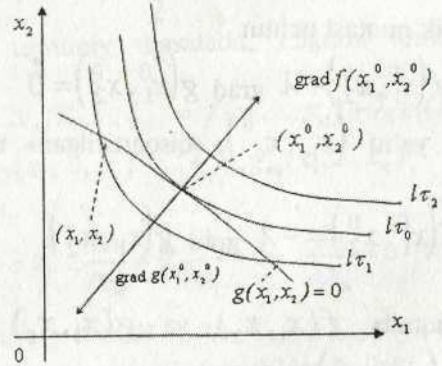
$(x_1^{\,0}, x_2^{\,0})$ nuqtada $f(x_1, x_2)$ va $g(x_1, x_2)$ funksiyalarning $f\left(x_1^{\,0}, x_2^{\,0}\right)$va $g\left(x_1^{\,0}, x_2^{\,0}\right)$ chiziq darajalari kesishadi.

Endi (1) cheklanishlar mavjud bo'lganda (2) funksiyaning zaruriy shartini geometrik shakldа ko'rsatamiz. $f(x_1, x_2), g(x_1, x_2)$ funksiyalar uzluksiz va x_1, x_2 o'zgaruvchilar bo'yicha 1- tartibli xususiy hosilaga ega bo'lsin. $(x_1^{\,0}, x_2^{\,0})$ nuqta (1) cheklanishlar mavjud bo'lganda (2) funksiyaning shartli lokal ekstremum nuqtasi bo'lsin va

$$\text{grad } f\left(x_1^0, x_2^0\right) \neq 0, \quad \text{grad } g\left(x_1, x_2\right) \neq 0$$

bo'lsin. U holda $\left(x_1^{\,0}, x_2^{\,0}\right)$ nuqtadan chiquvchi grad $f\left(x_1^0, x_2^0\right)$ va grad grad $g\left(x_1^{\,0}, x_2^{\,0}\right)$ gradientlar bitta chiziqqa joylashgan bo'lib, bu $\left(x_1^{\,0}, x_2^{\,0}\right)$ nuqtani o'z ichiga olgan $f(x_1, x_2)$ va $g(x_1, x_2)$funksiyalar darajasi chizig'i bu nuqtada kesishadi, degan so'z bilan ekvivalentdir.

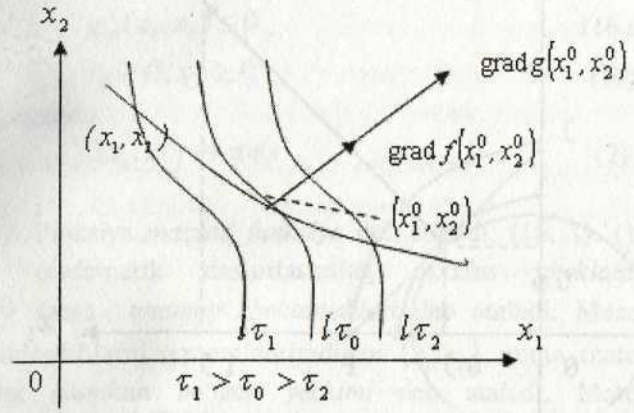
2.3-rasmdagi $\left(x_1^{\,0}, x_2^{\,0}\right)$ nuqta shartli lokal maksimum nuqtasidan iboratdir, geometrik talqin asosida $\tau_1 < \tau_0 < \tau_2$ (grad $f\left(x_1^0, x_2^0\right)\left(x_1^{\,0}, x_2^{\,0}\right)$ nuqtada funksiyaning tezlik bilan o'sish yo'nalishini ko'rsatadi) bo'lganligi uchun $f\left(x_1^{\,0}, x_2^{\,0}\right) = \tau > \tau_1 = f\left(x_1, x_2\right)$ bo'ladi, agar (x_1, x_2) nuata $g(x_1, x_2)$ funksiyaning nolinchi to'plam darajasiga qarashli bo'lsa va $\left(x_1^{\,0}, x_2^{\,0}\right)$ nuqta bilan ustma - ust tushmasa,



2.3-rasm

2.3-rasmda ko'rsatilgan holda $\lambda^0 \approx 1/2$. 2.3-rasm iqtisodiy nazariyaga xos bo'lgan holatga yaqindir. $f(x_1, x_2)$ funksiyaning gradiyenti $grad\, f(x_1^{\,0}, x_2^{\,0})$ shimoli sharqqa qaragan, $g(x_1, x_2)$ cheklanishlar gradienti janubi-g'arbga qaragan. $f(x_1, x_2)$ maqsad funksiya darajasi chiziglari iqtisodiy nazariyada uchraydigan daraja chiziqlariga o'xshaydi.

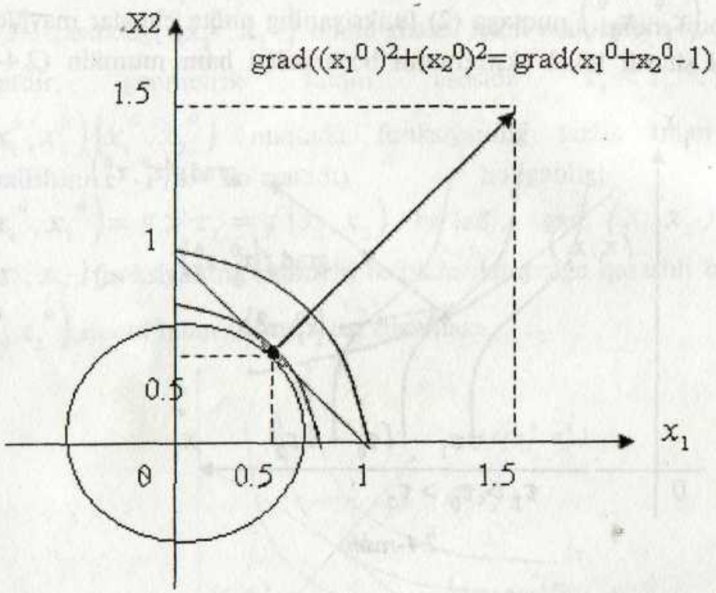
(2) funksiyaning (1) cheklanishlar mavjud bo'lganda lokal shartli ekstremumi mavjud bo'lishining zaruriy sharti yetarli emas, ya'ni $\left(x_1^{\,0}, x_2^{\,0}\right)$ nuqtada $f(x_1, x_2)$ va $g(x_1, x_2)$ funksiyalar darajasi chiziqlari kesishgan holatda $\left(x_1^{\,0}, x_2^{\,0}\right)$ nuqtadan chiquvchi grad $f\left(x_1^0, x_2^0\right)$ va grad $g\left(x_1^0, x_2^0\right)$ gradiyentlar bir chiziqda yotishga ekvivalent) $\left(x_1^{\,0}, x_2^{\,0}\right)$ nuqtaga (2) funksiyaning nuqta cheklar mavjud bo'lgandagi shartli lokal ekstremumi bo'lmasligi ham mumkin (2.4-rasm).



2.4-rasm

2.4- rasmda $\left(x_1^{\,0}, x_2^{\,0}\right)$ nuqta Lagranjning «qisqartirilgan» kritik nuqtasi bo'lib, (2) funksiyaning (1) cheklanishlar mavjud bo'lgandagi shartli lokal ekstremumi bo'lmaydi, geometrik talqinga asosan $g(x_1, x_2) = 0$ chiziqlarda joylashgan $(x_1^{\,0}, x_2^{\,0})$ dan qat'iy yuqorida $f(x_1, x_2) < f(x_1^{\,0}, x_2^{\,0})(\tau_1 < \tau_0)$ o'rinli, $g(x_1, x_2) = 0$ chiziqlarda joylashgan $(x_1^{\,0}, x_2^{\,0})$ dan qat'iy pastda $f(x_1, x_2) > f(x_1^{\,0}, x_2^{\,0})(\tau_2 > \tau_0)$ o'rinli. 2.4- rasm uchun $\lambda^0 \approx 2$; 2.4- rasmdagi $f(x_1, x_2)$ maqsad funksiya darajasidagi chiziqlar kartasi iqtisodiy nazariyaga xos emas.

1.1- misol (davomi). 2.3- rasmga o'xshagan (5), (6) shartli ekstremum masalasining rasmni keltiramiz (2.5- rasm).



2.5-rasm.

bu holatda

$$\text{grad}\left(\left(x_1^0\right)^2+\left(x_2^0\right)^2\right)=\left(2x_1^0,\ 2x_2^0\right)=\left(2\cdot\frac{1}{2},\ 2\cdot\frac{1}{2}\right)=(1,1),$$

$$\text{grad}\left(x_1^0+x_2^0-1\right)=(1,\ 1) \qquad \lambda^0=-1\,.$$

2.3. Chizihli dasturlash masalasi haqida

(1) va (2) masalada (1) cheklanish tenglama ko'rinishidan tengsizlik $g(x_1,x_2)\le 0$ ko'rinishiga keltirilsa, u holda biz matematik dasturlashning xususiy holiga kelamiz:

$$g(x_1,x_2)\le 0$$

(15)

shartlarda

$$f(x_1,x_2)\to\max \quad (f(x_1,x_2)\to\min) \qquad (2)$$

O'zgaruvchilar soni 2 ta bo'lganda matematik programmalashtirish masalasi (masala maksimumga) quyidagi ko'rinishda bo'ladi.

$$g_1(x_1,x_2)\le 0\,, \qquad (16.1)$$

.....................,

$$g_m(x_1,x_2)\le 0\,, \qquad (16.m)$$

$$x_1\ge 0, x_2\ge 0\,, \qquad (17)$$

shartlar bajarilganda

$$f(x_1,x_2)\to\max \qquad (2)$$

bo'ladi.

$f(x_1,x_2)$ funksiya ***maqsad funksiya*** deb ataladi, (16, 1). (16, m) tengsizliklar matematik dasturlashning *maxsus cheklanishlari*, $x_1\ge 0, x_2\ge 0$ larga *umumiy cheklanishlari* deb ataladi. Maxsus va umumiy cheklanishlarni qanoatlantiradigan (x_1,x_2) nuqta matematik dasturlashning *mumkun bo'lgan yechimi* deb ataladi. Matematik dasturlash masalasi (MDM) barcha mumkin bo'lgan yechimlari to'plami bu masalaning *mumkin bo'lgan yechimlari to'plami* deb aytiladi.

Agar MDM hech bo'lmaganda bitta mumkin bo'lgan yechimga ega bo'lsa, bu echim *mumkin bo'lgan yechim* deyiladi, agar MDM bitta ham mumkin bo'lgan yechimga ega bo'lmasa, u *mumkin bo'lmagan yechim* deyiladi. (x_1^0, x_2^0) nuqta optimal yechim deb aytiladi, agar, u birinchidan MDM ning mumkin bo'lgan yechimi bo'lsa, ikkinchidan, bu nuqtada maqsad funksiyaga global maksimumga (maksimum masalasi uchun) yoki global minimumga (minimum masalasi uchun) erishsa, ya'ni (16,1-16,m) tengsizliklarni qanoatlantiruvchi barcha (x_1,x_2) lar uchun $f(x_1^0,x_2^0)\ge f(x_1,x_2)$ (maksimizatsiya masalasi uchun)

$f(x_1^0,x_2^0)\le f(x_1,x_2)$ (minimizatsiya masalasi uchun) boladi.

Iqtisodiy nazariyada MDM, ko'pincha, shartli ekstremum masalasiga keltiriladi. Misol uchun iste'molchining bozordagi rasional xulq-atvori masalasini MDM ko'rinishida ifodalasak,

$$p_1x_1+p_2x_2\le I\,, \qquad (19)$$

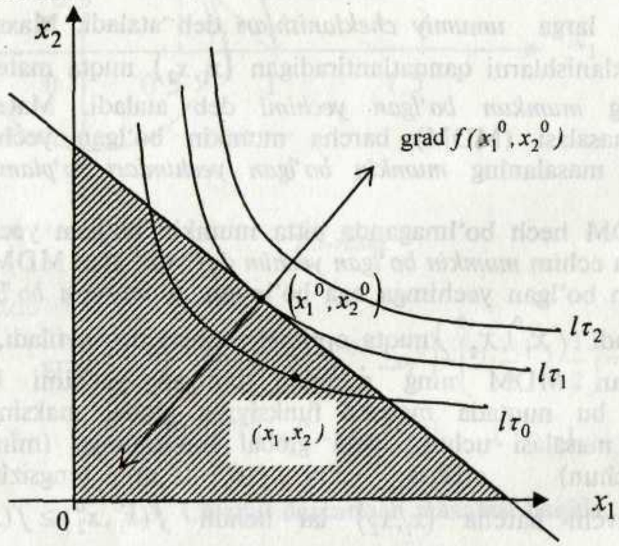
$$x_1\ge 0, x_2\le 0 \qquad (20)$$

shartlarda

$$u(x_1,x_2)\to\max \qquad (18)$$

bo'ladi. (x_1, x_2) - iste'mol qilinadigan to'plam, (x_1- birinchi maxsulot birligi soni, x_2 - ikkinchi mahsulot birligi soni), p_1- birinchi mahsulot bir-birligining bozor narxi, p_2 - ikkinchi mahsulot bir birligi bozor narxi, I - bu mahsulotlarni sotib olish uchun individning daromadi, $u(x_1, x_2)$ – individning foydalilik funksiyasi.

$u(x_1, x_2)$ foydalilik funksiyasining x_1, x_2 o'zgaruvchilar bo'yicha -tartibli xususiy hosilasi mos ravishda birinchi va ikkinchi mahsulotlarning eng ko'p foydaliligi deb aytiladi. 2.6-rasimdagi shtirixlangan uchburchak



2.6-rasm.

(x_1, x_2) iste'mol qilinadigan tovarlar to'plamidan iborat bo'lib, individ uchun ma'qul, ammo faqat (x_1^0, x_2^0) iste'mol qilinadigan to'plamda iste'molchi o'zining $u(x_1, x_2)$ foydalilik funksiyasini maksimallashtiradi. (x_1^0, x_2^0) nuqtada budjet chizig'i $p_1x_1 + p_2x_2 = I$ va befarqlik chizig'i kesishadi. $p_1x_1 + p_2x_2 = I$ bo'lganligi uchun (x_1^0, x_2^0) MDMning optimal

yechimi quyidagi shartli global ekstremum masalasi bilan ustma-ust tushadi:

$$p_1x_1 + p_2x_2 - I = 0 \qquad (21)$$

shart bajarilganda

$$u(x_1, x_2) \to \max \qquad (18)$$

Shunday qilib iste'molchining bozordagi hulq atvori masalasi MDM (18) (20) ko'rinishida hamda (18) (21) shartli ekstremum masalasi ko'rinishida tasvirlanishi mumkin ekan. Matematika nuqtayi nazaridan bular har xil masalalar, lekin ular bir xil yechimga egadir: (x_1^0, x_2^0) – iste'mol to'plami $u(x_1, x_2)$ foydalilik funksiyasini maksimallashtiradi va $p_1x_1 + p_2x_2 \le I$ budjet cheklanishlarini xuddi $p_1x_1^0 + p_2x_2^0 = I$ tenglama kabi qanoatlantiradi. 2.6 – rasmda, shuningdek, (x_1^0, x_2^0) nuqtada $u(x_1, x_2)$ foydalilik funksiyasi va $p_1x_1 + p_2x_2 \le I$ cheklanish funksiyasi gradiyentlari ko'rsatilgan: grad $u(x_1^0, x_2^0)$ va (p_1, p_2), bu gradiyentlar (x_1^0, x_2^0) nuqtalardan o'tuvchi bitta to'g'ri chiziqda yotadi, eslatib o'tilganidek, bu befarqlik chizig'i va byudjet chizig'ining (x_1^0, x_2^0) nuqtalaridagi kesishishiga ekvivalentdir. Yuqoridagilardan kelib chiqadiki, iste'molchining bozordagi xulh atvori aniq masalasini (18)-(20) ko'rinishidagi shartli ekstremum masalasidek yechish mumkin ekan. Agar MDM da barcha $f(x_1, x_2)$, $g_1(x_1, x_2), ..., g_m(x_1, x_2)$ funksiyalar chizihli bo'lsa, u holda chiziqli dasturlash masalasini (CHDM) hosil hilamiz. CHDM maksimumga, o'zgaruvchilar soni ikkita x_1, x_2 dan iborat bo'lganda quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \le b_1, \qquad (22.1)$$

$$\dots\dots\dots \qquad \dots\dots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 \le b_{1m} \qquad (22.m)$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0 \qquad (23)$$

shartlar bajarilganda

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 \to \max \qquad (24)$$

(CHDM standart ko'rinishda) boladi, yoki

$$a_{11}x_1 + ... + a_nx_n = b_1 \qquad (25)$$

$$a_{m1}x_1 + ... + a_{mn}x_n = b_m$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$
shartlar bajarilganda
$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 \to \max$$
(CHDM kanonik ko'rinishda) bo'lsin.

CHDM da $c_1, c_2, b_1, b_2, ..., b_m, a_{11}, a_{12}, ..., a_{m1}, a_{m2}$ lar berilgan.

O'zgaruvchilar soni n ta $x_1, ... x_n$ ta bo'lganda CHDM maksimum uchun
$$a_{11}x_1 + ... + a_{1n}x_n \le b_1 \quad (26.1)$$
$$.......................$$
$$a_{m1}x_1 + ... a_{mn}x_n \le b_m, \quad (26.m)$$
$$x_1 \ge 0, ..., x_n \ge 0, \quad (27)$$
shartlarda bajarilganda
$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 \to \max \quad (28)$$
(CHDM ning maksimum uchun standart shakli) boladi.
$$a_{11}x_1 + ... a_{1n}x_n = b_1, \quad (29.1)$$
$$.......................$$
$$a_{m1}x_1 + ... + a_{mn}x_n = b_m, \quad (29.m)$$
$$x_1 \ge 0, ..., x_n \ge 0$$
shartlar bajarilganda
$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 \to \max \quad (28)$$
bolsin. (CHDM kononik shaklda maksimum uchun, bu yerda m<n).

Quyidagi cheklanishlarda
$$a_{11}x_1 + ... + a_{1n}x_n \ge b_1$$
$$.......................$$
$$a_{m1}x_1 + ... a_{mn}x_n \ge b_m$$
$$x_1 \ge 0, ..., x_n \ge 0$$
maqsad funksiya $W = c_1x_1 + ... + c_nx_n \to \min$ bo'ladi.

(CHDM minumum uchun standart shaklda) yoki quyidagi
$$a_{11}x_1 + ... a_{1n}x_n = b_1$$
$$.................$$
$$a_{m1}x_1 + ... + a_{mn}x_n = b_m$$

$$x_1 \ge 0, ..., x_n \ge 0$$
shartlar bajarilganda
$$W = c_1x_1 + ... + c_nx_n \to \min$$
bo'ladi.

(CHDM minumum uchun kononik shaklda bu yerda $m<n$).

Quyidagi CHDM (minumumga standart shaklda)
$$a_{11}p_1 + ... + a_{1n}p_m \ge c_1,$$
$$.........................,$$
$$a_{1n}p_1 + ... + a_{mn}p_m \ge c_n,$$
$$p_1 \ge 0, p_2 \ge 0 ... p_m \ge 0$$
shartlar bajarilganda

$W = b_1p_1 + b_2p_2 + ... + b_mp_m \to \min$ boladi.

Bunday korinishdagi masala ***dastlabki masala*** atiluvchi (26), (27.1), ...(27m), (28) masala *ikkilangan* ***masala*** deb aytiladi.

II bobga doir topshiriqlar

Berilgan shartlarda funksiyaning:
1) Shartli ekstremum qiymatini oddiy usul bilan aniqlang;
2) Lagranj usuli orqali aniqlang.

Masala yechimini grafikda ko'rsating.

1. $x_1 + x_2 - 2 = 0;\ x_1 \ge 0;\ x_2 \ge 0;\ y = x_1^2 + 2x_2.$
2. $2x_1 - x_2 = 0;\ x_1 \ge 0;\ x_2 \ge 0;\ y = (1 - x_1) \cdot x_2.$
3. $x_1 + x_2 - 3 = 0;\ x_1 \ge 0;\ x_2 \ge 0;\ y = 3x_1^2 + 4x_2.$
4. $x_1 + x_2 - 3 = 0;\ x_1 \ge 0;\ x_2 \ge 0;\ y = x_1 + 2x_2 \to \max.$

Quyidagi chizihli dasturlash masalalarini yeching:

5. $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \le 12 \\ x_1 + 2x_2 \ge 8 \\ 0 \le x_1 \le 6 \\ 0 \le x_2 \le 5 \end{cases}$ cheklanishlarda $Z = 2x_1 + 5x_2 \to \max$ qiymatni aniqlang.

6. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \le 6 \\ -x_1 + x_2 \le 4 \\ -2x_1 + x_2 \le 0 \\ 0 \le x_1 \le 6 \\ x_2 \ge 2 \end{cases}$ cheklanishlarda $Z = x_1 - 3x_2 \to \min$

qiymatni aniqlang.

7. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 \ge 3 \\ 3x_1 - x_2 \le 0 \\ x_1 - x_2 \ge 3 \\ x_1 \ge 0, \ x_2 \ge 0 \end{cases}$ cheklanishlarda $Z = x_1 - 2x_2 \to \min$ qiymatni aniqlang.

8. $\begin{cases} x_1 + 4x_2 \le 8 \\ x_1 - 6x_2 \le 3 \\ 2x_1 - x_2 \ge 0 \\ x_1 + 2x_2 \ge 2 \\ 0 \le x_1 \le 4, \ x_2 \ge 0 \end{cases}$ cheklanishlarda

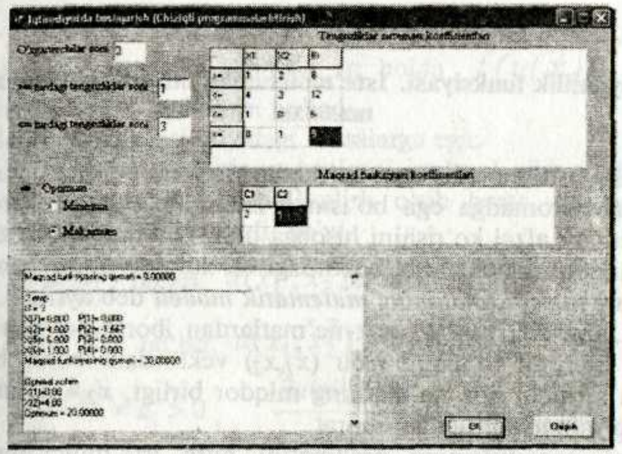
$Z = 2x_1 + 4x_2 \to \max$ qiymatni aniqlang.

Yuqorida keltirilgan 5-misolni (maqsad funksiya va cheklanishlar chiziqli bo'lganda) IMM amaliy dasturlar paketida quyidagicha yechish mumkin.

$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \le 12 \\ x_1 + 2x_2 \ge 8 \\ 0 \le x_1 \le 6 \\ 0 \le x_2 \le 5 \end{cases}$ cheklanishlarda $Z = 2x_1 + 5x_2 \to \max$

qiymatni aniqlang.

Yeching:



II bobga doir savollar

1. Qanday masala shartli ekstremum masalasi deyiladi?
2. Shartli va absalut ekstremum masalalarni solishtiring.
3. Lagranj funksiyasining ko'rinishini yozing.
4. Lokal shartli ekstremum uchun zaruriy shartni yozing (analitik shakli).
5. Lokal shartli ekstremum uchun zaruriy shartni ifodalang (geometrik shakli).
6. Matematik dasturlash masalasini formulasini yozing.
7. Chizihli dasturlash masalasi qanday yoziladi?
8. Ikkilangan masalaning ko'rinishini ifodalang.

3.1. Foydalilik funksiyasi. Iste'molchining bozordagi xulq-atvori masalasi

Aytaylik, iste'molchi noz-ne'matlarni sotib olishga to'liq sarf qiladigan K daromadga ega bo'lsin. Iste'molchi narx, daromad va o'zining nimani afzal ko'rishini hisobga olib, ma'lum miqdordagi noz-ne'matlarni sotib oladi uning bozordagi bu xulq-atvorining matematik modelini ***iste'molchi talabining matematik modeli*** deb aytiladi.

Avvalo, biz ikki turdagi noz-ne'matlardan iborat bo'lgan modelni qaraymiz. Iste'mol to'plami –bu (x_1,x_2) vektordan iborat bo'lib, x_1 koordinata birinchi noz-ne'matning miqdor birligi, x_2 - ikkinchi noz-ne'matning miqdor birligidan iborat.

Iste'mol nazariyasining predmetini bitta iste'molchining xulq-atvori tashkil qilib, bunga iste'molchi shaxsiy budjetining ratsional taqsimlanishi nuqtayi nazaridan qaraladi.

Bu muammoni birinchi marotaba Shveysariyalik iqtisodchi Leon Valras (1834 - 1910) ishlab chiqqan. Avvalo, biz ikki turdagi noz-ne'matlardan iborat bo'lgan modelni qaraymiz. Iste'molchining talabi afzallik munosabati orqali xarakterlanadi. Afzallik munosabatining mohiyati quyidagidan iborat. Iste'molchiga ikki tovardan bittasi ma'qul yoki ularning ikkalasining ham farqi bo'lmasligi mumkin. Afzallik munosabatini ko'rish uchun quyidagi belgilashlarni kiritamiz: $X=(x_1,x_2)$ tovarlar assortimentining iste'mol rejasi, bu yerda x_i - i-turdagi mahsulotning (i=1,2) miqdori, $X \in R_+^n$ - n o'lchovli vektor fazo, $x \in X$.

Afzallik munosabati tranzitiv, ya'ni agar $X=(x_1,x_2)$ to'plam $U=(u_1,u_2)$ to'plamdan afzalroq bo'lsa, va o'z navbatida $U=(u_1,u_2)$ to'plam $Z=(z_1,z_2)$ to'plamdan afzalroq bo'lsa, u holda $X=(x_1,x_2)$ to'plam $Z=(z_1,z_2)$ to'plamdan afzal bo'ladi.

Iste'mol to'plami (x_1,x_2)da $u(x_1,x_2)$ funksiya aniqlangan bo'lsa, bu funksiya ***iste'molchining foydalilik funksiyasi*** deb aytiladi. (x_1,x_2) dagi $U(x_1,x_2)$ ning qiymati bu to'plam uchun individuumning iste'mol bahosiga teng. Agar individuum berilgan (x_1,x_2) to'plamni iste'mol qilsa, (x_1,x_2) to'plamning iste'mol bahosi $u(x_1,x_2)$ ning ***individuum talabini qondirish darajasi*** deb aytiladi. Har bir iste'molchi o'zining foydalilik funksiyasiga ega. Agar X to'plam U to'plamdan afzalroq bo'lsa, u holda $U(X) \supset U(Y)$ bo'ladi.

Agar X to'plamda $u(x_1,x_2)$ foydalilik funksiyasi bo'lsa, $f(u(x))$ qat'iy qavariq funksiya bo'lsa, u holda $f(u(x))$ ham X to'plamda foydalilik funksiyasi bo'ladi.

Foydalilik funksiyasi quyidagi xossalarga ega:

1) Doimiy ravishda bir mahsulotni iste'mol qilib turib, boshqa bir turdagi mahsulotni iste'mol qilish o'sib borsa, bu hol istemol bahosining o'sishiga olib keladi, ya'ni.

agar $x_1^2 > x_1^1$ bo'lsa, $u(x_1^2,x_2) > u(x_1^1,x_2)$,

agar $x_2^2 > x_2^1$ bo'lsa, $u(x_1,x_2^2) > u(x_1,x_2^1)$,

1') $\dfrac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_1} = u_1' > 0$, $\dfrac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_2} = u_2' > 0$ bo'lsin.

1') xossadan 1) xossa kelib chiqadi.

Birinchi darajali xususiy hosila mahsulotlarning ***eng ko□p foydaliligi*** deb aytiladi. u_1'- birinchi mahsulotning eng ko'p foydaliligi, u_2' - ikkinchi mahsulotning eng ko'p foydaliligi. Eng ko'p foydalilik uchun $M_1 u(x_1,x_2)$, $M_2 u(x_1,x_2)$ belgilari ham ishlatiladi.

2)agar har qanday mahsulotni iste'mol qilish hajmi oshsa, u holda uning eng ko'p foydaliligi kamayadi (bu xossa eng ko'p ***foydalilikning kamayish qonuniyati*** deb aytiladi).

2') $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = u_{11}'' < 0$, $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = u_{22}'' < 0$ bo'lsin.

2') xossadan 2) xossa kelib chiqadi.

3) agar ikkita mahsulotdan birortasining miqdori oshsa, unda har bir mahsulotning eng ko'p foydaliligi ham oshadi. U holda miqdori fiksirlangan mahsulot deyarlik taqchil bo'lgan bo'ladi. Shuning uchun, uning har bir qo'shimcha birligi samarali iste'mol qilinadi. Bu xossa barcha turdagi mahsulotldar uchun ham bajarilavermaydi. Misol uchun agar mahsulotlar bir - birining o'rnini to'liq bossa bu xossa bajarilmaydi, lekin bu holat befarqlik chizig'iining pastga qavariqligini ta'minlaydi.

$$3')\ \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} = u_{12}'' = \frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_1} = u_{21}'' > 0 \text{ bo'lsin.}$$

3') xossadan 3) xossa kelib chiqadi.

Birinchi(ikkinchi) mahsulotning eng ko'p foydaliligi deganda

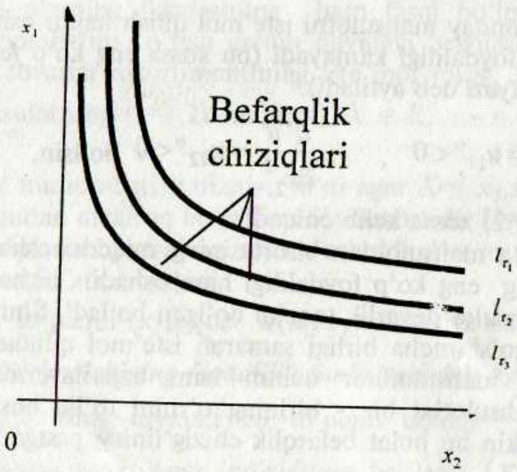
$$M_1 u(x_1, x_2) = u(x_1 + 1, x_2) - u(x_1, x_2) \quad (M_2 u(x_1, x_2) = u(x_1, x_2 + 1) - u(x_1, x_2))$$

$$M_1 u(x_1, x_2) = u(x_1, x_2) - u(x_1 - 1, x_2) \quad (M_2 u(x_1, x_2) = u(x_1, x_2) - u(x_1, x_2 - 1))$$

farqni tushuniladi.

Individning talabini bir xil darajada qanoatlantiruvchi (x_1, x_2) iste'mol to'plamlarini birlashtiruvchi chiziq ***befarqlik chizig'i*** deb ayitiladi. Befarqlik chizig'i foydalilik funksiyasi darajasi chizig'i sifatida ham qaraladi. Befarqlik chiziqlari to'plamiga ***befarqlik chiziqlari kartasi*** deb ham aytiladi.

Har xil darajadagi talablarni qondirishga mos keluvchi befarqlik chiziqlari o'zaro kesishmaydi. Agar l_{τ_2} befarqlik chizig'i l_{τ_2} chizig'idan yuqorida joylashgan bo'lsa, u holda $\tau_3 > \tau_2$. Yuqorida joylashgan befarqlik chizig'i talabni qondirishning yuqori darajasiga mos keladi.



3.1- rasm

1) -3 shartlardan kelib chiqadiki, befarqlik chizig'i kamayuvchi va koordinata boshiga nisbatan qavariqdir. Buni tushuntirish uchun $u(x_1, x_2)$ funksiyaning differensialini qaraymiz:

$$du(x_1, x_2) = u_1' dx_1 + u_2' dx_2 = 0 \Rightarrow \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{u_1'}{u_2'} < 0 \qquad (1)$$

hosilasi manfiy, shuning uchun ham kamayuvchi. $x_2(x_1)$ ning ikkinchi tartibli xosilasi

$$d\left(\frac{dx_2}{dx_1}\right) / dx_1 = \frac{u_{11}'' \cdot u_2' - u_1' \cdot u_{21}''}{(u_2')^2} > 0$$

bundan befarqlik chizig'ining pastga qavariqligi kelib chiqadi.

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{u_1'}{u_2'},$$

bundan

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -tg\varphi \approx -tg\alpha = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$$

ni yozish mumkin.

(1) ga asosan $-\dfrac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \approx \dfrac{u_1'}{u_2}$ kelib chiqadi.

$-\dfrac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$ munosabat individ agar ozining talabini qondirilish darajasini ozgartirmasdan, bir maxsulotni iste'mol qilishni bir birlikka kamaytirib(oshirib), ikkinchi mahsulotni iste'mol qilishni qanchaga oshirishi(kamaytirishi)ni korsatadi. Buni 3.2-rasmdagi grafikda korsatilgan.

Shuning uchun $-\dfrac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$ munosabatni (x_1, x_2) iste'mol toplamida bir tovarni ikkinchi tovar bilan ***almashtirish normasi*** deb aytiladi.

Foydalilik funksiyasiga quyidagi funksiyani misol qilib olish mumkin:

$$u(x_1, x_2) = a_1 \log(x_1 - \overline{x}_1) + a_2 \log(x_2 - \overline{x}_2),$$

bu yerda

$$a_1 > 0, a_2 > 0, x_2 > \bar{x}_2 \ge 0, x_1 > \bar{x}_1 \ge 0.$$

Haqiqatan ham,

birinchi tartibli xosilasi $u_1' = \dfrac{a_1}{x_1 - \bar{x}_1} > 0$, $u_2' = \dfrac{a_2}{x_2 - \bar{x}_2} > 0$ boladi;

ikkinchi tartibli xosilasi $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = -\dfrac{a_1}{(x_1 - \bar{x}_1)^2} < 0$, $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = -\dfrac{a_2}{(x_2 - \bar{x}_2)^2} < 0$

boladi.

Bu funksiya uchun uchinchi xossa bajarilmaydi.

3.2. Iste'molchi talabining modeli

Bu model bilan tanishish uchun iste'molchining bozordagi ratsional xulq atvori masalasini qaraymiz. Bu masalada iste'molchi (x_1, x_2) iste'mol toplamidan shunday bir (x_1^0, x_2^0) toplamni tanlaydiki, bu toplam berilgan budjet cheklanishlarida uning foydalilik funksiyasini maksimallashtiradi.

Budjet cheklanishi deganda, uning mahsulotlarga sarf qilinadigan pul mablag'i daromad mablag'idan oshmasligi kerakligi tushuniladi, ya'ni $p_1 x_1 + p_2 x_2 \le I$ bolib, bu yerda p_1, p_2 lar birinchi va ikkinchi mahsulotlarning bir birligining, mos ravishdan bozor narxlaridan iborat. p_1, p_2, I miqdorlar berilgan.

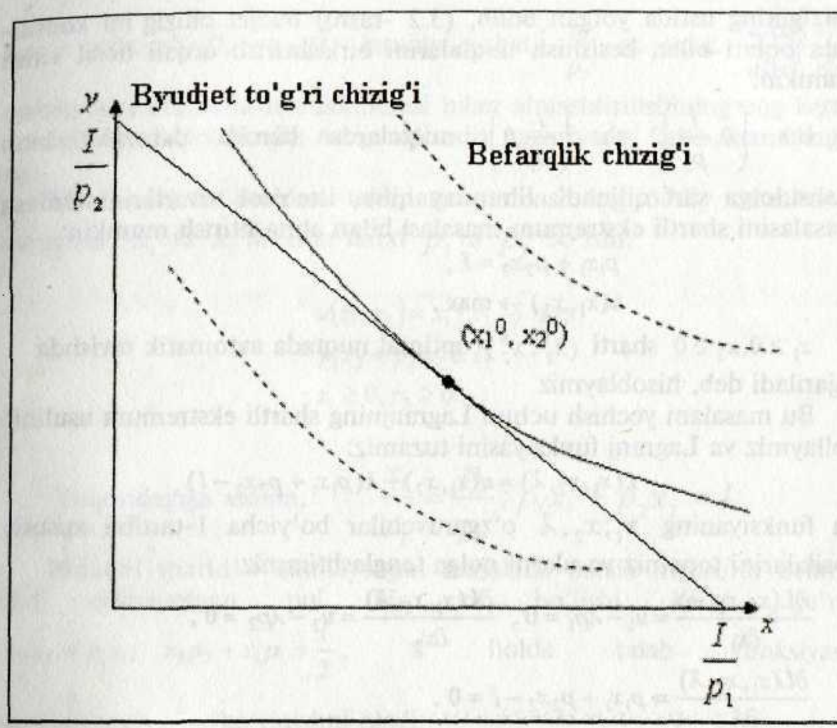
Iste'mol tovarlarini tanlash masalasi quyidagicha ifodalanadi:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \le I,$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

shartlarda $u(x_1, x_2) \to \max$ bo'ladi.

Mumkin bolgan toplam budjet chizig'i va koordinata oklari bilan chegaralangan uchburchakdan iborat boladi.



3.2-rasm

Bu toplamda foydalilikning maksimal darajasi bilan befarqlik chizig'ida yotuvchi nuqtani topish talab qilinadi. Bu nuqtani qidirish jarayonini grafikda bu chiziqlar umumiy nuqtaga ega bolguncha foydalilikning eng yuqori darajasiga ketma-ket otish orqali korsatish mumkin.

3.3. Iste'molchining bozordagi ratsional xulq - atvori masalasini yechish

Bu masalaning yechimi hisoblanuvchi (x_1^0, x_2^0) to'plamni iste'molchi uchun optimal yoki iste'molchining ***lokal bozor muvozanati*** deb atash qabul qilingan. Foydalilik funksiyasini maksimallashtiradigan (x_1^0, x_2^0) toplam, budjet cheklanishlarini $p_1 x_1 + p_2 x_2 = I$ tenglamaga aylantirishi kerak. Grafikda masalaning (x_1^0, x_2^0) yechimi byudjet chizigining ustida yotgan bolib, (3.2 -rasm) budjet chizig'ini koordinata oqlari bilan kesishish nuqtalarini birlashtirish orqali hosil kilish mumkin.

Bu $\left(0,\frac{I}{p_2}\right)$ va $\left(\frac{I}{p_1},0\right)$ nuqtalarda barcha daromad bitta mahsulotga sarf qilinadi. Shunday qilib, iste'mol tovarlarini tanlash masalasini shartli ekstremum masalasi bilan almashtirish mumkin:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = I\,,$$
$$u(x_1, x_2) \to \max\,.$$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ sharti (x_1^0, x_2^0) optimal nuqtada avtomatik ravishda bajariladi deb, hisoblaymiz.

Bu masalani yechish uchun Lagranjning shartli ekstremum usulini qollaymiz va Lagranj funksiyasini tuzamiz:

$$L(x_1, x_2, \lambda) = u(x_1, x_2) + \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - I)\,,$$

bu funksiyaning x_1, x_2, λ o'zgaruvchilar bo'yicha 1-tartibli xususiy xosilalarini topamiz va ularni nolga tenglashtiramiz:

$$\frac{\partial L(x_1,x_2,\lambda)}{\partial x_1} = u_1' - \lambda p_1 = 0\,,\quad \frac{\partial L(x_1,x_2,\lambda)}{\partial x_2} = u_2' - \lambda p_2 = 0\,,$$
$$\frac{\partial L(x_1,x_2,\lambda)}{\partial \lambda} = p_1x_1 + p_2x_2 - I = 0\,.$$

Hosil qilingan uch noma'lumli uchta tenglama sistemasidan λ ni yoqotib, x_1, x_2 noma'lumlardan iborat ikkita tenglama sistemasini hosil qilamiz:

$$u_1' - \lambda p_1 = u_2' - \lambda p_2\,;\qquad \frac{u_1'}{u_2'} = \frac{p_1}{p_2}\,;\qquad p_1x_1 + p_2x_2 = I$$

Bu sistemaning (x_1^0, x_2^0) yechimi Lagranj funksiyasining qishartirilgan kritik nuqtasidan iborat. (x_1^0, x_2^0) yechimni tenglamaning chap tomoniga ho'ysak, $\frac{u_1'(x_1^0,x_2^0)}{u_2'(x_1^0,x_2^0)} = \frac{p_1}{p_2}$ ni hosil qilamiz. Bu degan so'z, (x_1^0, x_2^0) nuqtada individning lokal bozor muvozanati $u_1'(x_1^0,x_2^0)$ va $u_2'(x_1^0,x_2^0)$ eng ko'p foydalilik nisbati $\frac{u_1'(x_1^0,x_2^0)}{u_2'(x_1^0,x_2^0)}$ - bu mahsulotlarning

bozor narxlari p_1 va p_2 larning nisbati $\frac{p_1}{p_2}$, ga teng. $\frac{u_1'(x_1^0,x_2^0)}{u_2'(x_1^0,x_2^0)}$ nisbati birinchi mahsulot ikkinchisi bilan almashtirilishining eng katta normasidan iboratdir. Bu natija iqtisodiy nazariyada katta ahamiyatga ega.

Misol. Ikkita iste'mol tovarlarini tanlashning oddiy masalasini qaraymiz. x_1 va x_2 tovarlar narxi p_1 va p_2 bo'lsin.

$$u(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2 \to \max,$$
$$p_1x_2 + p_2x_2 \leq I,$$
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Yuqoridagiga asosan, $\frac{x_1}{x_2} = \frac{p_1}{p_2}$; $p_1x_1 + p_2x_2 = I$.

Birinchi shartdan qaralayotgan masalada ikkala mahsulot uchun sarf qilinayotgan pul bir xil bo'lishi kerak, ya'ni $p_2x_2 = p_1x_1$; $x_2p_2 + x_1p_1 = \frac{I}{2}$, u holda talab funksiyasi $x_1 = \frac{I}{2p_1}; x_2 = \frac{I}{2p_2}$ ko'rinishni oladi.

Shunday qilib, har bir mahsulotga xarajat iste'molchi umumiy daromadining yarmini tashkil qiladi. Kerak bo'lgan mahsulot miqdorini aniqlash uchun unga sarf qilinadigan pulni uning narxiga bo'lish kerak ekan.

Tovarlar to'plamini quyidagi sinflarga bo'lish mumkin:

a) Arzon va qimmatbaho tovarlar;
b) Bir-birining o'rnini bosuvchi;
c) Bir- birining o'rnini to'ldiruvchi.

1-ta'rif Agar $\frac{\partial x_2^0}{\partial k} > 0$ bo'lsa, X_2 tovarni qimmatbaho deb ataymiz, va aksincha, agar $\frac{\partial x_2^0}{\partial k} \leq 0$ bo'lsa, X_2 tovarni arzon deymiz.

Bundan kelib chiqadiki, narx-navo oshganda arzon tovarga talab albatta ko'payadi.

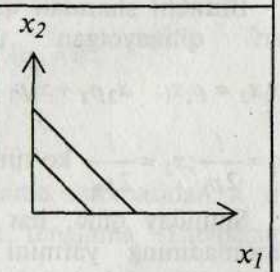
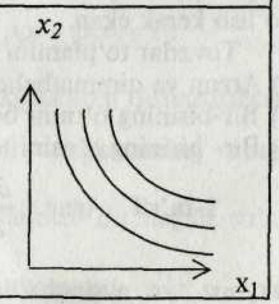
2-tarif. Agar $\left(\dfrac{\partial x_1^0}{\partial p_2}\right)_{-"mp} > 0$ bo'lsa, 1- va 2-tovarlar bir-birining ***o'rnini bosuvchi*** deb aytiladi, ya'ni daromad o'zgarishini qoplash paytida, 2-tovarning narxi oshganda, 1-tovarga talab oshadi.

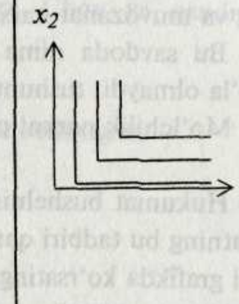
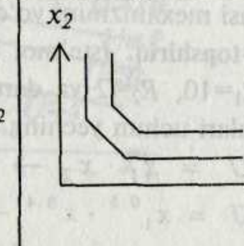
Bunga kofe va choyni misol qilish mumkin.

3-tarif. Agar $\left(\dfrac{\partial x_1^0}{\partial p_2}\right)_{comp} < 0$ bo'lsa, 1 va 2-tovarlar bir-birining o'rnini bosuvchi deyiladi, ya'ni 1-tovarga talab o'ssa, 2-tovarga ham talab o'sadi. Misol choy bilan shakar.

3.1 - jadvalda foydalilik funksiyalarining turlari va grafiklari keltirilgan:

3.1.- jadval

N	Funksiyalar nomi	Funksiya turi	Grafigi
1	Bir-birini o'rnini to'liq bosuvchi funksiyalar	$U=b_1x_1+b_2x_2$	
2	Foydalilik funksiyasining klassik bo'lmagan turi	$U=x_1^{b1}x_2^{b2}$ $(b_1+b_2\leq 1)$	

3	Bir-birining o'rnini to'liq to'ldiruvchi funksiyalar	$U=min\left(\dfrac{x_1}{b_1}, \dfrac{x_2}{b_2}\right)$	
4	Bir-birining o'rnini bosuvchi va to'ldiruvchi funksiyalarning aralash turi	$U=U_1+U_2$ $\begin{cases} x_1 \geq b_1u_1 + c_1u_2 \\ x_2 \geq b_2u_2 + c_2u_2 \end{cases}$	

III bobga doir topshiriqlar

3.1-topshiriq. Don birjasida talab va taklif quyidagi ma'lumotlar bilan xarakterlanadi:

T/r	Talab (ming bushel)	Narx 1 bushel (dol.)	Taklif (ming bushel)	Mo'lchilik (+) Taqchillik (-)
1	85	3,40	72	
2	80	3,70	73	
3	75	4,00	75	
4	70	4,30	77	
5	65	4,60	79	
6	60	4,90	81	

Bu ma'lumotlar uchun quyidagilarni bajaring:

1. XOY sistemasida talabni X, 1 bushelning narxini Y bilan belgilab, talab va taklif egri chiziqlarini chizing.

2. Bozoridagi talab va taklifning muvozanat miqdorini aniqlang va muvozanat narxini toping.

3. Bu savdoda nima uchun 3,2 dol. va 4,9 dol. muvozanat narxi bo'la olmaydi, tushuntiring.

4. Mo'lchilik narxni oshiradimi yoki kamaytiradimi, tushuntirib bering.

5. Hukumat bushelning narxini, aytaylik, 3,7 dol. deb belgiladi. Hukumatning bu tadbiri qanday ta'sir qildi?

Buni grafikda ko'rsating. Bunga hukumatni nima majbur qildi?

6. Qonun orqali narxning belgilanishi uning muvozanat funksiyasi mexanizmini yo'q qiladi. Shuni isbot qiling.

3.2-topshiriq. Iste'mol tovarlarini tanlash masalasini mahsulotlar narxi R_1=10, R_2=2 va daromad I=60 bo'lganda quyidagi foydalilik funksiyalari uchun yeching.

1) $U = x_1 \cdot x_2 \rightarrow$ max;

2) $U = x_1^{0.5} \cdot x^{0.4} \rightarrow$ max;

3) $U = (x_1 - 1)^{\frac{1}{4}} \cdot (x_2 - 3)^{\frac{3}{4}} \rightarrow$ max;

4) $U = 5(4 - x_1)^2 + (20 - x_2)^2 \rightarrow$ min.

Har bir masala uchun mumkin bo'lgan to'plamni va befarqlik chizig'ini chizing.

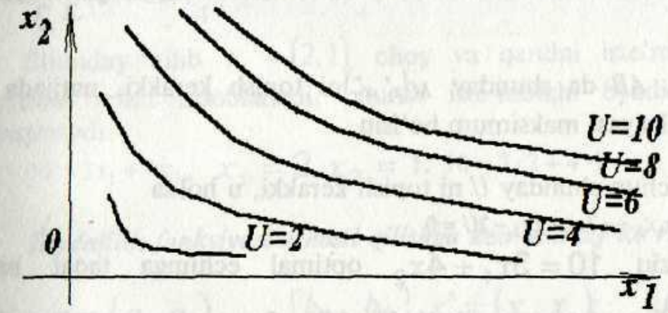
3.3 – topshiriq. a) $x_1 o x_2$ koordinata sistemasida foydalilik funksiyasini to'plamini ifodalang. Foydalilik funksiya ko'rinishi dan iborat. Bu yerda $a = (k\ k)$; $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$; $x' = (x_1\ x_2)$,

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} b_{11} = 1 & b_{12} = k \\ b_{21} = k & b_{22} = k-1. \end{matrix}$$

b) $x_1 o x_2$ tekisligida byudjet chizig'ini hosil qiling. $d = 4,8,10$ lar uchun $d = 3x_1 + 4x_2$ ni hisoblang.

v) Choy va qand bozorida iste'molchi $(20 + k)$ budjet bilan bu tovarlarni olishi kerak, 1 kg choyning narxi 3 shartli birlikda, qandniki 4 shartli birlikda (sh.b.) ekanligi ma'lum. Choy va qandni sotib olishning optimal rejasini toping.

Eslatma. Bu masalaning echilishi ilovada keltirilgan.



k - talabaning jurnal bo'yicha tartib raqami.

g) grafikda taqriban $10 = 3x_1 + 4x_2$ befarqlik chizig'i uchun optimal bo'lgan toping.

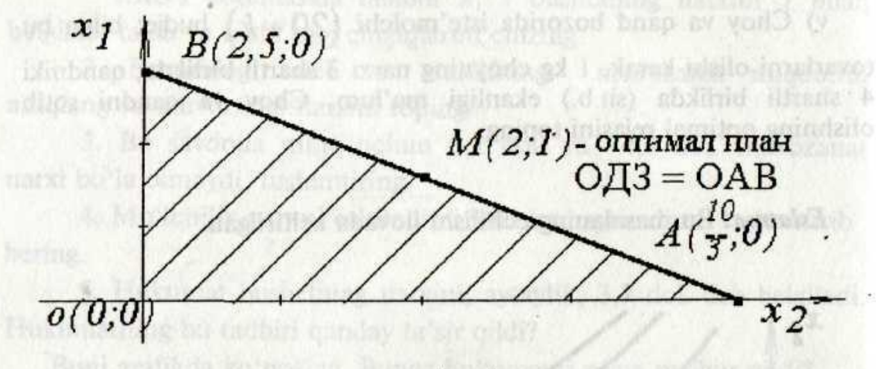
d) masalani yechilishiga ilova

Echilishi: Bu masalaning 1-variant uchun yechilish ketma-ketligi keltirilgan. Bu erda x_1 – choy, x_2- gand, budjet 10 sh.b ga teng.

1-qadam. Foydalilik funksiyasi ko'rinishi:

$$U = [11]\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{2}[x_1 x_2]\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = x_1 + x_2 + \frac{1}{2}\left[x_1^2 + x_2^2 + 6x_1x_2\right].$$

2-qadam. $10 = 3x_1 + 4x_2$ byudjet chizig'ini hosil qiling.



3-qadam. *AB* da shunday $M(x_1^*,x_2^*)$ni topish kerakki, natijada *U* foydalilik funksiyasi maksimum bo'lsin.

Buning uchun shunday *U* ni topish kerakki, u holda

$$x_1^2+x_2^2+6x_1x_2++2x_1+2x_2-2U=0$$

egri chiziq $10=3x_1+4x_2$ optimal echimga faqat bitta $M(x_1^*,x_2^*)$ nuqtada ega bo'ladi. $10=3x_1+4x_2$ tenglamadan $x_2=(10-3x_1)\frac{1}{4}$ ni aniqlab, bu qiymatni egri chiziq tenglamasiga qo'yganimizda

$$x_1^2+(10-3x_1)^2\frac{1}{16}+6x_1(10-3x_1)\frac{1}{4}+2x_1+2(10-3x_1)\frac{1}{4}=0$$

$47x_1{}^2-188x_1+(32U-180)=0$ bo'ladi. Bu tenglama 1 ta ildizga ega bo'lgani uchun shunday *U* ni topish kerakki, natijada *D* = 0 bo'lsin:

$D=188^2-4\cdot47\cdot(32U-180)=0$, bundan $U=\frac{23}{2}$; $U^*=\frac{23}{2}$ bo'lganda biz uning foydalilik funksiyasini hosil qilamiz:

$$\frac{23}{2}=U=x_1+x_2+\frac{1}{2}\left(x_1^2+x_2^2+6x_1x_2\right),$$

bu $10=3x_1+4x_2$ byudjet chizig'iga teguvchi grafikka ega.

Endi

$\frac{23}{2}=x_1+x_2+\frac{1}{2}\left(x_1^2+x_2^2+6x_1x_2\right)$ va $10=3x_1+4x_2$

egri chiziqning $x^*=(x_1^*,x_2^*)$ urinish $M(x_1^*,x_2^*)$ nuqtasini topamiz. Buning uchun quyidagi kvadrat tenglamani yechamiz:

$$47x_1^2-188x_1+\left(32\frac{23}{2}-180\right)=0;$$

$$47x_1^2-188x_1+188=0;\ \text{bundan}\ x_1^*=\frac{188+0}{2\cdot47}=2.$$

$x_2=(10-3x_1)\frac{1}{4}=(10-3\cdot2)\frac{1}{4}=1$ dan foydalanib x_2^* ni topamiz.

Shunday qilib $x^*=(2,1)$ choy va qandni iste'mol qilishning optimal rejasi hisoblanadi, chunki iste'molchi byudjetdan chetga chiqmaydi.

$10=3x_1+4x_2$, $x_1=2, x_2=1$: $10=3\cdot2+4\cdot1$

Foydalilik funksiyasini hosil qilishga doir uslubiy ko'rsatma.

$$a=(a_1,a_2),\quad B=\begin{bmatrix}b_{11}&b_{12}\\b_{21}&b_{22}\end{bmatrix}\quad x'=(x_1,x_2);\quad x=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}$$

uchun foydalilik funksiyasini hosil qiling. Foydalilik funksiyasining ko'rinishi

$$U=ax+\frac{1}{2}x'Bx=(a_1\ a_2)\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}+\frac{1}{2}(x_1\ x_2)\begin{bmatrix}b_{11}&b_{12}\\b_{21}&b_{22}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix},$$

bu yerda $(a_1\ a_2)\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}=a_1x_1+a_2x_2$

$$[x_1x_2]\begin{bmatrix}b_{11}&b_{12}\\b_{21}&b_{22}\end{bmatrix}=\left[(x_1b_{11}+x_2b_{21})(x_1b_{12}+x_2b_{22})\right].$$

$$\left[(x_1b_{11}+x_2b_{21})(x_1b_{12}+x_2b_{22})\right]\cdot\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}=x_1(x_1b_{11}+x_2b_{21})+$$

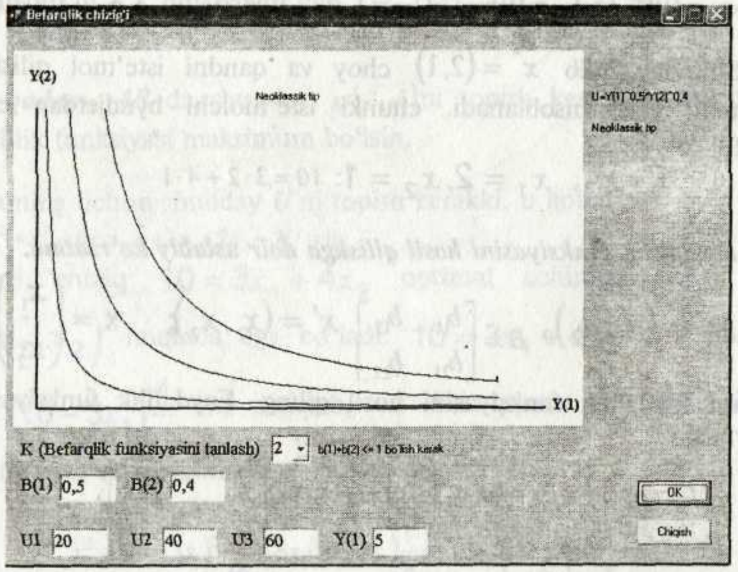
$$+x_2(x_1b_{12}+x_2b_{22})=x_1^2b_{11}+x_2^2b_{22}+x_1x_2(b_{21}+b_{12})$$

Ya'ni $U = a_1x_1 + a_2x_2 + \frac{1}{2}\left(x_1^2b_{11} + x_2^2b_{22} + x_1x_2\left(b_{21} + b_{12}\right)\right)$

3.2-topshiriqni foydalilik funksiyasi

$$U = x_1^{0.5} \cdot x^{0.4} \rightarrow \max$$

bolgan hol uchun IMM amaliy dasturlar paketidan foydalanib befarqlik chizig'ini hosil qiling.



3.1 - bobga doir savollar

1. Afzallik munosabati nimani anglatadi?
2. Foydalilik funksiyasi qaysi xossalarga ega?
3. Eng ko'p foydalilik nima va qanday ifodalanishi?
4. Iste'mol nazariyasi masalalari modellarini ifodalang.
5. Qaysi modellashtirish usullarini iste'mol nazariyasi masalalarida qo'llash mumkin?
6. Iste'molchining talabi qachon optimal bo'ladi? Model ko'rinishini yozing.

7. Talab funksiyasi nima?
8. Tovar qachon eng qimmat va eng arzon tovar deb aytiladi?
9. Tovarlar qachon bir-birining o'rnini bosuvchi va bir-birining o'rnini to'ldiruvchi deb aytiladi?
10. Iste'mol tovarlarini tanlash masalasidagi budjet cheklanishi, nima uchun optimal nuhtada tenglama ko'rinishida bo'ladi?

IV bob. ISHLAB CHIQARISHNI MODELLASHTIRISH

4.1. Ishlab chiqarish funksiyalari tushunchasi

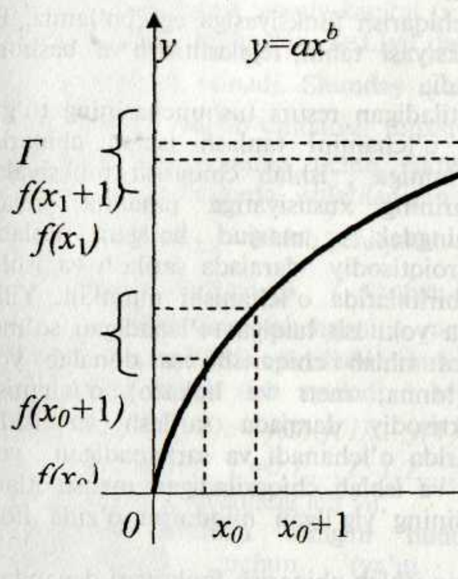
Ishlab chiqarish funksiyalari bu shunday funksiyaki, unda erkli o'zgaruvchilar sarf qilinadigan yoki ishlatiladigan resurslar qiymatlari hajmini qabul qiladi, erksiz o'zgaruvchi esa ishlab chiqariladigan mahsulot qiymatlari hajmini qabul qiladi.

$$Y = f(x) \qquad (1)$$

(1) formulada x ($x \geq 0$) va u($u \geq 0$) lar sonli miqdorlardir, ya'ni $f(x)$ funksiya bitta x o'zgaruvchidan iborat bo'lgan funksiyadir. Shuning uchun ishlab chiqarish funksiyasi bir resursli yoki faktorli deyiladi, uning aniqlanish sohasi manfiy bo'lmagan haqiqiy sonlar to'plamidan iboratdir. $Y = f(x)$ ifoda agar resurs x birlikda sarf qilinsa yoki ishlatilsa, mahsulot $Y = f(x)$ birlikda ishlab chiqariladi, degan so'z. f belgi erkli o'zgaruvchi $\boldsymbol{x}$ va erksiz o'zgaruvchi $\boldsymbol{y}$ larni bir biriga bog'laydi. Mikroiqtisodiy nazariyada agar resurs $\boldsymbol{x}$ miqdorda sarf qilinsa yoki ishlatilsa, u holda $\boldsymbol{y}$ mahsulot ishlab chiqarishning mumkin bo'lgan maksimum hajmidan iborat bo'ladi. Makroiqtisodiyotda esa bunday tushuncha unchalik to'g'ri bo'lmaydi, chunki iqtisodiyoning tuzilmali birliklari orasida resurlarni turlicha taqsimlashdan ishlab chiqarish ko'p ham bo'lishi mumkin.

Misol. Ishlab chiqarish funksiyasi $f(x) = a \cdot x^b$ ko'rinishida bo'lsin, bu yerda x sarf qilinayotgan resurs miqdori (o'g'it miqdori bo'lsin), $f(x)$ esa yetishtiriladigan mahsulot hajmi (sotishga tayyorlangan paxta miqdori). a va b lar ishlab chiqarish funksiyalarining parametrlari. Bu yerda a va b lar musbat bo'lib, $b \leq 1$.

$f(x) = a \cdot x^b$ ishlab chiqarish funksiyasining grafigi 4.1-rasmda berilgan.



4.1-rasm

$f(x)$ grafikdan ko'rinib turibdiki, x resursning sarfini oshirish bilan y ishlab chiqarish hajmi ortadi, lekin qo'shimcha har bir birlik resurs y ishlab chiqariladigan mahsulot hajmining o'sishiga kam miqdorda ta'sir qiladi.

Ishlab chiqarish funksiyalari ko'p sohalarda ishlatilishi mumkin. «Xarajat-ishlab chiqarish» tamoyilini mikro va makroiqtisodiy darajada ham amalga oshirish mumkin. Avvalo mikroiqtisodiy darajada qaraymiz. Yuqorida qaralgan $Y = ax^v$ ishlab chiqrish funksiyasi alohida olingan korxona (firma) da yil davomida sarflanadigan yoki ishlatiladigan x resurs bilan shu korxona (firma) ning yillik mahsulot ishlab chiqarishi Y orasidagi bog'lanishni ifodalashda ishlatilishi mumkin. Bu yerda ishlab chiqarish tizimi sifatida alohida olingan korxona (firma) ishtirok etganligi uchun biz mikroiqtisodiy ishlab chiqarish funksiyasini hosil qildik. Mikroiqtisodiy ishlab chiqarish tizimi sifatida tarmoqlar, tarmoqlararo ishlab chiqarish komplekslari qatnashishi mumkin. Mikroiqtisodiy ishlab chiqarish funksiyasi asosan tahlil, rejalashtirish va shuningdek, prognoz masalalarini yechishda qo'llaniladi.

Ishlab chiqarish funksiyasi mamlakat miqyosida yillik mehnatning sarfi va shu mamlakatda yillik mahsulotni ishlab chiqarish orasidagi bog'lanishni ifodalashi mumkin. Bu yerda ishlab chiqarish tizimi sifatida butun bir mamlakat qatnashayotganligi uchun makroiqtisodiy daraja va makroiqtisodiy ishlab chiqarish funksiyasiga ega bo'lamiz. Bu yerda ham ishlab chiqarish funksiyasi tahlil, rejalashtirish va bashorat masalalarini echishda qo'llaniladi.

Sarf qilinadigan yoki ishlatiladigan resurs tushunchasining to'g'ri sharxi, shuningdek, ularning o'lchamini tanlash ishlab chiqarish tizimlarining xarakteri va ko'lamiga , ishlab chiqarish funksiyalari orqali yechiladigan masalalarining xususiyatiga (analitik, rejaga asoslangan, prognozli) shuningdek, mavjud bo'lgan daslabki ma'lumotlarga bog'liqdir. Mikroiqtisodiy darajada sarflash va ishlab chiqarish natural va qiymat birliklarida o'lchanishi mumkin. Yillik mehnat sarflari odam-soatlarda yoki ish haqiga to'lanadigan so'mda o'lchanishi mumkin; mahsulot ishlab chiqarish esa donalab yoki boshqa natural o'lchamda (tonna, metr va hokazo) o'lchanishi mumkin. Ma'lumki makroiktisodiy darajada sarflash va ishlab chiqarish qiymat ko'rsatgichlarida o'lchanadi va sarflanadigan yoki ishlatiladigan resurslar hajmi va ishlab chiqariladigan mahsulotlarni ularning narxiga ko'paytmasining yig'ilgan miqdorini o'zida ifoda etadi.

Bir necha o'zgaruvchilarning ishlab chiqarish funksiyasi deganda – $x_1, x_2,..x_n$ erkli o'zgaruvchilar sarf qilinadigan yoki ishlatiladigan resurslar hajmi qiymatlarini qabul qilib, funksiyaning qiymatlari esa ishlab chiqarish hajmi miqdori ma'nosini anglatadi:

$$y=f(x_1, x_2,...x_n) \qquad (2)$$

(2) formulada $y(y\geq 0)$ – skalar, x-esa vektor miqdor, $x_1, x_2,...x_n$ – vektorning koordinatlari, ya'ni $f(x_1,x_2,...x_n)$ funksiyasi ko'p resursli yoki ko'p faktorli ishlab chiqarish funksiyasi deb aytiladi. (2) ni $f(x_1, x_2,...x_n, a)$ deb yozilsa to'g'riroq bo'ladi, bu yerda a-ishlab chiqarish funksiyasining vektor parametrlari.

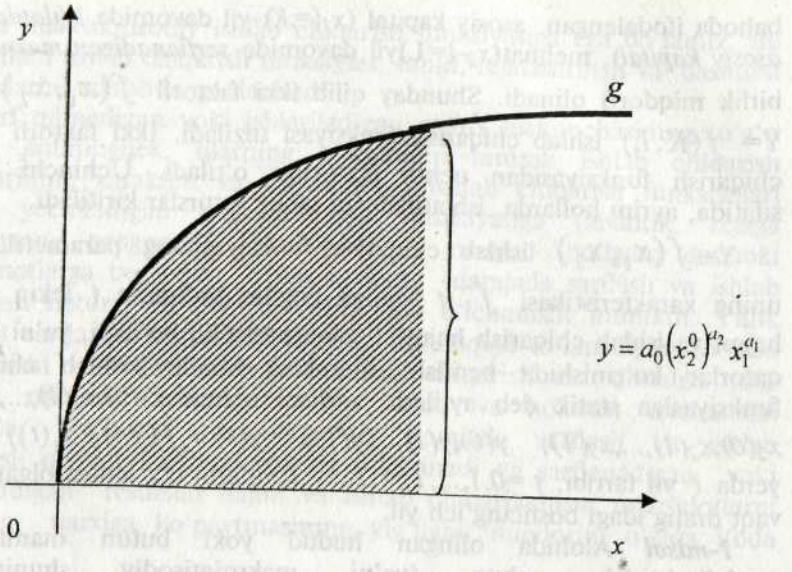
$x_1\geq 0, x_2\geq 0....x_n\geq 0$ ning ma'nosi, ko'p faktorli ishlab chiqarish funksiyasi $f(x_1, x_2,...x_n)$ ning aniqlanish sohasi n-o'lchovli x vektorlar to'plamidan iborat bo'lib, barcha $x_1, x_2,...x_n$ koordinatlar manfiy bo'lmagan sonlardan iborat, demakdir.

Bir turdagi mahsulot ishlab chiqaruvchi alohida olingan korxona uchun $f(x_1,x_2,...x_n)$ ishlab chiqarish funksiyasi ishlab chiqarish hajmini turli xildagi mehnat faoliyatlari bo'yicha mehnat, har xil xom ashyolar, energiya, asosiy kapital sarflari bilan bog'laydi. Bunday turdagi ishlab chiqarish funksiyasi korxona (firma) ning ishlab turgan texnologiyasinixa rakterlaydi. Butun bir mamlakat uchun ishlab chiqarish funksiyalarini tuzish paytida Y yillik ishlab chiqarish miqdori sifatida odatda o'zgarmas, joriy bo'lmagan baholarda hisoblanadigan mamlakatning mahsulotlari majmui olinadi, resurs sifatida, odatda,

bahoda ifodalangan asosiy kapital (x_1(=K)-yil davomida *ishlatiladigan asosiy kapital*), mehnat(x_2-(=L)yil davomida *sarflanadigan mexnatning* birlik miqdori) olinadi. Shunday qilib ikki faktorli $f(x_1, x_2)$ yoki Y= $f(K,L)$ ishlab chiqarish funksiyasi tuziladi. Ikki faktorli ishlab chiqarish funksiyasidan uchta faktorliga o'tiladi. Uchinchi faktor sifatida, ayrim hollarda, ishlatiladigan tabiiy resurslar kiritiladi.

Y= $f(x_1, x_2)$ ishlab chiqarish funksiyasining parametrlari va uning xarakteristikasi f t vaqtga bog'liq bo'lmasa (lekin resurs hajmi va ishlab chiqarish hajmi t vaqtga bog'liq bo'lishi, ya'ni davriy qatorlar ko'rinishida berilishi mumkin) bunday ishlab chiqarish funksiyasiga statik deb aytiladi. Misol uchun $x_1(0),x_1(1),...,x_1(T)$; $x_2(0),x_2(1),...,x_2(T)$; $y(0),y(1),...,y(T)$; $y(t) = f(x_1(t), x_2(t))$. Bu yerda t yil tartibi, $t=0,1,...,T$; 1,2,..., T yillarni o'z ichiga olgan $t=0$ vaqt oralig'idagi boshlang'ich yil.

1-misol Alohida olingan hudud yoki butun mamlakatni modellashtirish uchun (ya'ni makroiqtisodiy shuningdek, mikroiqtisodiy darajadagi masalani yechish uchun) ko'pincha $y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2}$ ko'rinishdagi ishlab chiqarish funksiyasidan foydalaniladi. Bu yerda a_0, a_1, a_2 lar ishlab chiqarish funksiyasining parametrlari. a_1, a_2 lar musbat o'zgarmaslar bo'lib, $a_1 + a_2 = 1$ bo'ladi. Bu keltirilgan funksiya Kobba-Duglasning ishlab chiqarish funksiyasi deb aytiladi. Bu funksiyani 1929 yilda amerikalik ikki iqtisodchi qo'llashga taqdim qilgan. Kobba-Duglas funksiyasi o'zining tuzilishining oddiyligi bilan turli xildagi nazariy va amaliy masalalarni yechishda qo'llanilib kelmoqda. Bu funksiya *multiplikativ* ishlab chiqarish funksiyalari sinfiga kiradi. 4.2-rasmda Kobba-Duglas funksiyasi grafigi keltirilgan: G chizig'idan ko'rinib turibdiki, birinchi turdagi resurs sarf-xarajatlarini oshirish bilan y ishlab chiqarish ham o'sadi, lekin birinchi resursning har bir qo'shimcha birligi y ishlab chiqarishning kam miqdorda o'sishini ta'minlaydi. Bu holatni quyidagicha izohlash mumkin. Agar ishchi xodimlarning soni va malakasi o'zgarmasdan, ularga xizmat qiladigan dastgohlar soni ikki marotiba oshirilsa, albatta y ishlab chiqarishni ikki marotabaga oshirmaydi.



4.2- rasm.

2-misol. Chiziqli ishlab chiqarish funksiyasi ko'rinishi: $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$ (ikki faktorli) va $y = a_0 + a_1x_1 + ... + a_nx_n$ (ko'p faktorli) dan iborat. Bu funksiya esa additiv ishlab chiqarish funksiyalari sinfiga kiradi. Multiplikativ ishlab chiqarish funksiyalaridan additivga o'tish logarifmlash operasiyasi orqali amalga oshiriladi. Ikki faktorli multiplikativ ishlab chiqarish funksiyasi $y = a_0x_1^{a_1}x_2^{a_2}$ uchun additivga o'tish: $ln y = ln a_0 + a_1 ln x_1 + a_2 ln x_2$ ko'rinishda bo'ladi. $\ln y = w,\ \ln x_1 = v_1,\ \ln x_2 = v_2$ belgilashlarni kiritsak, quyidagi additiv ishlab chiqarish funksiyasini hosil qilamiz:

$$w = \ln a_0 + a_1v_1 + a_2v_2$$

Ishlab chiqarish funksiyalarining xossalari

Ishlab chiqarish funksiyalariga nisbatan iqtisodiy asoslarga ega bo'lgan quyidagi taxminlar qilinadi:

1.Biron-bir resurs ishlatilmasdan qolsa ham ishlab chiqarish mavjud bo'lmaydi, yani

$$\begin{cases} f(0, x_2) = 0, \\ f(x_1, 0) = 0 \end{cases}$$

2. Resurslar xarajatini oshirish bilan mahsulot ishlab chiqarish kamaymaydi, yani $Y=f(x_1,x_2)$ kamaymaydigan funksiya. Buni matematik holda quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \geq 0 \qquad (i=1,\ 2)$$

3. Boshqa turdagi resurslar miqdorini oshirmasdan bitta resurs sarf-xarajatini oshirishdan har bir qo'shimcha i –turdagi birlik resurs hisobiga ishlab chiqarish miqdori oshmaydi, ya'ni

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} \leq 0 \qquad (i=1,\ 2)$$

4. Ishlab chiqarish funksiyasi bir jinslidir, ya'ni

$$f(tx_1, tx_2) = t^p f(x_1, x_2) \qquad (3)$$

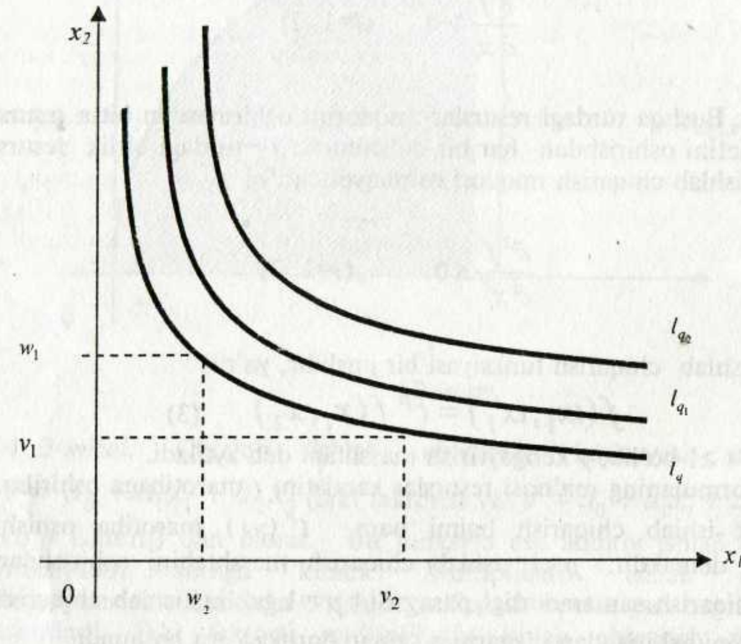
bu yerda t ≥1 bo'lib, y kengaytirish masshtabi deb aytiladi.

(3) formulaning ma'nosi resurslar xarajatini t marotibaga oshirilsa, mahsulot ishlab chiqarish hajmi ham $t^p\ (>t)$ marotiba oshishi mumkin demakdir. $p<1$,ishlab chiqarish masshtabini oshirishdan ishlab chiqarish samaradorligi pasayadi. $p=1$ bo'lsa, ishlab chiqarish masshtabini oshirishdan o'zgarmas samaradorlikga ega bo'linadi.

$y = a_0x_1^{a_1}x_2^{a_2}$ $\quad a_1 + a_2 = 1$ funksiya uchun 1-4 xossa bajariladi. $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 \quad (a_0 > 0, a_1 > 0, a_2 > 0)$ ishlab chikarish funksiyasi uchun 1-xossa $(a_0 = 0)$ bolganda va 4-xossa bajarilmaydi.

$q = f(x_1,x_2)$ (q > 0 - haqiqiy son) darajadagi l_q chiziqlar to'plamiga mos keluvchi $y = f(x_1, x_2)$ ishlab chiqarish funksiyasi ishlab chiqarish funksiyasining *izokvantasi* deb aytiladi. Boshqacha aytganda p shunday darajadagi nuqtalar to'plami, unda ishlab chiqarish o'zgarmas bo'lib, u p ga teng.

Bitta l_q izokvantga qarashli bo'lgan turli (v_1,v_2) va (w_1,w_2) to'plam sarflanadigan (ishlatiladigan) resurslari (ya'ni $q=f(v_1,v_2)=f(w_1,w_2)$) bir turdagi p ishlab chiqarish hajmini beradi. Izokvant – bu OX_1X_2 ikki o'lchovli tekislikning musbat qismida joylashgan chiziqdir.



4.3-rasm

4.3-rasmda lq_1 ва lq_2 Kobba –Duglas ishlab chiqarish funksiyalarining izokvantlari berilgan. Rasmdan ko'rinib turibdiki, lq_1 ga nisbatan «shimoli sharqroqda» joylashgan lq_2 ga katta ishlab chiqarish hajmi mos keladi (ya'ni $q_2 > q_1$). Agar ishlatiladigan asosiy kapital cheksiz o'ssa (ya'ni $x_1=K\to\infty$), 4.3 – rasmdan ko'rinib turibdiki, mehnat xarajatlari cheksiz kamayadi (ya'ni $x_2=L\to+0$). Xuddi shunday $(x_2=L\to+\infty)$ bo'lsa, u holda $(x_1=K\to+0)$ bo'ladi.

Ishlab chiqarish funksiyalarining marjinal va o'rtacha qiymatlari

$Y=f(x)=f(x_1,x_2)$ ishlab chiqarish funksiyasi berilgan bolsin.

$A_i=\dfrac{f}{x_i}$ – miqdor i– esursning o'rtacha samaradorligi yoki i-resurs boyicha o'rtacha ishlab chiqarish deb aytiladi.

$M_i=\dfrac{\partial f}{\partial x_i}$ – miqdor i– esursning marjinal (eng katta) samaradorligi yoki i-resurs boyicha eng kop ishlab chiqarish deb aytiladi.

Eng kop ishlab chiqarish korsatkichi boshqa sarf qilinadigan resurslar hajmini ozgartirmasdan i-turdagi resurs xajmini bir birlikka oshirganda ishlab chiqarish hajmi qancha birlikka oshishini korsatadi.

4.1-Misol. $y=a_0x_1^{a_1}x_2^{a_2}$ ishlab chiqarish funksiyasi uchun A_1, A_2, M_1 va M_2 larni aniqang.

$$A_1=\frac{y}{x}=\frac{f(x)}{x_1}=a_0x_1^{a_1-1}\cdot x_2^{a_2};$$

$$A_2=\frac{y}{x}=\frac{f(x)}{x_1}=a_0x_1^{a_1}\cdot x_2^{a_2-1};$$

$$M_1=\frac{\partial f(x)}{\partial x_1}=a_1\cdot A_1;$$

$$M_2=\frac{\partial f(x)}{\partial x}=a_2\,A_2$$

$$\frac{M_1}{A_1}=a_1\le 1\Rightarrow M_1\le A_1;\quad \frac{M_2}{A_2}=a_2\le 1\Rightarrow M_2\le A_2.$$

$y=f(x)$ ishlab chiqrish funksiyasi uchun $M_i\le A_i$ $(i=1,2)$ bajariladi, ya'ni i-turdagi resursning *eng kop samaradorligi o'rtacha samaradorlikdan* katta emas.

4.2-misol. $y=a_0+a_1x_1+a_2x_2(a_0>0,a_1>0,a_2>0)$ additive ishlab chiqrish funksiyasi uchun A_1, A_2, M_1 va M_2 larni aniqlang.

Masalani yechish.

$$A_2=\frac{y}{x_2}=\frac{f(x)}{x_2}=\frac{a_0}{x_2}+a_1+a_1\frac{x_1}{x_2}+a_2;$$

$$M_1=\frac{\partial f(x)}{\partial x_1}=a_1,\quad M_2=\frac{\partial f(x)}{\partial x_2}=a_2;$$

$$\frac{M_1}{A_1}\le 1\Rightarrow M_1\le A_1;\quad \frac{M_2}{A_2}\le 1\Rightarrow M_2\le A_2.$$

$Y=f(x)$ $x=(x_1,x_2)$ funksiya ishlab chiqarish funksiyasi bo'lsin.

Eng kop ishlab chiqarish M_i ning uning urtacha ishlab chikarishi A_i ga nisbati *i*-resurs bo'yicha *ishlab chiqarishning elastikligi* deb aytiladi.

$$E_i=\frac{M_i}{A_i}=\frac{x_i}{f(x_1,x_2)}\cdot\frac{\partial f}{\partial x_i}$$

$E_1+E_2=E_x$ *ishlab chiqarishning elastikligi* deb aytiladi.

Δx_i ning kam miqdorda aylanishidan quyidagi takribiy tenglamani hosil qilamiz:

$$E_i=\left(\frac{\partial f(x)}{\partial x_i}\right)/\left(\frac{\partial f(x)}{x_i}\right)\approx\left(\frac{\Delta_i f(x)}{f(x)}\right)/\left(\frac{\Delta x_i}{x_i}\right)$$

E_i miqdor, agar *i*-turdagi resurs boshka turdagi resurslar hajmini uzgartirmasdan bir foizga oshirilsa, Y ishlab chikarishning necha foizga, ozgarishini korsatadi.

4.3-misol. Kobba-Duglas funksiyasi uchun E_1,E_2,E_x larni hisoblang.

$E_1=a_1, E_2=a_2;$

$E_x=E_1+E_2=a_1+a_2;$

4.4-misol.

$$E_1=\frac{x_1}{f(x)}\frac{\partial f(x)}{\partial x_1}=\frac{a_1x_1}{a_1x_1+a_2x_2};\quad E_2=\frac{x_1}{f(x)}\frac{\partial f(x)}{\partial x_2}=\frac{a_2x_2}{a_1x_1+a_2x_2};$$

$E_x=E_1+E_2=1.$

$Y=f(x)$, $x=(x_1,x_2)$ funksiya ishlab chiqarish funksiyasi bo'lsin. *i*-turdagi resursni *j*-turdagi resurs bilan almashtirishning eng katta normasi deb quyidagi ifodaga aytiladi:

$$R_{ij}=-\frac{dx_j}{dx_i}\quad (i,j=1,2)\qquad (4)$$

bu yerda *i* −almashtiriladigan resurs, *j* −almashadigan.

Y ishlab chiqarish ozgarmas bolsin. U holda uning differensiali nolga teng boladi:

$$0=dy=\frac{\partial f(x)}{\partial x_1}dx_1+\frac{\partial f(x)}{\partial x_2}dx_2.$$

Bundan birinchi differensial dx_j ni topsak,

$$dx_j=-\frac{\frac{\partial f(x)}{\partial x_i}}{\frac{\partial f(x)}{\partial x_j}}dx_i\quad (\mathrm{i,j}=1,\ 2)\qquad (5)$$

hosil buladi. Uni dx_i ga bolib quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{dx_j}{dx_i}=-\frac{\frac{\partial f(x)}{\partial x_i}}{\frac{\partial f(x)}{\partial x_j}}\quad (\mathrm{i,j}=1,\ 2)\qquad (6)$$

(4),(5),(6) lar asosida kuyidagi xosil buladi:

$$R_{ij}=-\frac{dx_j}{dx_i}=\frac{\frac{\partial f(x)}{\partial x_i}}{\frac{\partial f(x)}{\partial x_j}}>0\quad (i\ne j,i=1,2)\qquad (7)$$

Ikki faktorli ishlab chiqarish funksiyasi uchun quyidagi tenglik orinliligini korish qiyin emas:

$$R_{12} = \frac{E_1}{E_2}\frac{x_2}{x_1}.$$

Y ishlab chiqarish ozgarmas bolganda quyidagini hosil qilamiz:

$$R_{12} = -\frac{dx_2}{dx_1} \approx \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \qquad (8)$$

R_{12} resurslarning ornini bosish normasi , agar birinchi resurs sarfi bir birlikka kamayganda ikkinchi resurs sarfining (ishlab chikarish ozgarmas bolganda) qancha birlikka osishini korsatadi.

4.5-misol. Kobba-Duglas funksiyasi uchun R_{12} va R_{21} larni toping.

Misol yechimi:

$$R_{12} = \left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right) / \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right) = \frac{a_1}{a_2}\frac{x_2}{x_1}; \; R_{21} = \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right) / \left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right) = \frac{a_2}{a_1}\frac{x_1}{x_2}.$$

4.6-misol. $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 (a_0 > 0,\; a_1 > 0,\; a_2 > 0)$ funksiyasi uchun R_{12} va R_{21} larni toping.

Misol yechimi:

$$R_{12} = \left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right) / \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right) = \frac{a_1}{a_2}; \; R_{21} = \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right) / \left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right) = \frac{a_2}{a_1}.$$

4.7-misol. $f = 2x_1 + 3x_2$ berilgan bo'lsin.

Bu yerda R_{ij} ni topadigan bo'lsak:

$$R_{ij} = \frac{\partial f}{\partial x_1} : \frac{\partial f}{\partial x_2} = \frac{2}{3}$$

hosil bo'ladi.

Bundan kelib chiqadiki, 1 resursning 2 birligi 2 resursning 3 birligining o'rnini bosadi.

4.2. Ishlab chiqarishni optimallashtirish tushunchasi

Firmaning aniq bir davrdagi (misol uchun, ma'lum bir yil uchun) *R daromadi (tushumi)* deb firma ishlab chiqargan umumiy mahsulot hajmi U ni p_0 (bozor) narxiga ko'paytmasiga aytiladi.

Firmaning S *xarajati* deb, firmaning ma'lum bir davrdagi barcha turdagi xarajatlari $C = p_1x_1 + p_2x_2$, ga aytiladi, bu yerda x_1 va

x_2 – lar firmaning sarf qiladigan (ishlatadigan) resurslari hajmi (ishlab chiqarish faktorlari), p_1 va p_2 – bu resurslarning bozor bahosi (ishlab chiqarish faktori).

Firmaning ma'lum bir davrdagi *PR foydasi* deb firmaning R daromadi va S xarajatlari orasidagi farqqa aytiladi:

$$PR = R - C$$

yoki

$$PR(x_1, x_2) = p_0 f(x_1, x_2) - (p_1x_1 + p_2x_2).$$

Ohirgi tenglama firmaning sarf qilinadigan (ishlatiladigan) resurslar termini orqali ifodalangan foydasidan iboratdir. $y = f(x_1, x_2)$ - firmaning ishlab chiqarish funksiyasidan iboratdir. Firma tomonidan ishlab chiqariladigan mahsulotning umumiy hajmi Y ning sarf qilinadigan (ishlatiladigan) resurslar hajmi x_1 va x_2 lar orqali ifodasidir.

Firmalar nazariyasida agar firma sharoitida faoliyat ko'rsatayotgan bo'lsa, u p_0, p_1 va p_2 bozor narxlariga ta'sir o'tkaza olmaydi, balki bu narxlar bilan «kelishadi».

Firmaning asosiy *maqsadi* sarf qilinadigan (ishlatiladigan) resurslarini rasional taqsimlash orqali foydani *maksimallashtirishdan* iboratdir. Aniq bir davrdagi foydani maksimallashtirish masalasi *PR→max* dan iboratdir.

Bunday maksimallashtirish masalasining qo'yilishi qanday aniq vaqt oralig'i (uzoq muddatli yoki qisqa muddatli) qaralishiga bog'liqdir.

Uzoq muddatli oraliqda firma sarf xarajatlar fazosidan ixtiyoriy $X=(x_1,x_2)$ vektorni erkin tanlashi mumkin. Shuning uchun ham bunday holatda foydani maksimallashtirish masalasi $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ shartlarda

$$p_0 f(x_1, x_2) - (p_1x_1 + p_2x_2) = PR(x_1, x_2) \to \max$$

dan iboratdir.

Qisqa muddat oralig'ida firma o'zi sarf qiladigan (ishlatadigan) resurslar hajmining qat'iy cheklanganligini hisobga olishi kerak. Buni quyidagicha ifodalash mumkin:

$g(x_1, x_2) \leq b$ (bu cheklanishlar bir nechta bo'lishi mumkin.)

Qisqa muddat uchun chiziqli dasturlash maslasi:

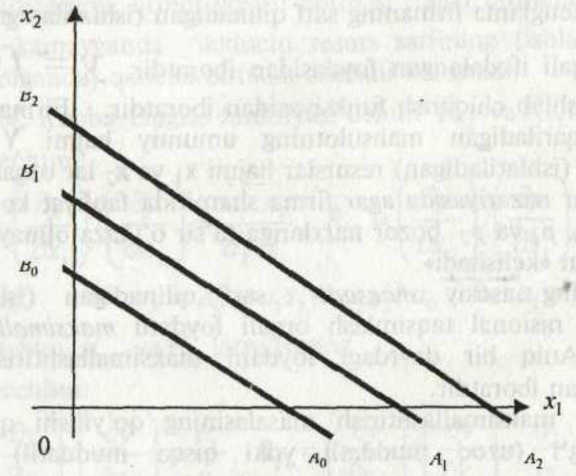
$$g(x_1, x_2) \leq b, \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

shartlar bajarilganda

$$p_0 f(x_1,x_2)-(p_1x_1+p_2x_2)=PR(x_1,x_2)\to \max$$

dan iboratdir.

$z = p_1x_1 + p_2x_2$ ishlab chiqarish xarajatlari funksiyasi darajasini ifodalovchi chiziqqa *izokostlar* deb aytiladi.



Izokost $0X_1X_2$ tekisligining musbat qismida joylashgan to'g'ri chiziq qesmalaridan iboratdir. Shunday qilib, izokostlar bular A_0B_0, A_1B_1, A_2B_2,...(4.4.-rasmga qarang.) kesmalardir. A_0B_0, A_1B_1, A_2B_2 kesmalar paralelldir. A_0B_0 kesmadan «shimoli –sharqroqda» joylashgan A_1b_1 kesma sarf xarajatlarning katta qismiga mos keladi. Haqiqatan ham A_2b_2 kesma uchun C ishlab chiqarish xarajatlari C_2 ga teng, A_1B_1 kesma uchun C ishlab chiqarish xarajatlari C_1 ga teng, A_0V_0 kesma uchun S ishlab chiqarish xarajatlari S_0 ga teng, u holda $C_0< C_1< C_2$. Buning teskarisi ham o'rinli. A_0B_0 kesma uchun quyidagini yozish mumkin:

$$C_0 = p_1x_1 + p_2x_2,\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,$$

A_1B_1 kesma uchun

$$C_1 = p_1x_1 + p_2x_2,\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$$

A_2B_2 kesma uchun

$$C_2 = p_1x_1 + p_2x_2,\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$$

4.2. ga doir topshiriqlar

1-topshiriq.

Quyidagi ishlab chiqarish funksiyalari uchun quyidagilarni bajarish kerak:

a) *i*-turdagi resursning eng ko'p samaradorligini hisoblang:

$$M_i = \frac{\partial y}{\partial x_i} \quad (i=1,2);$$

b) *i*-turdagi resursning o'rtacha samaradorligini hisoblang:

$$A_i = \frac{y}{x_i} \quad (i=1,2);$$

v) *i* - turdagi resursni ishlab chiqarishning elastiklik koeffitsientini hisoblang:

$$E_i = \frac{\chi_i}{\gamma}\cdot\frac{\partial\gamma}{\partial\chi_i} \quad (i=1,2).$$

g) *i* – turdagi resursni *j*- turdagi resurs bilan almashtirishning eng katta normasini toping:

$$R_{ij} = \frac{\partial Y}{\partial X_i}\Big/\frac{\partial Y}{\partial X_j}$$

1. $\gamma = \chi_1^{0,5}\chi_2^{0.2}$
2. $\gamma = (2,5)^{\chi_1\chi_2}$
3. $\gamma = (\chi_1^{0.22}+2,5)\chi_2^{0.25}$
4. $\gamma = (\chi_1+k)^{0,5}\chi_2^{0.02}$
5. $\gamma = 2,3^{\chi_1\chi_2}$
6. $\gamma = \sqrt{(3\chi_1+5)\chi_2}$
7. $\gamma = \chi_1^{\frac{1}{2}} + 2,7\chi_2^{\frac{1}{3}}$

8. $\gamma = (3\chi_1 + k)^{0.5} / (2\chi_2)$

9. $\gamma = \chi_2(\chi_1 + k)$

10. $\gamma = (3\chi_1 + k)^{0.05} \quad \chi_2$

2-topshiriq.

Fermer xo'jaliklaridagi yalpi mahsulotning ishlab chiqarish funksiyasi Kobb-Duglass funksiyasi orqali modellashtirilgan:

$$Y = b \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2},$$

bu yerda y - yalpi mahsulot narxi (mln.so'm);

x_1 - barcha vositalar narxi; x_2 - ishchilar soni (odam.soat).

b, a_1, a_2 larni topish kerak.

4.2.1-jadval

Y	2,8	2,9	3,1	3,8	5,1	7,1
x_1	0,7	0,8	0,8	0,9	1,3	8,2
x_2	38+k	43+k	48+k	50+k	68+k	73+k

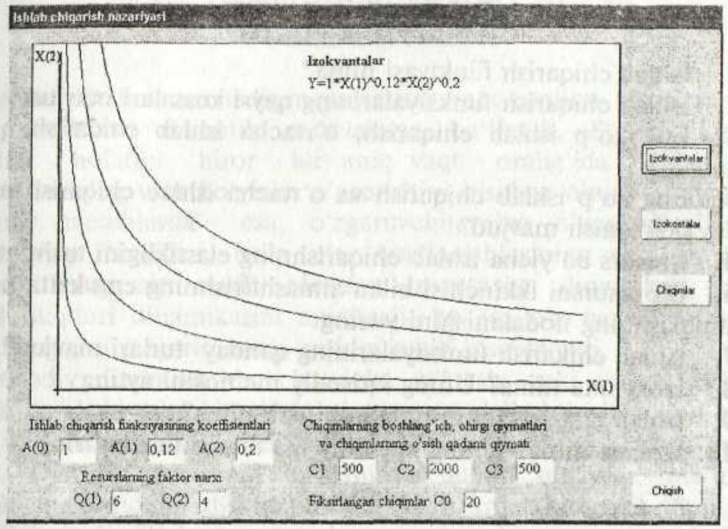
4.2.1- jadvaldan:

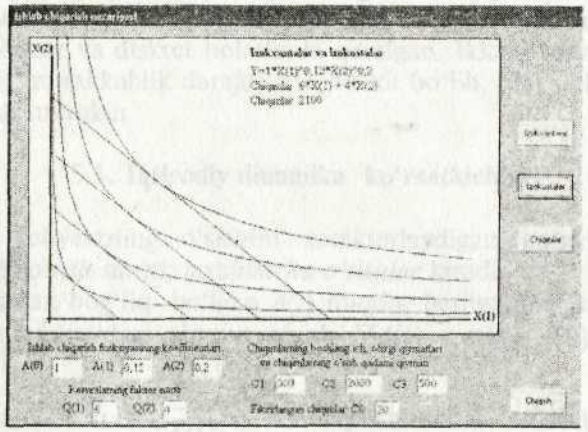
a) x_1, x_2 larning unumdorligini;

b) elastiklik koeffitsintini;

d) samaradorlik masshtabini;

$\gamma = \chi_1^{0,12} \chi_2^{0.2}$ misolni IMM dasturidan foydalanib izokvantasi va izokostlarini hosil qilish mumkin.





4- bobga doir savollar

1. Ishlab chiqarish funkiyasi nima?
2. Ishlab chiqarish funksiyalarining qaysi xossalari mavjud?
3. Eng ko'p ishlab chiqarish, o'rtacha ishlab chiqarish qanday aniqlanadi?
4. Eng ko'p ishlab chiqarish va o'rtacha ishlab chiqarish orasida qanday bog'lanish mavjud?
5. i-resurs bo'yicha ishlab chiqarishning elastikligini tushuntiring.
6. Bir resursni ikkinchisi bilan almashtirishning eng katta normasini aniqlashning ifodalanishini yozing.
7. Ishlab chikarish funksiyalarining qanday turlari mavjud?
8. Izokvanta nima? Uning iqtisodiy ma'nosini ayting.
9. Ishlab chiqarishni optimallashtirish nima?
10. Izokost nima? Uning iqtisodiy ma'nosini tushuntiring.

V bob. IQTISODIY DINAMIKA VA UNI MODELLASHTIRISH

Iqtisodiyot fani yechadigan masalalar vaqt omilini hisobga olgan holda statik va dinamik masalalarga bo'linadi. Statika iqtisodiy obyektlar holatini biror bir aniq vaqt oralig'ida qarab, ular parametrlarining vaqt bo'yicha o'zgarishini hisobga olmay o'rganadi. Dinamik masalalarda esa, o'zgaruvchilarning o'zaro bog'lanishi nafaqat vaqt bo'yicha, balki ular bog'lanishlarining vaqt bo'yicha o'zgarishi ham aks etadi. Masalan investitsiya dinamikasi mos kapital miqdori dinamikasini aniqlaydi, bu esa o'z navbatida ishlab chiqarish hajmi o'zgarishining muhim omili hisoblanadi.

Iqtisodiy dinamika vaqt bo'yicha uzluksiz yoki diskret bo'lgan holda qaralishi mumkin. Uzluksiz vaqt modellashtirish uchun qulay bo'lib, differensial hisob va differensial tenglamalarni qo'llashga imkon beradi. Diskret vaqt ham qo'llanilish uchun qulaydir, ma'lumki statistik ma'lumotlar diskret bo'lib, ular aniq bir vaqt oralig'iga qarashli bo'ladi. Diskret vaqt uchun tenglamalar ayirmasi ishlatiladi. E'tibor beradigan bo'lsak, ko'pchilik tanish bo'lgan iqtisodiy dinamik modellar uzluksiz va diskret holatlarda qaralgan. Ikkala variantda ham modellarning murakkablik darajasi ma bir xil bo'lib, ular uchun bir xil natijalar olish mumkin.

5.1. Iqtisodiy dinamika ko'rsatkichlari

Iqtisodiy obyektning o'sishini xarakterlaydigan ko'rsatkichlarga *absolut o'sish, o'sish surati, qo'shimcha o'sishlar* kiradi.

Agar vaqtdan bog'liq bo'lgan $A(t)$ miqdor berilgan bo'lsa, u holda 0 va 1 vaqt oralig'idagi absolut o'sish $\nabla A(1) = A(1) - A(0)$ ga teng.

o'sish surati $\eta_1 = \dfrac{A(1)}{A(0)}$, qo'shimcha o'sish sur'ati

$\alpha_1 = \eta_1 - 1 = \dfrac{A(1) - A(0)}{A(0)}$ formulalar orqali ifodalanadi.

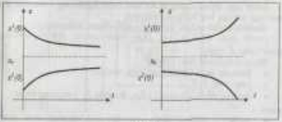
Agar qo'shimcha o'sish sur'ati α vaqt bo'yicha o'zgarmas bo'lsa, u holda $A(t)$ dinamik ko'rsatkich $A(t) = A(0)(1+\alpha)^t$ ko'rinishda ifodalanadi.

Agar $A(t)$ vaqtning uzluksiz funksiyasidan iborat bo'lsa, uning doimiy sur'atlagi o'sishi $A(t)=A(0)*e^{\lambda t}$ ko'rinishda yoziladi. Bu yerda $e\approx 2,72$ – natural logarifmga asoslangan. λ – uzluksiz o'sish sur'ati. $\lambda(t)=\frac{dA(t)}{A(t)*dt}$ orqali hisoblanadi.

5.2. Iqtisodiyotda dinamik muvozanat tushunchasi. Muvozanatning oddiy modeli.

Iqtisodiy nazariyada muvozanat eng asosiy tushunchalardan hisoblanib, bunda obyekt o'zining holatini tashqi ta'sirsiz saqlaydi. Iqtisodiy dinamika masalalari muvozanat holatiga kelish va shuning bilan birga tashqi ta'sir ostida bu holatdan boshqa holatga o'tishni ham ifodalashni o'z ichiga oladi. Oddiy iqtisodiy sistemani muvozanat holatida va bu sistemaning harakatini uzluksiz hamda diskret holatlarda qaraymiz. Birinchi holatda sistemaning dinamikasi differensial tenglama bilan ifodalansa, ikkinchisida tenglamalar ayirmasi yordamida ifodalanadi. Differensial tenglama ko'rsatgichning o'zgarishini uning harakat tezligi x_t' bilan bog'laydi. x ko'rsatkichning o'zgarish tezligi uning x_e muvozanat qiymatidan chetga chiqish miqdoriga proporsionaldir. Boshqacha so'z bilan aytganda ko'rsatgich muvozanat qiymatidan qancha ko'p chetga chiqsa, u unga tezroq qaytishga intiladi. Agar tenglamada x ning vaqt bo'yicha faqat birinchi hosilasi qatnashib, bog'lanish chiziqli bo'lsa, bu chiziqli differensial tenglamadir. Aytaylik uning ko'rinishi quyidagicha bo'lsin: $x_t'=k(x-x_e)$, bu yerda k-koeffitsient. Bu tenglamada kx_e - ozod had; usiz tenglama $x_t'=kx$ bir jinsli deyiladi va uning umumiy yechimi $x=ce^{kt}$. Dastlabki bir jinsli bo'lmagan tenglama $x=x_e$ xususiy yechimga ega (agar x miqdor muvozanat holatida tursa) uning umumiy yechimi esa, xususiy yechimlar yig'indisidan iboratdir, ya'ni $x=x_e+ce^{kt}$. Agar $t=0$ da x miqdor $x(0)$ga teng bo'lib, $c=x(0)-x_e$ va $x(t)=x_e+(x(0)-x_e)e^{kt}$ bo'lsa u holda $e^{kt}\to 0$ va

muvozanat barqaror bo'ladi. Ya'ni $x(t)$ x_e dan chetga chiqsa, u yana shu holatga kelishga harakat qiladi. $k>0$ bo'lganda $e^{kt}\to\infty$, bundan $x(t)\to\infty$ kelib chiqadi (agar boshlang'ich holat muvozanat holati bilan ustma- ust tushmasa).



5.1-rasm.

5.3. Bozorning girdobsimon modeli

Bu model bozorda, vaqt bo'yicha kechikishlar mavjud bo'lgan holda oddiy talab va taklif egri chiziqlari orqali ifodalanuvchi tovarlar hajmi bilan narxning barqarorligini tekshirishga imkon beradi.

Bozorning girdobsimon modeli birinchi bo'lib L.Valras tomonidan iqtisodiy modelda narxni aniqlash uchun ishlatilgan bo'lib, iste'molchi va ishlab chiqaruvchi bozor narxiga mos narxda turgan holda takomillashgan raqobatning mavjudligini taxmin qilgan. Bu jarayonni L.Valras quyidagicha tasvirlagan: bozor - bu auksioner bo'lib, tovarlarga narx belgilaydi; bundan keyin narx qo'yish jarayoni ishtirokchilari "shartli" tovar sotishadi, tovar sotilganligini auksionerga xabar beradi, auksioner shartni tekshiradi: talab $\begin{bmatrix}<\\>\end{bmatrix}$ taklif. Agar bu shart bajarilsa, u holda auksioner dastlabki narxni o'zgartiradi, bu tovarning narxini ko'tarishi(tushirishi) kerak; qachonki narx muvozanatda bo'lsa, tovarni sotish yakunlanadi, yani talab = taklif bo'lsa.

Aytaylik don tayyorlaydigan fermer joriy davrda tovar taklifini o'tgan davrdagi narx asosida aniqlasin. Shunday qilib, taklif funksiyasiga 1 vaqt birligida kechikish kiritiladi. Haqiqatan ham ishlab chiqarish hajmi to'g'risida joriy bahoni hisobga olib qaror qabul qilinadi, lekin ishlab chiqarish sikli ma'lum bir davomiylikka ega bo'ladi va bu qarorga mos keluvchi taklif bozorda berilgan siklning oxirida namoyon bo'ladi.

Talab egri chizig'i tovarga bo'lgan talab hajmining tovarning shu paytdagi narxiga bog'liqligini ifodalaydi.

Modelni tuzish uchun quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

t-vaqt, $S(p)$- taklif qonuni, $D(p)$- talab qonuni, $P(t)$ – t vaqtdagi tovar narxi ε -xato.

Biz quyidagilarni faraz qilamiz:

- bozorda faqat bitta tovar(don) mavjud;
- vaqt: t=0, 1, 2,...;
- tovarga talab $D(p)=C-Ep_t$, bu erda P_t t vaqtdagi tovar narxi
- taklif: $S(p)=A+Bp_{t-1}$ P_{t-1} t-1 vaqtdagi tovar narxi;

muvozanat sharti quyidagicha bo'ladi: $D_t(p_t)=S_t(p_{t-1})$;

- boshlan g'ich narx t=0 bo'lganda ixtiyoriy olinadi, ya'ni $P(0)=P_0$ deb olamiz.

Talab va taklif funksiyasi chiziqli:

$$S(p)=A+Bp_{t-1}, D(p)=C-Ep_t \qquad (1)$$

Muvozanatlik shartiga asosan

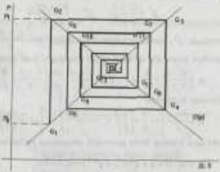
$$D(p_t)=S(p_{t-1}), \text{ёки } C-Ep_t=A+Bp_{t-1} \qquad (2)$$

Muvozanat narxi va muvozanat hajmini hisoblash

Narxni "savdolashishning" grafik jarayoni quyidagidan iborat.

1. Narxni savdolashishni P_0 dan boshlaymiz. P_0 G_1 kesmani o'tkazamiz. G_1 $S(P_0)$ ni ko'rsatadi. Bu taklifga G_2 mos keladi va u $D(P_1)$ talab hajmini ko'rsatadi, bu yerda birinchi savdolashish davri $D(P_1)>S(P_0)$ bo'ladi, chunki $|p_1-p_0|\geq\varepsilon$.

2. Savdolashish jarayoni G_3 nuqtadan boshlanadi, bu yerda $S(P_1)$- P_1 narx bo'yicha taklif hajmi, G_4 nuqta esa P_2 $(P_0<P_2<P_1)$ narx bo'yicha taklif hajmi $D(P_2)$ ni ko'rsatadi. Madomiki $(P_2-P_1)>\varepsilon$.



5.2-rasm

3. Savdolashish jarayoni $(P_k-P_{k-1})\leq\varepsilon$ bo'lguncha davom etadi. $P^*=P_k$ narx muvozanat narxi bo'ladi (ya'ni $(P_k=P_{k-1}\pm\varepsilon)$), kelishuv hajmi esa talab $D(P^*)$,taklif $S(P^*)$ bo'ladi. Bahoning va ishlab chiqarish hajmining xulq atvorini boshlang'ich nuqta muvozanat nuqtasi bilan ustma-ust tushmagan vaqtdan boshlab o'rganish zarur. Bu masalani avvalo grafik usulda yechish mumkin. Agar taklif egri chizig'i talab egri chizig'idan tikroq egilgan bo'lsa, bunday bozorda muvozanat barqaror bo'ladi

(5.2 a-rasm). Agar talab egri chizig'i taklif egri chizig'iga nisbatan tikroq egilgan bo'lsa, bozorda muvozanat barqaror bo'lmaydi.(5.2 b-rasm). Agar talab va taklif egri chiziqlari bir xil egilsa bozorda narx muvozanat narxi atrofida aylanib yuradi.

Muvozanatlik shartiga asosan,

$$D(p_t)=S(p_{t-1}) \text{ ёки } C-Ep_t=A+Bp_{t-1} \qquad (2)$$

(2) ga asosan avvalo muvozanat narxi p^* va ishlab chiqarishning muvozanat hajmi Q^* larni topamiz. Ular (2) formulaga asosan quyidagi tenglamani qanoatlantiradi:

$$Q^* = C - Ep^* = A + Bp^*$$

Bu yerdan

$$p^* = \frac{C-A}{B+E}, \quad Q^* = \frac{BC+AE}{B+E}.$$

(2) formulada p_t ni p_{t-1} orqali ifodalaymiz, $p_t = \frac{C-A}{E} - \frac{B}{E}p_{t-1}$.
Bu formulani ketma-ket qo'llash orqali quyidagini hosil qilamiz:

$$p_1 = \frac{C-A}{E} - \frac{B}{E}p_0; \quad p_2 = \frac{C-A}{E} - \frac{B}{E}\left(\frac{C-A}{E} - \frac{B}{E}\right)p_0$$

Yoki umumiy ko'rinishda

$$p_t = \frac{C-A}{E}\left[1 - \frac{B}{E} + \left[\frac{B}{E}\right]^2 + \dots + (-1)^{t-1}\left[\frac{B}{E}\right]^{t-1}\right] + (-1)^t\left[\frac{B}{E}\right]^t p_0$$

Katta qavs ichidagi ifoda geometrik progressiya yig'indisini beradi:

$$S_n = a_1 \cdot (1 + q + q^2 + \dots + q^{n-1}) = a_1\frac{1-q^n}{1-q}.$$

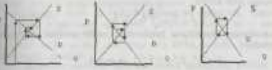
Agar $|q| < 1$, u holda $\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{a_1}{1-q}$ bo'ladi.

O'rgimchaksimon model uchun $q = -\frac{B}{E}$, $a_1 = \frac{C-A}{E}$. Bundan t vaqtdagi p_t narx uchun

$$p_t = \frac{C-A}{E}\frac{1-(-1)^t\left[\frac{B}{E}\right]^t}{1+\frac{B}{E}} + (-1)^t\left[\frac{B}{E}\right]^t p_0 \qquad (10)$$

Ko'rinib turibdiki $\frac{B}{E} < 1$ bo'lganda $\left[\frac{B}{E}\right]^t \to 0$ bo'lganligi uchun $p_t \to \frac{C-A}{E} = p^*$ bo'ladi. Taklif chizig'i talab chizig'iga nisbatan

tikroq bo'lsa, muvozanat barqaror bo'ladi. Agar $\frac{B}{E} > 1$ bo'lsa, u holda $\left[\frac{B}{E}\right]^t \to \infty$, ya'ni talab taklifga nisbatan tikroq bo'lsa, muvozanat barqaror emas. $\frac{B}{E} = 1$ bo'lsa p_t ning qiymati muvozanat miqdori atrofida aylanadi. Bu holatlar grafiklarda berilgan:



a) b) d)

5.4. Erros-Gurvisning bozor modeli

Bu model amerikalik ekonomistlar K.Erros (Nobel mukofoti sovrindori) va L.Gurvis tomonidan ishlab chiqilgan. Bu model ham umumiy muvozanat nazariyasiga asoslanadi.

Quyidagi farazlar qilinadi:

- savdolashish jarayonida n-ta korxona qatnashyapti (i=1,n);
- korxona faqat bitta resursni ishlatadi;
- i-chi korxona faqat i-turdagi mahsulotni ishlab chiqaradi;
- bu mahsulotlarning iste'molchisi faqat bitta;
- savdolashish auksioner orqali amalga oshiriladi.

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

T- vaqt intervali, Y_i^s - i - korxona tomonidan taklif qilingan i-tovar hajmi, Y_i^d - i - tovarga iste'molchi talabining hajmi, L_i^d - i - korxonaning resursga bo'lgan talab hajmi L^s - korxona uchun resurs hajmi, $Y_i^s = F_i(L_i^d)$ - i - korxonaning ishlab chiqarish funksiyasi.

bu yerda ($Y_i^d = C_i (L_i^d)^{a_i}$, $a_i < 1$) bo'lib, P_i – i – tovarning narxi, W – resurs narxi, $U = U(Y_1^d, Y_2^d, ..., Y_n^d)$ foydalilik funksiyasi.

Errou–Garvis modelida bozorning ishlash mexanizmi

i-korxona talab va taklif bolanishining modeli quyidagi ishlab chiqarish funksiyasi orqali ifodalanadi:

$$Y_i^s = F_i(L_i^d) \geq Y_i^d \quad (i=1,n)$$

resursga talab modeli:

$$L_1^d + L_2^d + ... + L_n^d \leq L^s$$

mahsulotning foydaliligini belgilovchi model quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$U(Y_1^d, Y_2^d, ..., Y_n^d) \to \max U,$$

$$(Y_1^d, Y_2^d, ..., Y_n^d) \in R_n^+.$$

Auksionist t vaqtda quyidagi narxlarni belgilaydi:

$P_i(t)$ – i – mahsulotning narxi, $W(t)$ – resurs narxi.

Auksionist quyidagi talab narxini belgilaydi:

$$\frac{\partial u}{\partial y_i^d(t-1)} - (t-1) \text{ vaqtdagi talab narxi.}$$

i-korxonaning chiqarilgan mahsulotiga sarf qilingan xarajatlari quyidagi vektor orqali ifodalanadi:

$$(L_i^d(t); Y_i^s(t)),$$

ya'ni max→ $\Pi_i(t) = P_i(t) F_i(L_i^d(t)) - W(t) L_i^d(t)$

bajarilishi kerak. Bu birikmalar auksionistning qarashini aks ettiradi. Iste'molchining i-mahsulotga talabi quyidagicha: agar i-mahsulotga talab bo'lmasa yoki maxsulotning eng ko'p foydaliligi eng ko'p xarajatdan kam bo'lsa, iste'molchi talab miqdori L_i^d ni o'zgartirmasdan qoldiradi. Aks holda iste'molchi talabni quyidagicha o'zgartiradi:

β (eng ko'p foydalilik - eng ko'p xarajat)=

$$\beta\left(\frac{\partial U}{\partial Y_i^d(t-1)} - P_i(t)\right) \text{ bo'ladi.}$$

- Natijada iste'molchi talab miqdori $Y_i^d(t)$ ni ko'rsatadi,

$$\text{ya'ni } Y_i^d(t) = \max\left\{\beta\left(\frac{\partial U}{\partial Y_i^d(t)} - P_i(t)\right) + Y_i^d(t-1), 0\right\},$$

bu yerda β>0 – o'zgartiriladigan doimiy miqdor.

-Auksionist, talab va taklif qoidasidan foydalanib, narxni quyidagicha o'zgartiradi: agar talab taklifdan katta bo'lsa, narx oshadi, agar talab taklifdan kichik bo'lsa, narx tushadi, agar talab 0 dan kichik bo'lsa va mos narx nolga teng bo'lsa, u holda auksionist narxni tushira olmaydi.

Auksionist tizimining matematik modeli quyidagicha yoziladi:

$$P_i(t+1) = \max\{\alpha(Y_i^d(t) - Y_i^s(t)) + P_i(t), 0\},$$

$$W_i(t+1) = \max\{\gamma(L_1^d + ... + L_n^d - L^s) + W(t), 0\}.$$

α,γ>0 - o'zgartirish koeffitsientlari.

V bobga doir topshiriqlar

1-topshiriq.

Iste'molchi daromadi $Y=C+I$ ga teng. Bu yerda C iste'mol, I – investitsiya. Iste'molning diskret qo'shimcha o'sish sur'ati 10%, investitsiyaniki 25%. Yil boshida ($t=0$) $C=300$, $I=150$. Y daromadning o'sish sur'ati 2-yilda nimaga teng?

2-topshiriq.

n yil davomida har yilning oxiriga kelib kreditorga bank I ga teng bo'lgan so'mni to'lab beradi. Foiz stavkasi i ga teng, barcha pullar kreditorlar tomonidan bankka shu foizda o'tkaziladi. n- yilning oxirida uning pullari yig'indisi qancha bo'ladi? Agar $i=15\%$, $n=5$ bo'lganda yig'ilgan summa 300 ga teng bo'lishi uchun yillik to'lov qancha bo'lishi kerak?

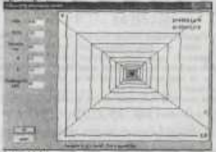
3-topshiriq.

$$S_t = 20 + 1.2p_{t-1};\ D_t = 420 - 1.4p_t;\ S_t = D_t$$

'rinishdagi girdobsimon model berilgan. Agar dastlabki narx $p_0=40$ teng bo'lsa, muvozanat narxi, muvozanat hajmi va talab taklif egilarini chizing.

4-topshiriq.

$S_t = 20 + 30 p_{t-1}$; $D_t = 100 - 50 p_t$; $S_t = D_t$ ko'rinishdagi girdobsimon model berilgan. Aytaylik $p_0=0,5$ ga teng bo'lsin. P_1 nimaga teng?



5-topshiriq.

Aytaylik girdobsimon modelda talab funksiyasi $D_t = \frac{3}{p_t}$; taklif funksiyasi esa, $S_t = 3p_{t-1}$, $p_0=1$. Narxning va ishlab chiqarish hajmining o'zgarishini grafik tasvirlang. Muvozanat narxi va muvozanat ishlab chiqarish hajmi qanday? Muvozanat barqarormi?

3- topshiriqni IMM amaliy dastur paketidan foydalanib, grafigini hosil qilamiz. Buning uchun talab va taklif koeffitsiyentlari va dastlabki narx kiritiladi.

Bu misolda muvozanat narxi barqaror ekan.

V bob uchun savollar

1. Qanday modellar dinamik modellar deb aytiladi, uning statik modellardan farqi nimada?
2. Qanday modellar uzluksiz va qanday modellar diskret dinamik modellar deb aytiladi?
3. Bozor tushunchasi va uning turlarini ayting.

4. Bozorning girdobsimon modelini kim tuzgan va uning mohiyatini tushuntiring.
5. Muvozanat narxini topish qoidasini tushuntiring.
6. Qaysi hollarda muvozanat narxi mavjud bo'ladi?
7. Errou - Gurvis modelining farazlarini ayting.
8. Bozorning Errou - Gurvis modelini ifodasini keltiring. Bozorning Errou - Gurvis modelida nima aniqlanadi?

Suv xo'jaligini xalq xo'jaligining bir qismi deb qarab, iqtisodiyot sektorini o'rganish obyekti sifatida qaraganimizda, biz unga ikki xil - makro va mikro yondashishni ajratib olishimiz kerak.

Makro yondashishda obyekt bir butun deb olinib, uning ichki bolanishlari, tuzilishi inkor etilib, faqat kiradigan va chiqadigan malumotlari hamda ularning o'zaro bolanishi o'rganiladi. Mikro yondashishda esa, obyektning elementlari orasidagi ichki bolanishlari va tuzilishi o'rganiladi.

Makroiqtisodiy tahlil deganda qishloq xo'jaligi, uning sektorini o'rganishdagi makro yondashuv tushuniladi. Makroiqtisodiy tahlilni amalga oshiradigan model ***makroiqtisodiy model*** deb aytiladi. Makroiqtisodiy model ko'rsatkichlari deganda ijtimoiy mahsulot, milliy daromad va boshqalarning yillik indisi tushuniladi. Makroiqtisodiy modellar xalq xo'jaligining rivojlanishi eng umumiy qonuniyatlarini nazariy tahlil qilishda ishlatiladi.

Angliyalik iqtisodchi Jon Keyns (1883-1946) hozirgi makroiqtisodiy nazariyaning tuzuvchilaridan biri bo'lib hisoblanadi. Xalq xo'jaligini ma'lum vazifani muntazam bajaruvchi faqat bitta umumlashgan ostil - milliy daromad sifatida qaraydi (bu yerda umumlashgan deganda, bitta ostil - milliy daromadni ishlab chiqarish, taqsimlash va uni sarf qilish tushuniladi).

6.2. Milliy daromadni aniqlashning Keyns modeli

Iqtisodiy o'sish nazariyasining asosiy masalalaridan biri, milliy daromadni aniqlash modelini tuzish. Milliy daromadni aniqlashning bir qancha modellari mavjud. 1940 - yilda J.Keyns o'zining milliy daromadni aniqlash modelini tuzgan.

Quyidagicha faraz qilinadi:

- Milliy daromadni aniqlashni $t \in (a,b)$ davr uchun qaraymiz va bu yerda ishlab chiqarish y texnik darajasi o'zgarmaydi, milliy daromad esa (I) kapital investitsiya talabining o'lchami bilan aniqlanadi:
- Investitsiya talabi I (a,b) oraliqda daromadga bog'liq emas;
- Talablar yig'indisi D (a,b) oraliqda quyidagicha aniqlanadi:

$$D = C + I \qquad (1)$$

bu yerda D-talablar yig'indisi, C-iste'mol talabi, I-kapitalning investitsiya talabi.

- Aytaylik istemol talabi C quyidagicha aniqlansin:

$$C = c_1 Y + A \qquad (2)$$

bu yerda c_1, A- const, $0 < c_1 < 1$, Y-milliy daromad.

Teorema: Investitsiya talabi I ning ΔI miqdorga o'zgarishi milliy daromad Y ni ΔY miqdorga quyidagicha o'zgartiradi:

$$\Delta Y = \mu \Delta I, \qquad (3)$$

bu yerda $\mu = 1/(1-c_1)$- multiplikator, investitsiyaning xarakteri esa daromad darajasiga bog'liq bo'lmagan uzoq muddatli hisoblash orqali aniqlanadi.

Eslatma.

Iqtisodiyotda multiplikator milliy daromad o'sishi kapital mablag'larning o'sishiga olib keladigan ketma-ket harakatlarni, ya'ni ΔI ning ΔY ga ta'siri (va teskarisi) muhim bo'lmaguncha, amalga oshiradi.

Iqtisodiy o'sish nazariyasida multiplikator shuni ko'rsatadiki, I investitsiyaning ΔI miqdorga o'sishi kapital mablag'lar yig'indisi Y ni $\mu\Delta Y$ miqdorga oshiradi.

Aytaylik iste'mol va investitsiya yig'indisi sifatida aniqlanuvchi talablar yig'indisi quyidagi ko'rinishda bo'lsin:

$$D = C + I \qquad (4)$$

bu erda C- iste'mol talabi, I-investitsiya talabi.

Aytaylik iste'mol talabi S ni esa,

$$C = c_1 Y + A, \ (0 < c_1 < 1) \qquad (5)$$

ko'rinishida tasvirlash mumkin bo'lsin, bu erda Y- milliy daromad c_1- o'zgarmas son. Y daromadning o'sishi bilan iste'molning o'sishini "iste'molga egilish" deb aytiladi. A-o'zgarmas son esa "asosiy iste'mol" deb yuritiladi.

Ye orqali talab va taklifning tenglik shartiga javob beruvchi muvozanatdagi milliy daromadni belgilaymiz:

$$D = Y \qquad (6)$$

(4), (5) ni (6) ga qo'ysak,

$$(c_1 Y + A) + I = Y \quad (5.2.7)$$

ni hosil qilamiz, bu yerdan Y ni topamiz va uni Ye orqali belgilaymiz.

Shunday qilib, (7) tenglamani yechish orqali

$$Ye = 1/(1-c_1)*(I+A) = 1/(1-c_1)*I + A/(1-c_1)$$

ni hosil qilamiz. Buning ikkala tomonini differensiallasak:

$$dY = 1/(1-c_1)dI + 0$$

ni hosil qilamiz. Differensialni farqlar orqali almashtirsak:

$$\Delta Y = 1/(1-c_1)*\Delta I$$

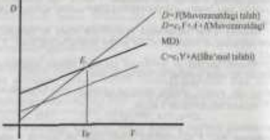
ni hosil qilamiz.

Eslatma.

1.(Daromadning o'sishi)=(μ)*(investitsiyaning o'sishi) formulasi hosil bo'ladi.

2.Agar investitsiyaning o'sishi manfiy bo'lsa, u holda biz tovarlar zaxirasining qisqarganini ko'ramiz va iste'mol hamda investitsiya tovarlari tovarlar zaxirasi hisobiga qoplansa ham multiplikator formulasiga o'xshash formulani hosil qilamiz.

3. Grafikda E muvozanat nuqtasi va unga mos milliy daromadning muvozanat nuqtasi - Ye joriy xo'jalik faolining shunday darajasini aks ettiradiki, u uy xo'jaligi va korxonani ma'lum darajada qanoatlantiradi, ammo bir xohlagan daraja ya'ni mehnat bilan to'liq ta'minlanish darajasi bilan mos tushmaydi.



Multiplikator μ ning xossalari

Biz yuqorida hosil qilgan formula

$$\mu=1/(1-c_1)$$

da multiplikator μ iste'mol c_1 ga egilish bog'liq.

1. Agar iste'mol $c_1 \to 1$ ga tegilishiga 1 ga intilsa), u holda multiplikator μ-cheksizga intiladi.

2. Agar $0{,}5< c_1 <1$ bo'lsa, u holda $\mu>2$ bo'ladi.

3. Agar $0<c_1<0{,}5$ bo'lsa, u holda $1< \mu <2$ bo'ladi.

"Ekonomiks" kitobida ko'rsatilishicha davlat siyosatining maqsadlaridan biri c_1 iste'molga egilishni kamaytira oladigan soliq tizimini yaratish va shu bilan birga u μ ning o'sish samarasini

barqarorlashtirmasin. Bu modeldagi multiplikator oddiy bo'lib, u ishlab chiqarishning oddiy modeliga asoslangan.

6.3. Milliy daromadning Xarrod-Domar modeli

1940 - yilda iqtisodchilar E.Domar (AQSH) va R. Xarrod (Angliya) lar iqtisodiy rivojlanish nazariyasida milliy daromadni aniqlash modelini ishlab chiqdilar va bu model Xarrod-Domar modeli deb atala boshlandi. Bu model milliy daromadni aniqlashning Keyns modelining modifikatsiyasidan iborat bo'lib, (I) investitsiya omili o'rniga faktorlardan kapital (K) va mehnat (L) ni kiritish orqali hosil qilish.

1.Keyns modelining (1), (2) farazlari qo'llaniladi.

2. $Y=F(K, L)$ chiziqli ishlab chiqarish funksiyasi bir jinsli, yani $F(xK, xL)=xF(K,L)$.

3. (a,b) oraliq da milliy daromadning jamg'arilish normasi $(Y-C)/Y=S$ ko'rinishda bo'ladi, bu yerda C-o'zgarmasdir.

4. (a,b) ga kapital jamg'arilishi ko'payishi investitsiya talabiga teng, yani $I=dK/dt=\dot{K}$ deb faraz qilinadi.

5. Mehnat taklifi L ning o'sishi doimiy, ya'ni $\dot{L}/L=n$.

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$y=Y/L$- mehnat samaradorligi, $x=K/L$ fond bilan ta'minlanganlik, $y=F(x,1)=f(x)$, $k=k(t)$, $L=L(t)$, $Y=Y(t)$.

Teorema. *(1)-(5) bolgan farazlar bajarilganda, X fond bilan ta'minlanganlik* $\frac{dx}{dt}=sf(x)-nx$ *qonuniyat boyicha ozgaradi.*

Isbot. *t* (a,b) dagi ishlab chiqarish funksiyasi

$$Y=F(K,L)=F(\frac{K}{L}*L)*L)=LF(\frac{K}{L},1)$$

Bu yerdan $\frac{Y}{L}=F(\frac{K}{L},1)$ ni hosil qilamiz.

$y=Y/L$, $x=K/L$ belgilashlardan foydalanib, $y=F(x,1)=f(x)$ ni hosil qilamiz, ya'ni

$$y=f(x) \qquad (8)$$

$x=K/L$ dan $\ln x=\ln K-\ln L$ kelib chiqadi.

Bu tenglikni differensiallaymiz:

$$\frac{d(\ln x)}{dt}=\frac{d\ln K}{dt}-\frac{d(\ln L)}{dt},$$

natijada

$$\frac{X'}{X}=\frac{K'}{K}-\frac{L'}{L} \qquad (9)$$

ni hosil qilamiz. (9) tenglamadan kelib chiqib va (5) farazdan foydalanib, quyidagi kelib chiqadi:

$$x'=(K'/K)x-nx \qquad (10)$$

Y milliy daromad quyidagicha aniqlanadi:

$$Y=C+I \qquad (11)$$

bu yerda C- iste'mol, I- jami jamg'arma.

4- farazdan foydalanib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{K'}{K}x=\frac{I}{K}x=\frac{I}{\frac{K}{X}}=\frac{I}{L}=\frac{Y}{L}\frac{I}{Y}=f(x)\frac{I}{Y},$$

chunki $\frac{Y}{L}=f(x)$.

(4) farazni e'tiborga olganda

$$\frac{K'}{K}x=f(x)\frac{Y-C}{Y}=f(x)S \qquad (12)$$

ni hosil qilamiz, chunki $S=\frac{Y-C}{Y}$ (12) ni (10) ga qo'ysak

$$X'=Sf(x)-nX \qquad (13)$$

ni hosil qilamiz.

Teoremadan quyidagilar kelib chiqadi.

1. Doimiy muvozanat (13) ga $X'=0$ da erishiladi, ya'ni

$$x=const \qquad (14)$$

2. Ish bilan ta'minlanganlik surati quyidagicha aniqlanadi:

$$n=\frac{Sf(x^*)}{x^*}, \qquad (15)$$

bu yerda x^*- muvozanatlik munosabati. (15) munosabat (13), (14) dan hosil bo'ladi.

3. $X\to X^*$ da X o'sish traektoriyasi barqarorlashadi.

4. X-$X^*\to\infty$ bo'lganda, X o'sish traektoriyasi barqaror bo'lmaydi.

6-bobga doir topshiriq

Topshiriq. Iqtisodiyotning ish bilan to'liq ta'minlanganligining o'sish traektoriyasini chizing.

O'sish modeli quyidagi tenglama bilan ifodalanadi:

$$\frac{dx}{dt}=s\cdot f(x)-nx, \qquad \text{bu yerda}$$

$x=K/L$ – fond bilan ta'minlanganlik (K–kapital, L–mehnat);

$y=Y/L$ – mehnat unumdorligi ($Y=F(K,L)$–i/ch.f.);

$\frac{dx}{dt}$ – fond bilan ta'minlanganlikning o'sish surati;

S – Milliy daromad yig'ilish me'yori;

N – ishchi kuchi ish bilan ta'minlanganligi o'sishi;

$f(x)$ – mehnat unumdorligi funksiyasi.

$(f'>0, f''<0, f(0)=0, f'(0)=0)$

Variantlar tartibi	n	C	$X(0)=x_0$	α	$f(x)$
Jurnaldagi tartib raqami N	0,3	0,1	9,N	1,N	$x^{\frac{1}{2}}\alpha^{N}$

O'xshash misolni yechish

$x(0)=9,1$; $\alpha=1,1$; $S=0,1$; $n=0,3$ qiymatlarni olamiz.

1-qadam. Matematik modelning ko'rinishi quyidagicha:

$$\frac{dx}{dt}=0,1\cdot x^{\frac{1}{2}}(1,2)^{N}-0,3x \qquad (1)$$

boshlanich shart $x(0)=9,1$

2-qadam. (1) ni echamiz. Tenglamani quyidagi ko'rinishga keltiramiz:

$$\frac{dx}{dt}=0,12x^{\frac{1}{2}}-0,3x \qquad (2)$$

(2) ni quyidagicha yozamiz:

$$\frac{dx}{0,12x^{\frac{1}{2}}-0,3x}=dt \qquad (3)$$

(3) ning ikkala tomonini integrallaymiz:

$$\int\frac{dx}{\left(0{,}12x^{\frac{1}{2}}-0{,}3x\right)}=\int dt=t-c\,, \qquad (4)$$

$$\int\frac{dx}{\left(0{,}4x^{\frac{1}{2}}-x\right)0{,}3}=t-c$$

3-qadam.

$$\int\frac{dx}{\left(0{,}4x^{\frac{1}{2}}-x\right)0{,}3}=\begin{pmatrix} x=z^2 \\ dx=2zdz\end{pmatrix}=\frac{1}{0{,}3}\int\frac{2zdz}{0{,}4z-z^2}=$$

$$=\frac{2}{0{,}3}\int\frac{dz}{0{,}4-z}\begin{pmatrix} 0{,}4-z=u \\ -dz=du\end{pmatrix}=-2\ln|U|=-2\ln|0{,}4-z|=$$

$$=-\frac{20}{3}\ln|0{,}4-\sqrt{x}|$$

ni hisoblaymiz.

4-qadam. (4)ga qo'yib quyidagini hosil qilamiz:

$$-\frac{20}{3}\ln|0{,}4-\sqrt{x}|=t-c,$$

$$c-\frac{20}{3}\ln|0{,}4-\sqrt{x}|=t,$$

$$\ln|0{,}4-\sqrt{x}|=3\frac{c-t}{20},$$

$$0{,}4-\sqrt{x}=e^{3\frac{c-t}{20}},$$

$$\sqrt{x}=0{,}4-e^{3\frac{c-t}{20}} \qquad x=0{,}4-e^{3\frac{c-t}{20}}.$$

5-qadam. (5) ga $x(0)=0$ ni qo'ysak,

$$0=(0{,}4-e^{3\frac{c-0}{20}})^2=0,$$

$$0{,}4=e^{\frac{3}{20}c},$$

$$\frac{3c}{20}=\ln 0{,}4,$$

$$c=\frac{20}{3}\ln 0{,}4 \text{ hosil bo'ladi.}$$

6-qadam. (5) ga (6) ni quyib, qo'yidagini hosil qilamiz:

$$x=\left(0{,}4-e^{\frac{3}{20}\left(\frac{20}{3}\ln 0{,}4-t\right)}\right)^2=\left(0{,}4-e^{\ln 0{,}4-\frac{3}{20}t}\right)^2=\left(0{,}4-0{,}4e^{-\frac{3}{20}t}\right)^2$$

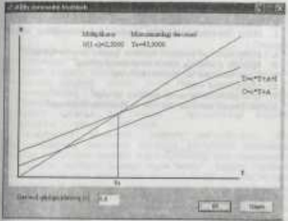
ya'ni

$$x=\left(0{,}4-0{,}4e^{-\frac{3}{20}t}\right)^2 \qquad (7)$$

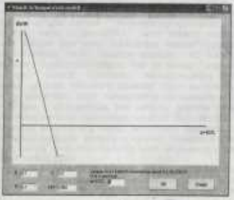
7-qadam: $x=\left(0{,}4-0{,}4e^{-\frac{3}{20}t}\right)^2$ ning grafigini chizamiz:

T	$x=\left(0{,}4-0{,}4e^{-\frac{t}{3t}}\right)^{t}$
0	0
1	1,114538
2	4,425439
3	9,890703
4	17,47637
5.	27,15508

Milliy daromadni aniqlash masalasini IMM amaliy Dasturlar paketidan foydalanib hosil qilish mumkin.



Xuddi shuningdek, o'sish modelini ham hosil qilish mumkin.



VI bob uchun savollar

1. Makroiqtisodiyot nimani o'rganadi?
2. Milliy daromadni aniqlash modeli kim tomonidan ishlab chiqilgan?
3. Milliy daromad modelini tuzishda qanday farazlar qilingan?
4. Iqtisodiy o'sishning asosiy masalalarini ayting.
5. Keyns modelini ko'rinishini keltiring.
6. Multiplikator nima?
7. Multiplikatorning asosiy xossalari qanaqa?

Xarrod-Domar modelini ma'nosi va ifodalanishi qanaqa?

7.1. Matematik statistikaning asoslari

Ushbu bobning maqsadi o'quvchini statistik ma'lumotlar asosida iqtisodiyotdagi miqdoriy qonuniyatlarni tadqiqot usullari orqali tekshirish, asoslash, baholash bilan tanishtirishdir. Bu usullar iqtisodiy hodisalarni miqdoriy nuqtayi nazar bilan o'rganuvchi fan — ekonometrikaning tarkibiy qismidir. Ekonometrika iqtisodiy ma'lumotlar bilan ishlashga asoslangan ehtimollar nazariyasi va matematik statistika fani asosida iqtisodiyotdagi miqdoriy qonuniyatlarni o'rganadi va tekshiradi.

Iqtisodiyotda qonuniylik iqtisodiy ko'rsatkichlar, ular bog'lanishlarining matematik modellari ko'rinishida ifodalanadi. Bunday bog'lanishlar modellar bog'lanishlarining ichki mexanizmlari va tasodifiy omillarni hisobga olgan holda haqiqiy statistik ma'lumotlarni qayta ishlash yo'li bilan aniqlanishi mumkin. Ayniqsa mikroiqtisodda ekonometrik tahlil muhimdir, bunda miqdorlarning o'zaro bog'liqliklari ko'pincha aniq emas va ular o'zgaruvchandir. Ekonometrik tahlil qaralayotgan makroiqtisodiy modellarda bog'liqlik shakllarini modelashga va aniqlashga, makroiqtisodiy ko'rsatkichlarning o'zaro bog'liqlik mexanizmlarini yaxshi tushunishga imkon yaratadi.

Iqtisodiy izlanishlarning asosiy elementi tahlil qilish va iqtisodiy o'zgaruvchilarning o'zaro bog'liqligini aniqlashdan iboratdir. Bunday o'zaro bog'liqliklarni o'rganish vaqtida, ayniqsa makroiqtisodda aniq, funksional bog'liqlik mavjud bo'lmaganligi qiyinchilik tug'diradi. Birinchidan, ushbu o'zgaruvchiga ta'sir etuvchi barcha asosiy omillarni aniqlash juda qiyin. Ikkinchidan, bunday ko'pgina ta'sir etishlar tasodifiydir, ya'ni tasodifiy miqdorni o'z ichiga oladi. Uchinchidan, iqtisodchilar odatda, har xil turdagi xatolarni o'z ichiga olgan statistik kuzatishlar ma'lumotlarining cheklangan to'plamiga egadirlar. Matematik statistika (ya'ni ma'lumotlar bilan ishlash va ularni tahlil qilish nazariyasi) va uni iqtisodda qo'llashdan iborat bo'lgan - ekonometrika fani iqtisodiy modellar tuzishga va ularning parametrlarini baholashga, iqtisodiy ko'rsatkichlar va ular shakllarining xossalari to'g'risidagi taxminlarni tekshirishga yordam beradi, buning natijasida asoslangan iqtisodiy masalalarni qabul qilish uchun imkoniyat yaratuvchi iqtisodiy tahlil va bashorat qilish uchun asos bo'lib xizmat qiladi.

Har qanday ekonometrik izlanish nazariya (iqtisodiy model) va amaliyotni (statistik ma'lumotlar) birlashtirishni ko'zda tutadi. Bu nazariy modellardan kuzatilayotgan jarayonlarni tavsiflash va lantirish uchun foydalanamiz va modellarni empirik tuzish va slash maqsadida statistik ma'lumotlar yig'amiz.

7.1. Iqtisodiy modelga tasodifiy miqdorni kiritish va iqtisodiy 'lumotlar turlari

Odatda, iqtisodiy modelda hisobga olinmagan miqdori oldindan 'lum bo'lmagan va tasodifiy miqdor deb ta'riflanadigan barcha ilorlar ob'ektga natijaviy ta'sir ko'rsatadi deb taxmin qilinadi. Uni lash uchun modelga barcha hisobga olinmagan eng omillarning irini o'zida jamlovchi tasodifiy parametr ε qo'shiladi (odatda tiv yo'l bilan).

Misol talab funksiyasini o'rganishda:

$$q = f(p, I) + \varepsilon \qquad (1)$$

(bu erda q — talab miqdori, p — narx, I — iste'molchining omadi) ε o'zgaruvchi talab funksiyasida hisobga olinmagan barcha boqa omillarning (boshqa tovarlar narxi, urf-odat o'zgarishi, ob-o va h.k.) ta'sirini aks ettiradi.

Ekonometrikada statistik ma'lumotlar empirik qonuniyliklarni qlash va nemlash uchun ishlatiladi. Aniq miqdoriy ma'lumotlarsiz llanilayotgan iqtisodiy modelning amaliy muhimligini aniqlash mkin emas, hattoki maqsad sifatli qonuniylikni aniqlash bo'lsa n.

Iqtisodiy ma'lumotlar odatda ikki turga bo'linadi: har tomonlama 'lumotlar (cross-section data) va davriy qatorlar (time series). Har tomlama ma'lumotlar — bu bir turdagi ob'ektlar (firma, mintaqa) nun olingan iqtisodiy ko'rsatkichlar bo'yicha ma'lumotlardir. Bunda i barcha ma'lumotlar biror bir vaktga tegishli yoki ularning vaqt yicha bog'liqligi mavjud emas. Davriy qatorlar bular faqat bitta ektga tegishli bo'lib, lekin ular har xil vaqtda olingan 'lumotlardir. Birinchi turga, ma'lum bir vaqt oralig'ida aholi ydetini tekshirishlar haqidagi ma'lumotlar kirsa, ikkinchisiga esa, 'lum bir davrda inflyatsiya darajasining o'zgarishi haqidagi 'lumotlar kiradi. Davriy qator ma'lumotlari ularning ketma-ket mutlarining ma'lum bir bog'lanishlari va qonuniyatlari orqali aktlanadi, masalan, ijtimoiy umumiy an'anasidan chetga qishlar ketma-ketligi o'zaro bog'langan bo'lishi mumkin; bu g'lanishlarda iqtisodiy ko'rsatkichlar vaqtinchalik kechikishlar mmasi lag) bo'yicha qatnashishi mumkin. Bu holat berilgan har tomlama tanlama ma'lumotlarni solishtirish bo'yicha ularni qayta ash va tahlil qilish uchun ishlatiladigan maxsus usullarning urligini shart qilib qo'yadi.

Iqtisodiy ma'lumotlarni yig'ishning maqsadi qarorlar qabul qilish uchun axborot bazasini hosil qilishdan iboratdir. Tabiiyki, ma'lumotlarning tahlili va qaror qabul qilish qandaydir intuitiv (aniq bo'lmagan) yoki miqdoriy (aniq) iqtisodiy model asosida o'tkaziladi. Shuning uchun tegishli model uchun kerak bo'lgan ma'lumotlar yig'iladi.

Iqtisodiy ma'lumotlarni yig'ishning har xil usullari bor, ya'ni, anketada qayd qilish, intervyu olish, rasmiy statistik hisobot olish va h.k. Ko'pchilik mamlakatlarda muhim ma'lumotlarni yig'ish, ishlash, tarqatish va chop etish bilan shug'ullanadigan statistik tashkilotlar mavjud. Bu faoliyat bilan ayrim ixtisoslashgan davlat va xususiy agentliklar ham shug'ullanadi.

Iqtisodiy model bilan ishlash uchun yig'iladigan statistik ma'lumotlarni tayyorlashda ikkita muammo kelib chiqadi.

Birinchidan, model uchun kerakli ma'lumotlar bo'lmasligi mumkin. Ikkinchidan (agar barcha ma'lumotlar bo'lsa), ularni aniq model uchun shunday to'g'ri tanlab olish kerakki, bunda ular kelishilgan va baholashning umumiy uslubiy bazasiga ega bo'lsin. Kerakli ma'lumotlar yo'q bo'lsa, ular ko'pincha mavjud bo'lganlari bo'yicha hisoblanadi. Masalan, agar inflyatsiya surati (INF) to'g'risida ma'lumotlar bo'lmasdan, lekin yalpi ichki mahsulot deflyatori (DEF) to'g'risida ma'lumotlar mavjud bo'lsa, inflyatsiya (YaIM bo'yicha) quyidagicha hisoblanadi (%da):

$$INF = \left[\frac{DEF}{DEF_{-1}} - 1\right] \cdot 100 \qquad (2)$$

(1- indeks - o'tgan yilni bildiradi).

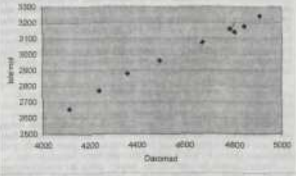
Agar barcha ma'lumotlar mavjud bo'lsa, u holda model uchun ularni ma'lum bir o'zaro kelishilgan to'plamga aylantirish zarur. Agar bular pul ko'rinishida bo'lsa, u holda ular barcha joyda bir xil yoki fiksirlangan (biron bir yilgi) pul birliklaridan iborat bo'lishi kerak.

Haqiqiy hajmli ko'rsatkichlarga haqiqiy nisbiy ko'rsatkichlar mos bo'lishi kerak. Yechilayotgan masalaga mos ravishda umumlashtiruvchi ko'rsatkichlar aniqlanadi: Yalpi Milliy Mahsulot (YaMM yoki GNP), Yalpi Ichki Mahsulot (YaIM yoki GDP), Yalpi ichki yoki milliy jamg'arma, deflyator IMM yoki YaIM va h.k.). Masalan, agar gap ichki ishlab chiqarishda va unga ichki investitsiyalarning ta'siri to'g'risida bo'lsa, umumlashtiruvchi ko'rsatkichga ta'sir qiluvchi sifatida YaMM emas YaIM chiqishi kerak.

To'plangan ma'lumotlar jadval, diagramma grafik ko'rinishida berilishi mumkin. Iqtisodiy modelni aniq ko'rinishda ifodalash, masalan, iste'mol majmui daromad o'sishi bilan chiziqli o'sayapti deb taxmin qilaylik, biz tekshirilayotgan modelga kiradigan iqtisodiy ko'rsatkichlar bo'yicha ma'lumotlar yig'ishimiz kerak, ya'ni iste'mol majmui va daromad majmui bo'yicha ma'lumotlarni. Buni biror bir mamlakatning biror vaqt oralig'idagi milliy hisobidan yillik ma'lumotlarini olib ko'rish mumkin. Bu ma'lumotlar jadval ko'rinishida bo'lishi mumkin: jadvalda AQShning, 1987 yildagi narxida (mlrd. dollar) YaIM (daromad) va shaxsiy iste'mol sarflari hajmi bo'yicha ma'lumotlar keltirilgan:

Daromad	3960	4114	4241	4362	4497	4674	4801	4840	4789	4897
Iste'mol	2533	2637	2772	2878	2961	3073	3141	3178	3161	3247

Bu ma'lumotlar koordinata tekisligida nuqta ko'rinishida ham berilishi mumkin (tarqalish diagrammalari):



Tayyorlangan ma'lumotlar analitik (biror bir matematik model, misol cons=a+bGDP+ε ko'rinishdagi tenglama) yoki grafik ko'rinishida (misol, SONS GDR tekisligidagi) bo'lishi mumkin. Bu erda CONS – iste'mol, CDP – YaIM (daromad). Bunda qator muammolar vujudga keladi, bulardan asosiylari nazariy modellarni ma'lumotlar bilan mutanosibligini tekshirish, model parametrlarini baholash va model asosida yotgan taxmin(gepoteza) larni tekshirish.

7.2. Statistik usullar va tasodifiy o'zgaruvchi tushunchasi

Iqtisodiy izlanishning vazifasi bu - iqtisodiy obyektlarning tabiatini aniqlash, uning muhim o'zgaruvchilari orasidagi o'zaro bog'liklik mexanizmini ochishdan iboratdir. Bunday tushuncha berilgan obyektni boshqarish bo'yicha kerakli choralarni ishlab chiqishni amalga oshirishga yordam beradi. Buning uchun adekvat masalaga iqtisodiy ma'lumotlarning tabiati va xususiyatini hisobga oluvchi, o'rganilayotgan iqtisodiy obyekt yoki hodisa to'g'risida sifat va miqdor jihatidan tasdiq uchun asos bo'lib xizmat qiluvchi usullar kerak.

Har qanday iqtisodiy ma'lumotlar o'zida biror bir iqtisodiy obyektlarning miqdoriy tavsifini ifodalaydi. Ular barchasi ham tashqi nazoratga bo'ysunmaydigan omillar to'plami ta'siri ostida ifodalanadi. Nazorat qilinmaydigan omillar tasodifiy qiymat qabul qilishi mumkin. Iqtisodiy ma'lumotlarning stoxastik tabiati ularga adekvat bo'lgan va ularni tahlil qilish va qayta ishlash uchun maxsus statistik usullarni kerakligini shart qilib qo'yadi.

Statistik tahlilning asosiy tushunchalaridan biri bu ehtimollik va tasodifiy miqdor (o'zgaruvchi) tushunchalaridir. Tasodifiy o'zgaruvchi deb, biz bir qancha sonlar to'plamidan tasodifiy omillar ta'sirida ma'lum ehtimolliklar bilan, u yoki bu qiymatni qabul qiladigan o'zgaruvchini ataymiz. Bu shunday o'zgaruvchiki, biz unga ma'lum qiymat qo'shib yoza olmaymiz, lekin ma'lum bir ehtimollik bilan qabul qiluvchi bir nechta qiymat qo'shib yozishimiz mumkin. Ayrim hodisalarning ehtimoli deb odatda mumkin bo'lgan teng ehtimolliklar natijalari umumiy sonidagi ushbu hodisaning ro'y berishiga imkon beruvchi ro'y beruvchi natijalar sonining ulushi tushuniladi. "Teng ehtimollik natijasi" ta'rifi aniqlanmaydi, u intuitiv ravishda qabul qilinadi. Masalan, tangani otganda "gerbli" yoki "raqamli" tomoni tushishining ehtimoli teng (har birining ehtimoli 1/2), lekin tangani bir marta otgandagi "gerbli" tomonining tushish ehtimoli, 1/2 ehtimollik bilan 0 yoki 1 ga teng.

Tasodifiy miqdor X ning (X_i) qiymatlar to'plami va u qabul qiladigan (P_i) ehtimolliklarning birchasini tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni deb aytiladi. $P(X)$ funksiya boshqa funksional bog'liklikdar kabi jadval, formula va grafik shaklida berilishi mumkin.

Masalan, o'yin kubigini otganda ochko sonining taqsimot qonuni quyidagi jadval ko'rinishida berilishi mumkin.

X	1	2	3	4	5	6
P	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

Odatda, bu barcha ehtimolliklar yig'indisi birga teng bo'lishi kerak, modomiki, biz «birlik» o'zgaruvchi bu qiymatlardan birontasini ehtimollik bilan qabul qiladi deb hisoblaymiz.

Tasodifiy miqdorlar diskret va uzluksiz turlarga bo'linadi. Diskret tasodifiy miqdor kuzatish natijalari chekli va sanoqli mumkin bo'lgan sonlar to'plamidan iboratdir. Uzluksiz tasodifiy miqdorning qiymati mumkin bo'lgan kontinuumda yotadi. (Ularni sanash mumkin emas deb, taxmin qilinadi). Uzluksiz tasodifiy miqdorlar qiymati oraliq, interval, to'g'ri chiziqda va h.k. da yotadi.

7.3. Bosh to'plam va tanlama to'plam tushunchalari

Matematik statistikaning asosini bosh to'plam va tanlama to'plam tushunchalari tashkil qiladi.

Bosh to'plam deganda barcha ro'y beruvchi tasodifiy tajribalar yoki X tasodifiy miqdorni amalga oshirishlar majmui, bizni qiziqtiruvchi barcha mumkin bo'lgan ko'rsatkichlar tushuniladi. Bosh to'plamga misol sifatida qaysidir mamlakatning barcha aholisining daromadi to'g'risidagi ma'lumotlar, biror-bir masala bo'yicha aholining ovoz berish natijasi to'g'risidagi ma'lumotlarni olish mumkin. Lekin ko'pincha biz bosh to'plamdan olingan mumkin bo'lgan kuzatishlarning bir qismi to'g'risidagi ma'lumotlarga ega bo'lamiz va bu qiymatlar to'plamini tanlama to'plam deb ataymiz. Shunday qilib tanlama to'plam deganda, bosh to'plamning bir qismini tashkil etuvchi kuzatishlar majmuini tushunamiz.

Masalan bizni har bir g'o'za ko'chatidan olinadigan hosilning o'rtacha og'irligi qiziqtirsin. Bu holda barcha g'o'za poyalari haqidagi ma'lumotlarni yig'ish juda ko'p mehnat va mablag' talab qiladi. Shuning uchun barcha g'o'za poyalarini emas, balki bir qismini tanlab olish (masalan, 1 ga ni) va ular haqida kerakli ma'lumotlarni yig'ib, xulosalar chiqarish mumkin. Bu yerda barcha g'o'za poyalari bosh to'plam bo'lsa, biz tanlab olgan qismimiz esa, tanlama to'plamdan iborat bo'ladi.

Chiqarilgan xulosalarning to'la va aniqroq bo'lishi ko'p jihatdan tanlama to'plamning qanday tanlanishiga bog'liq. Shuning uchun tanlama to'plam obyektiv tuzilishi va iloji boricha bosh to'plamdagi ixtiyoriy element unga kiritilish imkoniyatiga ega bo'lishi kerak.

Tanlama to'plam olingandan keyin undan olingan ma'lumotlar quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$X_1, X_2, \ldots, X_n$$

Tanlama to'plamdagi elementlar soni n ga tanlama hajmi deyiladi. Tanlamadagi X_i larga variantalar deyiladi.

Tanlama reprezentativ (vakolatli) deb ataladi, agar u bosh to'plamning o'rganilayotgan belgilari va parametrlarini yetarlicha to'liq ifodalasa. Tanlamaning reprezentativligini ta'minlash uchun quyidagi tanlov usullari qo'llaniladi: oddiy tanlash (birinchi tasodifan uchragan obyekt ketma-ket tanlanadi), tipik tanlash, tasodifiy tanlash masalan, tasodifiy sonlar jadvali orqali va h.k.

7.4. Diskret tasodifiy miqdorlar

Diskret tanlama ma'lumotlar bilan ishlash tartibini biror bir chorvachilikka ixtisoslashgan fermer xo'jaligining 10 kun davomida go'sht uchun boqilgan mollarni bozorda sotish hajmi misolida ko'rib chiqamiz.

Aytaylik, berilgan jadvalning birinchi qatorida sotish hajmi ko'rsatilgan bo'lsin.

Kuzatish ma'lumotlari $n=10$ kuzatishdan iborat bo'lgan tanlamadan iborat bo'lsin. Tanlamadagi ma'lumotlarni tashkil etishning eng sodda usuli ularni o'sishi bo'yicha guruhlashtirishdir – ma'lumotlar bunda kattaligi bo'yicha tartibga tushadi, ya'ni ketma-ketlik ko'rinishida yozib boriladi: $x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}, \ldots, x^{(n)}$, bunda $x^{(1)} \le x^{(2)} \le x^{(3)} \le \ldots \le x^{(n)}$.

Kattaligi bo'yicha tartibga solingan ma'lumotlar ketma-ketligi jadvalning ikkinchi qatorida berilgan. Tanlamaning maksimal va minimal elementlari orasidagi farq $x^{(n)}-x^{(1)}=C$ tanlama ko'lami deyiladi.

$x_1, x_2, \ldots, x_n$	1,3,5,6,2,5,6,2,6,5					N=10
$x^{(1)} \le x^{(2)} \le \ldots \le x^{(n)}$	1,2,2,5,5,5,5,6,6,6					C=5
$Z_1 \ne Z_2 \ne \ldots \ne Z_k$	Z_i	1	2	5	6	$\sum$
Absolyut chastotalar	N_i	1	2	4	3	10=n
Nisbiy chastotalar		0.1	0.2	0.4	0.3	1
To'plangan chastotalar		0.1	0.3	0.7	1	-
Taqsimot funksiyasi		0	0.1	0.3	0.7	-

Tanlamani tashkil etishning keyingi bosqichi chastotalarni sanashdir, bunda ular bilan birga tanlamaning har xil $Z_1, Z_2, \ldots, Z_k$ elementlari uchraydi, bu erda $k \le n$-tanlama tarkibida bo'lgan turli xil raqamlar soni. Ushbu tanlama 4 ta turli sonlarni o'z ichiga oladi: $Z_1=1$, $Z_2=2$, $Z_3=5$, $Z_4=6$.

Aytaylik, Z_i soni tanlamada n_i marta uchraydi, unda n_i soni Z_i tanlamaning elementi chastotasi yoki absolyut chastotasi deyiladi. Bu chastotalar jadvalning 4- qatorida keltirilgan. Ma'lumki, absolut chastota yig'indisi kuzatish chastotasiga teng:

$$\sum_{i=1}^{k} n_i = n.$$

Absolut chastotalardan nisbiy chastotalarga o'tish oson bo'lib, ular tanlama hajmi n ga nisbati bo'yicha aniqlanadi:

$$\omega_i = \frac{n_i}{n}.$$

Ma'lumki, nisbiy chastotalar yig'indisi birga teng, ya'ni

$$\sum_{i=1}^{k} \omega_i = 1.$$

Juftlik ketma – ketligi (Z_i, ω_i)ni tanlamaning statistik taqsimoti deyiladi.

Odatda statistik taqsimot jadval ko'rinishida yoziladi, birinchi qator Z_i tanlamaning turli elementlarini, ikkinchisi- ω_j nisbiy chastotalarni o'z ichiga oladi.

Kuzatishlar sonining cheksiz o'sishi natijasida Z_j nisbiy chastotalari qiymatlari $P_j = \Pr ob[X = Z_j]$ ehtimollikka intiladi, tanlamaning statistik taqsimoti esa, X diskret tasodifiy miqdor taqsimot qonuniga o'tadi.

Sotish hajmining statistik taqsimoti eng ko'p ehtimolli sotish hajmini aniqlash uchun va bundan tashqari, mos tovarlar zahirasi uchun muhimdir.

Chastotalar bilan birga to'plangan chastotalar ham

$$\sum_{j=1}^{k} n_j = N_w$$

hisoblanib, ular tanlamada berilgan miqdordan kichik va teng bo'lgan va to'plangan nisbiy chastotalar tanlamada necha marta uchrashini ko'rsatadi:

$$\sum_{j=1}^{k} \omega_j = \Omega_w$$

bular jadvalning beshinchi qatorida keltirilgan.

To'plangan chastotalar o'rniga tanlab olingan taqsimot funksiyasi $F_n(x)$ hisoblanadi:

$$F_n(x) = \sum_{z_j < x} \omega_j = \frac{1}{n} \sum_{z_j < x} n_j \qquad (3)$$

bunda faqat tanlamaning $Z_j < X$ tengsizlik bajariladigan elementlari uchun chastotalari yig'iladi. Tanlangan taqsimot funksiyasi jadvalning oxirgi qatorida berilgan.

Biror bir ehtimollikga oid tajriba o'tkazib turib, masalan, tangani N marta otib turib va bu tajribani ma'lum bir ro'y berish natijasini hisoblab, aytaylik, N_{gerb} gerbning tushish soni bo'lsin. biz bu tajribada, bu «gerb» tomoni tushishlar sonini umumiy soniga nisbatan olgan holda ro'y berish chastotasini aniqlashimiz va buni quyidagi ifoda orqali yozishimiz mumkin: $\frac{N_{gerb}}{N}$.

$v(A_k)$ hodisa ro'y berishining nisbiy chastotasi deb, A_k hodisa ro'y berishi uchun olingan N_k tajribalar sonining umumiy tajribalar soni N ga nisbatiga aytiladi:

$$v(A_k) = \frac{N_k(A_k)}{N} \qquad (4)$$

Yetarli darajada tajribalar o'tkazgandan so'ng shuni payqash mumkinki, tajribalar soni kam bo'lganda, biror bir hodisaning ro'y berish chastotasi tasodifiy bo'lganday bo'lib, tajribalar soni ko'paygan sari va ma'lum bir darajaga yetgandan keyin uning qiymati barqarorlashadi, bu holatga ushbu hodisaning ehtimolligi deb aytiladi. Rasmiy holda bu A_k hodisaning ehtimolligi $P(A_k)$ agar ko'rsatilgan limit mavjud bo'lsa quyidagicha yoziladi:

$$P(A_k) = \lim_{N \to \infty} \frac{N_k(A_k)}{N}. \qquad (5)$$

Ehtimollikni bunday ifodalash chastota barqaror bo'lganda ma'noga ega. Shunday qilib, ingliz statisti Pirson, tangani 12000 marta otib «gerb» ning ro'y berish chastotasi taxminan 0,5069 ga, 24000 marotaba otganda esa, 0,5005 ga teng bo'ladi, bu esa – 0,5 klassik natijaning olinishiga olib keldi.

Endi keyingi, oddiy o'yin kubigini tashlash, misolini ko'rib chiqamiz. *Bu holda har qanday (X) ochkolar sonini tushish ehtimolligi (P)* 1 dan 6 gacha bir xil bo'lib, u 1/6 ga teng. Aytaylik bosh to'plamga jadvalning yuqoridagi taqsimlanishi mos kelsin, pastida esa uning ayrim tanlamalarining empirik taqsimlanishi berilgan bo'lsin.

X	1	2	3	4	5	6
P	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

X_k	1	2	3	4	5	6
W_k	0.16	0.17	0.17	0.16	0.17	0.17

Jadvaldan ko'rinib turibdiki, tanlamaning nisbiy chastotasi nisbiy chastota, ya'ni bosh to'plam ehtimolligiga yaqin.

Yuqorida ko'rilgan misolda ham ya'ni yirik ehosli mollarni soni hajmi bilan ham xuddi shunday mulohaza yuritish mumkin.

Agar $Z_k = k$ (sotilgan mollar sonini Z tasodifiy o'zgaruvchi qiymati sifatida karasak, Z_k ro'y berish kiymatlarining nisbiy chastotasi kuzatishlar soni yetarlicha ko'p bo'lganda

$$Prob\{Z = z_k\} = \lim_{n\to\infty} \frac{N_k\{Z = z_k\}}{N} \qquad (6)$$

ehtimollikka intiladi.

Nisbiy to'plangan chastotalar esa,

$$Prob\{Z < z\} = \sum_{z_i < z} Prob\{Z = z_i\} = F_z(z) = \lim_{n\to\infty} \frac{N\{Z < z_i\}}{N} \qquad (7)$$

ehtimollikka intiladi.

Bunga Z diskret tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi deyiladi.

7.5. Uzluksiz tasodifiy miqdorlar. Gistogrammalar tuzish

Tarkibida uzluksiz tasodifiy miqdorlar mavjud bo'lgan tanlamalar soni ko'p bo'lganda, ularning elementlari qiymatlar intervallari bo'yicha guruhlarga ajratiladi. Buning uchun uning barcha qiymatlarini o'z ichiga olgan tanlamalar intervali bir biri bilan kesishmaydigan k ta intervallarga bo'linib, ularning uzunligi hisoblashga qulay bo'lishi uchun bir xil qilib olinadi va tuhilgan interval soniga bo'linadi:

$$\Delta x = \frac{\nabla}{k} = \frac{x^{(n)} - x^{(1)}}{k} \qquad (8)$$

qisman intervallar tanlangandan so'ng, j nchi intervalga tushuvchi n_j tanlamaning elementlari miqdori ya'ni chastotalar aniqlanadi.

Chastotalar bilan birgalikda nisbiy chastotalar, to'plangan nisbiy chastotalar hisoblanadi. Olingan natijalar jadvalda qayd qilinadi, birinchi qatorda ketma - ket intervallar chegaralari, ikkinchisida

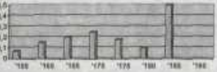
ungа mos chastotalar turadi. To'plangan chastotalar qiymati bo'yicha interval bo'yicha guruhlangan tanlama uchun tanlamaning taqsimot funksiyasini tuzish mumkin. Tanlamani aniq tasavvur qilish uchun ko'pincha uning grafigi – chastota va nisbiy chastotalaridan gistogrammasi ishlatiladi. Bu gistogrammalarning har biri j - intervalda tanlamaning o'sishi bo'yicha joylashtirilgan $\frac{n_j}{\Delta x}$ yoki $\frac{\omega_j}{\Delta x}$ qiymatlarni qabul qiluvchi ayrim- ayrim o'zgarmas funksiyani o'zida aks ettiradi. Bu funksiya eni Δx va balandligi $\frac{n_j}{\Delta x}$ $(\frac{\omega_j}{\Delta x})$ bo'lgan, ularga mos intervallardan tuzilgan to'rtburchaklardan tashkil topgan pog'onali shakl ko'rinishida beriladi. j – to'rtburchakning maydoni $\Delta x \cdot \frac{n_j}{\Delta x}$ (yoki ω_j ga teng, barcha pog'onali shaklning maydoni esa tanlama hajmiga (chastotalar gistogrammasi uchun) yoki birga (nisbiy chastotalar gistogrammasi uchun) teng.

Misol sifatida taqsimot gistogrammasini oliygoh talabalarining bo'yi uzunligi bo'yicha ko'rib chiqamiz.

Bo'yi h	155-16[illegible]	160-16[illegible]	165-17[illegible]	170-1[illegible]	175-1[illegible]	180-18[illegible]	185-19[illegible]
n_i/n	0.07	0.1[illegible]	0.[illegible]	0.25	0.18	0.10	0.0[illegible]

Gistogrammada ko'rsatilgan har bir ustunning balandligi bo'yi mos intervalga tushuvchi odamlar soniga proporsionaldir. Faraz qilaylik, ko'rikdan o'tkazish uchun tanlangan 1000 ta studentdan 250 tasining bo'yi 170 dan 175 sm ($170 \le h \le 175$) gacha oraliqda.

Nisbiy chastota



U holda gistogrammadagi intervalga mos kelgan ustunning balandligi

$$\frac{h_i}{n\Delta h} = \frac{\frac{n(170 \le h \le 175)}{n}}{\Delta h} = \frac{250}{1000 \cdot 5} = 0.05$$ ga teng, bu ustun maydoni esa $\frac{n_i}{n} = 0.25$ ga teng.

7.6. O'rtacha qiymat, matematik kutish, dispersiya

Aytaylik, yirik shoxli mollarni sotish tanlama hajmi 10 kun mobaynida $\{X_k\}=\{1,5,5,6,2,5,6,2,6,5\}$ bo'lsin. Bu tanlama uchun bir kun ichida sotish hajmining o'rtacha qiymatini barcha tanlama ma'lumotlarini qo'shib, ularning soniga bo'lish orqali hosil qilamiz:

$$\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} X_k = \frac{1+5+5+6+2+6+5}{10} = 4.3$$

Agar bu tenglikning o'ng qismidagi yig'indiga qarasak, bu yerda undagi ko'p sonlar qaytarilayotganini ko'ramiz. Shu bilan birga tanlamadagi umumiy ma'lumotlar soniga bo'lingan qaytarilish soni tanlamada mos qiymatlar vujudga kelishi chastotasidir. Shunday qilib, o'rtacha qiymatni quyidagicha ham aniqlash mumkin.

$$\bar{X} = \sum_{\{k\}} X_k \cdot W_k = 10{,}1 + 20{,}2 + 50{,}4 + 60{,}3 = 4{,}3 \qquad (9)$$

Bunda jamlash tasodifiy miqdorning turli qiymatlari bo'yicha olib boriladi, ushbu misolda $\{X_k\} = \{1,2,5,6\}$ og'irlik sifatida tanlamada uchraydigan bu qiymatlar chastotasi ishtirok etadi. (bunda og'irlik birga teng).

Deyarlik ko'p N kuzatishlar soni doirasida X_k qiymatlarning W_k chastotalari tegishli $P_k = Prob\{X = X_k\}$ ehtimollikka o'tadi va X diskret tasodifiy miqdorning qabul qilish mumkin bo'lgan $\{X_k\}$ qiymatlar jadvali va ularga tegishli $P_k = Prob\{X = X_k\}$ ehtimolliklar ko'rinishida berilishi mumkin.

X	X_1	X_2	...	X_n
P	P_1	P_2	...	P_n

Matematik kutish yoki bunday tasodifiy miqdorning o'rtacha qiymati (bosh to'plam bo'yicha) X tasodifiy miqdorning barcha mumkin bo'lgan amalga oshirishlarining o'lchangan yig'indisi orqali aniqlanadi, bu erda og'irlik sifatida bu amalga oshirishlarning

ehtimolligi ishtirok etadi, shu bilan birga og'irliklar yig'indisi birga teng bo'ladi

$$M[X] = X_1P_1 + X_2P_2 + \ldots + X_nP_n = \sum_k X_kP_k \qquad (10)$$

Bu X tasodifiy miqdorning sonli xarakteristikasidan iborat bo'lib, u X ning barcha miqdorlariga mos keladi. O'rtacha qiymatning yana bir boshqa ifodalanishi $M[X] = \langle X \rangle = m_x = \mu$ dan iborat.

Uzluksiz tasodifiy miqdorning matematik kutishi quyidagicha aniqlanadi:

$$M[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x\,dF_x(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_x(x)\,dx \qquad (11)$$

Matematik kutishning xossalari:

Har qanday o'zgarmas a, b, c sonlar uchun quyidagilar o'rinli:

$$M[c] = c$$
$$M[X + b] = M[X] + b$$
$$M[aX] = aM[X]$$
$$M[aX + b] = aM[X] + b$$

Bu xossalar matematik kutish ta'rifidan kelib chiqadi. Agar X va Y tasodifiy miqdorlar bo'lsa, unda yangi tasodifiy miqdorlar $(X+Y)$, $(X-Y)$, $(X \cdot Y)$, $\left(\frac{X}{Y}\right)$ ni aniqlash mumkin.

Har qanday X va Y tasodifiy miqdor uchun

$$M[X + Y] = M[X] + M[Y] \qquad (12)$$

bo'ladi.

Matematik kutish (kutilgan, yoki o'rtacha qiymat) ko'pincha tasodifiy natijani xarajat va pushum bilan solishtirish paytida baholanadi, masalan, lotoreyada kutilgan yutuq yoki aksiyadan kutilgan daromad va boshqalarda.

Bir tasodifiy miqdor bilan ish olib borganda, uning faqat o'rtacha qiymatinigina aniqlash yetarli bo'lmasdan, balki o'rtacha qiymat atrofida uning tarqalish o'lchamini ham kiritishimiz kerak. Masalan, chorva mollarini sotish hajmini tanlash uchun nafaqat o'rtacha sotilish hajmini, balki kundan kunga qanday o'zgarishi mumkinligini bilish kerak.

Bunday o'lchamlardan biri dispersiya bo'lib, u tasodifiy miqdorning o'rtacha qiymatidan o'rtacha kvadratik og'ishmasi orqali aniqlanadi. Uni aniqlash uchun kundik sotuv hajmining o'rtacha qiymatidan og'ishmasini topib, uni kvadratga ko'tarib, o'rtachasini olamiz:

$$D_x[X] = \frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}(X_k - \bar{X})^2 = \frac{107}{30} \approx 3{,}57$$

Tanlamada turli qiymatlarning ro'y berish chastotalarini aniqlashdan foydalanib, biz dispersiyani hisoblash formulasini quyidagicha ko'chirib yozishimiz mumkin:

$$D_x[X] = \frac{n}{n-1}\sum_{(k)}(X_k - \bar{X})^2 \cdot \omega_k = \frac{107}{30} \approx 3{,}57$$

Kuzatishlar soni n yetarli darajada ko'p bo'lganda X_k qiymatlarning ω_k chastotalari tegishli P_k=*Prob(X*=x_k*)* ehtimollikka o'tadi va tasodifiy miqdorning o'rtacha qiymatidan og'ishmasini tahlil qilish uchun yangi $Z=(X-\mu)^2$ tasodifiy miqdorni kiritish foydali bo'ladi. Kattalikni og'ishini tahlil qilish uchun o'rganish maqsadida yangi tasodifiy kattalikni kiritish foydalidir, buning qiymati tasodifiy miqdor X ning o'rtacha qiymati $\mu=M[X]$ dan kvadratik og'ishmasini ifodalaydi.

Bu tasodifiy miqdorni jadval ko'rinishida ham berish mumkin:

Z	$(x_1-\mu)^2$	$(x_2-\mu)^2$	...	$(x_n-\mu)^2$
P	P_1	P_2	...	P_n

Bunday tasodifiy miqdorning matematik kutishi

$$M[Z] = Z_1P_1 + Z_2P_2 + \ldots + Z_nP_n = \sum_k Z_kP_k =$$
$$\sum_k (X_k - \mu)^2 P_k = (M[(X - M[X])^2] \qquad (13)$$

berilgan X tasodifiy miqdorning o'rtacha qiymat $M[X]=\mu$ dan o'rtacha og'ishmasini xarakterlaydi va tasodifiy miqdor X ning dispersiyasi deyiladi. Dispersiya $D(x)$ yoki σ^2 deb belgilanadi.

Shunday qilib, dispersiyaning diskret va uzluksiz tasodifiy miqdor uchun ham umumiy ifodasi quyidagi ko'rinishga ega:

$D(X)=M[(X-M[X])^2]$ (14)

Dispersiya quyidagi xossalarga ega:

Har qanday a, b, c o'zgarmas sonlar uchun

$$D[c] = 0$$
$$D[X + b] = D[X]$$
$$D[aX] = a^2D[X]$$
$$D[aX + b] = a^2D[X]$$

lar o'rinlidir.

Bu xossalar dispersiya ta'rifidan va matematik kutish xossalari asosida isbotlanishi mumkin.

VII bobga doir topshiriqlar.

1. X tasodifiy miqdor ikkita shoshqol toshni otish natijasida tushgan katta va kichik sonlar orasidagi farq sifatida aniqlanadi. Agar ular o'zaro teng bo'lsa, u holda X nolga teng bo'ladi. X uchun ehtimollar taqsimotini aniqlang. Jadvalda mumkin bo'lgan 36 ro'y berishlar va unga mos ehtimollar taqsimoti keltirilgan.

Qizil / Yashil	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1		1	2
5	4			1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

X ning qiymati	0	1	2	3	4	5
Chastota	6	10		6	4	2
Ehtimollik		10/36		6/36	4/36	2/36

2. Bo'sh kataklarni to'ldiring.

Quyida berilgan jadvalda $E(X^2)$ ning X ning 1 – topshiriqda aniqlangan qiymatlari uchun hisoblari keltirilgan. Bo'sh kataklarni to'ldiring.

X	X^2	p	X^2p
0	0		
1	1	10/36	10/36
2	4		
3			
4	16	4/36	64/36
5	25	2/36	50/36
Jami			

3. X bosh to'plam dispersiyasini aniqlash formulasi keltirilgan.

$$\sigma_x^2 = M[X^2] - (M[X])^2$$

Bo'sh kataklarni to'ldiring.

X	p			
0	6/36	−1.9444	3.7087	0.6301
1	10/36	−0.9444	0.8919	0.2477
2	8/36	0.0556	0.0035	0.0007
3	6/36	1.0556	1.1143	0.1857
4	4/36	2.0556	4.2255	0.4693
5	2/36	3.0556	9.3367	0.5187
Jami				2.0525

4. $E(X) = 7$, bundan kelib chiqadiki, $2E(X) + 3 = 17$.

X	p	Y	Yp
2	1/36	7	7/36
3	2/36	9	18/36
4	3/36	11	33/36
5	4/36	13	52/36
6	5/36	15	75/36
7	6/36	17	102/36
8	5/36	19	95/36
9	4/36	21	84/36
10	3/36	23	69/36
11	2/36	25	50/36
12	1/36	27	27/36
Jami			612/36=17

5. Berilgan diskret tasodifiy miqdorning ehtimoli, o'rtacha qiymatini va dispersiyasini aniqlang.

Xi	pi	xi pi	xi^2pi	$(xi-\mu)^2P_i$
0	0.1			
1	0.3			
2	0.25			
3	0.2			
4	0.15			

Bu erda μ -o'rtacha qiymat.

VII bob uchun savollar

1. Iqtisodiy ma'lumotlar va ularning turlari.
2. Iqtisodda tasodifiy hodisalarga misol keltiring.
3. Ehtimolni ta'riflashning turli yo'llarini sanab o'ting. Ular o'zaro nima bilan farq qiladi?
4. Tasodifiy miqdorga ta'rif bering. Tasodifiy miqdor va tasodifiy hodisalar orasida qanday bog'lanish mavjud?
5. Tasodifiy o'zgaruvchanlikning tasodifiy bo'lmagan (deterministik) o'zgaruvchanlikdan farqi nimada? Siz tasodifiy miqdorlarning qanday turlarini bilasiz? Misol keltiring.
6. Diskret tasodifiy miqdorning asosiy ehtimollik taqsifini sanab bering va unga ta'rif bering.
7. Quyidagi miqdorlardan qaysi biri katta: Prob $(a<X<b)$ yoki Prob$(a\le X\le b)$?
8. Diskret va uzluksiz tasodifiy miqdorni Prob$(a<x<b)$ intervalga tushish ehtimolligini qanday hisoblash kerak?

a) taqsimot funksiyasi yordamida;

b) uzluksiz tasodifiy miqdor uchun ehtimolning zichligi yordamida yoki diskret tasodifiy miqdor uchun ehtimollik funksiyasi yordamida?

9. Tasodifiy miqdorning o'rtacha qiymatini qanday tavsiflash mumkin?. Matematik kutishga ta'rif bering.

10. Tasodifiy miqdor taqsimlanishining asosiy tavsiflarini sanab chiqing va ularni ta'riflab bering. Ularning o'zaro bog'liqligi qanaqa?

11. Diskret va uzluksiz tasodifiy miqdor uchun matematik kutishni hisoblashning farqi nimada? Matematik kutishni uning ta'rifidan kelib chiqqan holda asosiy xossalarini isbotlang.

12. Diskret va uzluksiz tasodifiy miqdor uchun dispersiyaga ta'rif bering.

Dispersiyani uning ta'rifidan kelib chiqqan holda asosiy xossalarini isbotlang.

VIII bob. EKONOMETRIK MODELLAR

Ekonometrika –iqtisodiyotdagi miqdoriy qonuniyatlar va o'zaro bog'lanishlarni matematik statistika usullari orqali o'rganuvchi fandir. Bu usullarning asosini korrelyatsiya-regressiya tahlillari tashkil qiladi.

Ekonometrika bo'yicha qilingan ishlar XIX asrning oxiri XX asrning boshlarida paydo bo'lgan. 1897 yilda iqtisodiy nazariyadagi matematiklar maktabi asoschilaridan biri V.Paretoning turli mamlakatlardagi aholi daromadlarini statistik o'rganishga bag'ishlangan ishining natijasi e'lon qilindi. Bu ishda Pareto egri chizig'i $y = A(x-a)^{-\alpha}$ berilgan bo'lib, bu yerda y – x dan katta bo'lgan daromadga ega kishilar soni; a - eng kam daromad; A va α lar esa statistik usullar orqali aniqlanadigan parametrlardir.

XX asrning boshlarida ingliz statistigi Gukerning bir necha ishlari e'lon qilingan bo'lib, bu ishlarda u, Pirson va uning maktabi ishlab chiqqan korrelyatsiya-regressiya usullarini iqtisodiy ko'rsatkichlar orasidagi bog'lanishni aniqlashga, xususan tovar birjasidagi hamkorliklar unining donning narxiga ta'sirini o'rgangan. Keyinchalik matematik statistika va uning amaliy elementlari nazariyasini rivojlantirish bo'yicha ko'plab ishlar qilingan.

Ekonometrik modellar va usullar hozirgi vaqtda nafaqat iqtisodiyotda yangi bilimlar olish uchun kuchli instrumenti, balki prognozlashda, bank ishida, biznesda amaliy qarorlar qabul qilish uchun keng qo'llanilib kelayotgan vositalardan biridir.

8.1. Ekonometrik tahlilning asosiy masalalari.

Iste'mol nazariyasi, ishlab chiqarish nazariyasi, bozor nazariyalarida talabning, iste'molning funksiyalari qo'llanilib, bu funksiyalarning koeffitsientlari berilgan, o'zgaruvchilar esa, daromad va iste'moldan iborat. Ekonometrika talab va iste'mollarning koeffitsientlarini daromad va xarajatlar haqidagi eksperimental ma'lumotlarga moslangan holda baholashga imkon beradi. Ko'rinib turibdiki, koeffitsientlarni baholash statistik xarakterga ega. Ekonometrik bo'lmagan modelda, misol uchun X va Y o'zgaruvchilar uchun

$$F(X,Y)=0 \quad (1)$$

bo'ladi. Bunday farazning qabul qilinishiga sabab, nazariyachilarni faqat doimiy (tasodifiy bo'lmagan) bog'lanishlar qismi qiziqtirib kelgan, chunki doimiy bo'lmagan (tasodifiy) qismi doimiy qismiga nisbatan juda kichik bo'lib, ayrim hollarda e'tiborga olmasa ham bo'ladi. Ekonometrikaning asosiy masalasi (1) farazning to'g'riligini tekshirishdir. Shuning uchun ekonometrika avvalo X va Y larning bog'lanishini quyidagi ko'rinishda:

$$F(x,y,u)=0 \qquad (2)$$

qaraydi, bu erda u – tasodifiy miqdor bo'lib, u ehtimollik qonuniga bo'ysunadi. O'rganilayotgan (2) munosabat quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$Y=f(x)+u \qquad (3)$$

bu erda f(x) – doimiy qismi; u – doimiy bo'lmagan qismi;

Ekonometrik masalalarni echishda regressiya tahlili, dispersiya tahlili, kovariatsiya tahlillari ishlatiladi.

8.2 Iqtisodiy ma'lumotlardagi chiziqli statistik bog'lanish tahlili

Iqtisodiy izlanishlardagi asosiy masalalardan biri o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanishni tahlil qilishdir. O'zgaruvchilar orasidagi bog'lanishning eng oddiy turi chiziqli bog'lanish bo'lib, mana shu bog'lanishning tarkibini, uning parametrlarini baholash matematik statistikaning asosiy yo'nalishlaridan biridir.

Ikkita X va Y o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanish masalasini va ular orasidagi quyidagi ikkita munosabatni qaraymiz.

1. X va Y o'zgaruvchi o'zaro chiziqli bog'lanishga egami?
2. X va Y o'zgaruvchilarning bog'lanish formulasi qanaqa?

Birinchi holda X va Y ikkalasi teng huquqli bo'lib, ular orasida erkli va erksiz o'zgaruvchi bo'lmaydi.

Ikkinchi holda esa bir o'zgaruvchining ikkinchisiga bog'liqligini, ya'ni $y = a + bx$ formulaning baholanishi to'g'risida gap ketadi. Bu yerda X- erkli, Y -erksiz o'zgaruvchidir.

Bu masalalarni echish uchun maxsus matematik statistika usullari mavjud. 1-holda X va Y miqdorlarning korrelyatsiya koeffitsienti, 2-holda esa chiziqli regressiya koeffitsientlari a va b hamda ularning standart xatolari va t–statistikalarni aniqlash, bu qiymatlar orqali X va Y miqdorlar orasida bog'lanish mavjud yoki mavjud emasligini tekshirishdan iboratdir.

X va Y lar orasida chiziqli bog'lanish mavjud deb faraz qilamiz. Agar X o'zgaruvchi o'zining o'rtacha qiymatidan katta qiymat qabul qilsa, bog'lanish musbat bo'ladi u holda Y o'zgaruvchining qiymati ham o'zining o'rtacha qiymatidan katta bo'lishi kerak. Agar X

o'zgaruvchi o'zining o'rtacha qiymatidan kichik qiymat qabul qilsa, u holda Y ning qiymati ham o'zining o'rtacha qiymatidan kichik bo'ladi.

8.3. Korrelyatsiya koeffitsienti.

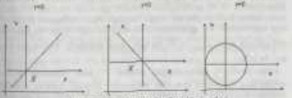
Chiziqli bog'lanish darajasining o'lchami sifatida korrelyatsiya koeffitsienti ishlatiladi.

X va Y o'zgaruvchilar orasidagi korrelyatsiya koeffitsienti

$$r(x,y)=\frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}} \qquad (1)$$

ko'rinishda ifodalanadi.

Korrelyatsiya koeffitsienti formulasidan ko'rinib turibdiki, korrelyatsiya koeffitsientining miqdori ikkala o'zgaruvchi o'lchamidan bog'liq emas, shuning uchun bu miqdorni ben'lchov miqdor deb atashadi. Uning miqdori −1 va +1 orasida o'zgaradi. −1 qiymatni chiziqli manfiy bog'lanish natijasida +1 qiymatni chiziqli musbat bog'lanish natijasida qabul qiladi. Korrelyatsiya koeffitsientining 0 ga yaqin qiymati o'zgaruvchilar orasida bog'lanish yo'qligini bildiradi.



8.3.1-rasm. Korrelyatsiya bog'lanishlar turlari.

Korrelyatsiya koeffitsientining suratidagi miqdor

$cov(x,y)=\frac{1}{n}\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})$ kovariatsiya ko'rsatkichini beradi. Bu ko'rsatkich ham korrelyatsiya koeffitsientidek X va Y lar orasidagi chiziqli bog'lanish darajasini xarakterlaydi, lekin bu o'lchamga ega bo'lib X va Y larning o'lchamidan bog'liq.

Bosh to'plam uchun $\rho_{xy}=\dfrac{cov(x,y)}{\sigma(x)\sigma(y)}$ ga teng.

Korrelyatsiya koeffitsientini tahlil qilishda quyidagi savol tug'iladi. Agar $r(x,y)$ bosh to'plam uchun nolga teng bo'lsa, u tanlama to'plamda nolga teng bo'lmasligi mumkin. Aksincha, u albatta haqiqiy qiymatidan chetga chiqadi, lekin bu chetga chiqishlar. Shunday qilib X va Y miqdorlar korrelyatsiya koeffitsientining har bir aniq qiymatida bosh to'plam uchun tanlangan korrelyatsiya koeffitsienti tasodifiy miqdor hisoblanadi. Bundan kelib chiqadiki uning ixtiyoriy funksiyasi ham tasodifiy miqdor hisoblanadi va jadvalli tahlil uchun qulay bo'lgan shunday funksiyani ko'rsatish talab qilinadiki, bu funksiya ma'lum bo'lgan biron bir taqsimotga ega bo'lsin. Tanlangan korrelyatsiya koffisienti r uchun shunday funksiyalardan biri t–statistika hisoblanadi va u quyidagi formula orqali hisoblanadi:

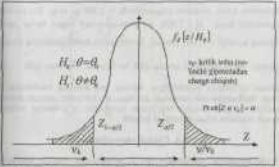
$t=\dfrac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$ va u n-2 erkinlik darajasiga ega bo'lgan Styudent taqsimotidan iboratdir.

Erkinlik darajasi soni kuzatishlar sonidan 2 ta kam, tanlangan korrelyatsiya koeffitsienti formulasiga X va Y larning tanlangan o'rtacha qiymatilari kirar ekan, hisoblash uchun tasodifiy miqdorlar kuzatishlardan bog'liq bo'lgan ikkita chiziqli formula ishlatiladi. Korellyatsiya koeffitsienti uchun nolinchi gipoteza tekshirib ko'riladi, ya'ni uning bosh to'plamda nolga tengligi. Agar tanlangan korellyatsiya koeffitsienti nol qiymatdan juda ko'p chetga chiqsa bu gipoteza rad qilinadi ya'ni $\rho_{xy}=0$ bo'lgan kam ehtimolli hodisa yuz bergan bo'ladi.

Bu yerda " ko'p chetga chiqish " kam ehtimolli hodisa so'zlarining ma'nosini tushunish muhimdir. Keyingi holatda shunday hodisaga ehtimollik berish kerakki, bu statistikada "muhimlik darajasi" deb aytiladi. Ko'p hollarda 1% va 5% muhimlik darajasi beriladi. Agar ba'zi bir ko'rsatgichlar uchun uning haqiqiy qiymati nolga tengligi to'g'risidagi gipoteza tekshirilayotgan bo'lsa, va agar berilagan tanlama bo'yicha ko'rsatgichning bahosi quyidagicha bo'lsa, ya'ni uning shunday yoki undan katta qiymatini(absolut qiymat bo'yicha) hosil qilish ehtimoli mos ravishda 1% va 5% lardan kam bo'lsa, u holda bu gipoteza rad qilinadi.

7.3.2-rasmda korelyatsiya koeffitsienti uchun nolinchi gipotezani tekshirish berilgan bo'lib, bundan statistik gipotezalarni tekshirish

uchun umumiy sxema sifatida foydalanilishi mumkin. Bu yerda H_0 – korrelyatsiya koeffitsientining haqiqiy qiymati nolga tengligi to'g'risidagi gipoteza, unga alternativ H_1 –u nolga teng emas degan gipoteza.



7.3.2-rasm. Korrelyatsiya koeffitsienti uchun nolinchi gipotezani tekshirish.

f_z-funksiya Styudent taqsimoti ehtimolligining zichlik funksiyasidan iborat agar nolinchi gipoteza to'g'ri bo'lsa. Shtrixlangan soha –bu tanlangan korrelyatsiya koeffitsienti qiymatidan absolyut qiymati bo'yicha katta bo'lgan sohadir. Agar uning ushu sohaga tushsa, H_0 rad qilinadi. α - muhimlik darajasiga teng bo'lgan shtrixlangan maydonga Z ning qiymati H_0 bajarilgan holda tushadi.

Nolinchi gipotezani tekshirishni aniq misolda qarab chiqamiz. Aytaylik, biror bir fermer xo'jaligida yetishtirilgan bahorgi bug'doyning hosildorligi va unga beriladigan suvning 1991-2000 yillar uchun ko'rsatkichlari to'g'risidagi ma'lumotlar hamda ular uchun tanlangan -0,227 ga teng bo'lgan korrelyatsiya koeffitsienti berilgan bo'lsin. Ko'rinib turibdiki, bog'lanish teskari, lekin uning muhimlik darajasi qanday? H_0 gipotezani tekshirib ko'ramiz. Buning uchun t–statistikani hisoblaymiz $t=\dfrac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$.

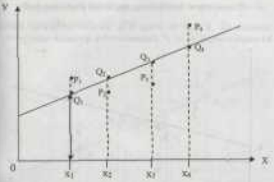
Bizning misolimizda t–statistika-0,66 ga teng. $\alpha=0{,}05$ muhimlik darajasini beramiz, ya'ni 5%. Kritik soha ikkita bir xil sohadan iborat bo'lib, ularning qiymati 0,025 ga teng. t–statistikaning qiymati taqsimlanishining o'ng «dumi»ga tushadigan ehtimollik jadvalini qaraymiz. Faqat o'ng «dumi»ga ya'ni bir tomonlama kritik sohaga tushish ehtimolligi $\frac{\alpha}{2}$ ga teng, bizning holda u 0,025. Jadvaldan kritik qiymatni topganimizda u 2,306 ga teng. Biz nolinchi gipotezani faqat $|t| > 2{,}306$ bo'lgandagina rad qilgan bo'lar edik, bizning holda $|t| = 0{,}66$. Demak, korrelyatsiya koeffitsientining haqiqiy qiymati nolga tengligini inkor qilib bo'lmaydi. Shunday qilib biz fermer xo'jaligida yetishtirilgan bahorgi bug'doyning hosildorligi va unga beriladigan suv miqdori berilgan ma'lumotlar asosida statistik muhim bo'lgan chiziqli bog'lanish mavjudligi to'g'risidagi xulosani berish mumkin emas ekanligini ko'rdik.

8.4. Chiziqli regressiya tahlili

Korrelyatsiya koeffitsienti ikkita o'zgaruvchi orasida bog'lanish mavjud yoki mavjud emasligini ko'rsatadi, lekin bu bog'lanish qay darajada ekanligi to'g'risida ma'lumot bermaydi. Aytaylik, ikki o'zgaruvchi orasida quyidagi bog'lanish mavjud:

$$Y = \alpha + \beta x + u \qquad (7.4.1)$$

Bu yerda $\alpha + \beta x$ – tasodifiy bo'lmagan qismi, x tushuntiradigan o'zgaruvchi sifatida qatnashadi, α va β lar esa aniqlanishi kerak bo'lgan noma'lum parametrlardir, u – tasodifiy miqdor.



8.1-rasm

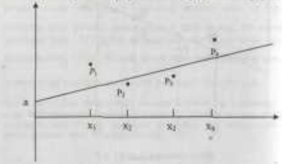
P nuqtalar o'zgaruvchilarning haqiqiy qiymatini aks ettiruvchi nuqtalardir. Bu yerda α va β va Q nuqtalarning hamda tasodifiy hadning haqiqiy qiymatlari noaniqdir.

Regressiya tahlilining asosiy masalasi α va β parametrlarning bahosini va P nuqtalar bo'yicha o'tadigan to'g'ri chiziqning holatini aniqlashdan iboratdir.

Ko'rinib turibdiki u ning qiymati qancha kichik bo'lsa, masalani echish shunchalik oson bo'ladi. Haqiqatan ham agar tasodifiy had qatnashmaganda edi, unda P nuqta Q nuqta bilan ustma ust tushgan bo'lardi va to'g'ri chiziqning holati aniq bo'lgan bo'lardi. Bu holda bu chiziqni chizish va α va β ni qiymatini aniqlash oson bo'lgan bo'lardi.

Parametrlarni baholashning eng kichik kvadratlar usuli

Aytaylik biz X va Y lar uchun 4 ta kuzatish natijalariga egamiz va bu natijalar orqali α va β parametrlarning qiymatini aniqlaymiz.

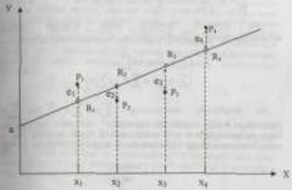


8.2-rasm

8.2-rasmda to'g'ri chiziqning Y o'qi bilan kesishish nuqtasi α ning bahosini bildiradi va a bilan belgilangan, to'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyenti esa β ning bahosini anglatib, v bilan belgilanadi. Birinchi qadam bir bir kuzatishning xatosini aniqlashdan iboratdir:

$$\varepsilon_1 = y_1 - \hat{y}_1,$$
$$\varepsilon_2 = y_2 - \hat{y}_2,$$
$$\varepsilon_3 = y_3 - \hat{y}_3,$$
$$\varepsilon_4 = y_4 - \hat{y}_4.$$

Regressiya chizig'ini shunday chizishimiz kerakki, natijada bu xatolar minimum bo'lsin (8.3-rasm).



8.3-rasm

Qo'yilgan masalani yechishning usullaridan biri xatolar kvadratlarining yig'indisini minimallashtirishdan iboratdir.

$$S = e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2 \rightarrow \min$$

bundan $S(a,b) = \sum_i e_i^2 \rightarrow \min$ kelib chikadi.

Bundan quyidagini yozishimiz mumkin:

$$S(a,b) = \sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - a - bx_i)^2 \rightarrow \min$$

Bizga oliy matematikadan ma'lumki biror bir funksiyaning ekstremal nuqtalarini topish uchun uning birinchi tartibli hosilasi nolga tenglashtiriladi.

$$\frac{\partial S}{\partial a}=0, \quad \begin{cases} \dfrac{\partial S}{\partial a}=-2\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(y_i-a-bx_i)=0 \\ \dfrac{\partial S}{\partial b}=-2\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(y_i-a-bx_i)x_i=0 \end{cases}$$
$$\frac{\partial S}{\partial b}=0$$

Bu sistemada qavslarni ochib, o'xshash hadlarni ixchamlashtirganda quyidagi tenglamalar sistemasini hosil qilamiz.

$$\begin{cases} \sum y_i = na + b\sum x_i \\ \sum x_i y_i = a\sum x_i + b\sum x_i^2 \end{cases}$$

Bu tenglamalar sistemasidagi $\sum y_i, \sum x_i, \sum x_i y_i, \sum x_i^2$ yig'indilarni topib, tenglamalar sistemasini a, b noma'lumlarga nisbatan yechganimizda a va b noma'lumlarni topish mumkin yoki bu noma'lumlarni quyidagi formulalar orqali ham aniqlash mumkin:

$$b=\frac{\operatorname{cov}(x,y)}{\operatorname{var}(x)}$$

$$a=\bar{y}-b\bar{x}$$

bu yerda

$$\operatorname{cov}(x,y)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})$$

$$\operatorname{var}(x)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$$

Matematik statistikada parametrlarni baholash sifati α va β miqdorlarning siljimaslik miqdori bilan xarakterlanadi va u

$M(a)=\alpha$, $M(b)=\beta$ bo'ladi.

Bu erda $M(\xi)$ ξ-tasodifiy miqdorning matematik kutishi.
a va b ning asoslanganligi:

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{var}(a)=0$$
$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{var}(b)=0$$

Bu baholashlarning sifati bular qaysi usul bilan hosil qilinganligiga bog'liq. Biz a va b baholarni hosil qilish uchun eng kichik kvadratlar usulini qo'lladik. Matematik statistika kursida eng kichik kvadratlar usuli asosida olingan baholar siljimagan va asosli baholar deyiladi. Demak a va b lar siljimagan va asosli baholardir. Regressiya tahlilining boshqa muhim masalasi shuni tekshirishki, biz tanlagan model tanlama modelga teskari emas, yani undan ko'p chetga chiqmaydi. Bunday masalaga modelning adekvatligini tekshirish masalasi deyiladi. Matematik statistikada bu masalani yechish uchun juda ko'p usullar mavjud. Chiziqli regressiya modelining adekvatligini tekshiruvchi oddiy usuldan biri determinatsiya koeffitsientini tekshirishdir:

$$R^2=\frac{\sum(\hat{Y}_i-\bar{Y})^2}{\sum(Y_i-\bar{Y})^2} \qquad (8)$$

R^2 1 ga qancha yaqin bo'lsa regressiya tenglamasining adekvatlik darajasi shuncha yuqori bo'ladi. Lekin R^2 ning bitta kamchiligi shundaki, koeffitsientning ko'p qiymatlariga kuzatishlar soni kam bo'lgan hollarda erishiladi. Bu kamchilikni to'g'rilaydigan modelning adekvatligini o'lchash determinatsiya koeffitsientining o'zgartirilgan turi bo'lib, uning ko'rinishi:

$$\bar{R}^2=1-\frac{P-1}{P-(m+1)}\cdot(1-R^2)$$

dan iborat, bu yerda m=1 bo'lib, regressiya modelining dummy qismi.

8.5. Chiziqli model orqali prognoz qilish.

Aytaylik, X va Y lar quyidagi tenglama orqali:

$$Y=\alpha+\beta x$$

chiziqli bog'langan va bular tasodifiy miqdorlardan iborat bo'lsin. $\langle x_1, \ldots, x_n \rangle$ tanlamalar orqali nazariy modelning

$$y=\hat{\alpha}+\hat{\beta}x$$

baholarini hosil qildik. $x_N \in \langle x_1, \ldots, x_n \rangle$ davrda model orqali prognoz $y_N = y(x_N)$ ni qidirishdan iborat.

Bu masalani yechish uchun quyidagilarni bajarish kerak:

1. $$y_q = y(x_q) = x_q \hat{\beta} + \hat{\alpha}$$

ni hisoblash

2. $$S_y = \sqrt{S^2\left[\frac{1}{n} + \frac{\sum (x_q - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}\right]},$$

ni hisoblash kerak, bu yerda

$$S^2 = \frac{1}{n-2}\sum\left(y_i - \hat{y}_i\right)^2 \text{ ga teng.}$$

3. t-taqsimlanish jadvali orqali t^{α}_{n-2} ni hisoblash kerak bu erda α ni 100%*(1-2α) orqali aniqlash mumkin.

Ishonch intervalini berilgan 100%*(1-2α) orqali qidirganimizda qidirilayotgan Y_q miqdor aniqlanadi:

$$\hat{y}_q - t^{\alpha}_{n-2}\cdot S_y \le Y_q \le \hat{y}_q + t^{\alpha}_{n-2}\cdot S_y$$

Ekonometrik modelga misol

Shaharning 10 ta savdo shahobchalarini kuzatish orqali mol go'shtining lahm joyiga bo'lgan talab qonunini tekshirilgandagi kuzatish natijasi quyidagi 1-jadvalda keltirilgan.

8.1-jadval

Kuzatish Tartibi	i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sotib olinish (kg)	Y_i	25	30	20	25	15	10	20	15	40	30
1kg narxi (ming so'm)	X_i	3	2.5	3.5	3	4	4.5	3.7	2.5	2.3	2.7

Yechish.

1-qadam. Talab qonunining modelini tanlash:

$$Y = \alpha + \beta x.$$

2-qadam. Kuzatishlar jadvali orqali va (7) formulaga asosan eng kichik kvadratlar usulidan foydalanib α, β-koeffitsientlarni baholaymiz:

$$\hat{\beta} = -12.1\ ,\ \hat{\alpha} = 63.5.$$

3-qadam. Tanlangan modelning ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x = 63.5 - 12.1x\ .$$

4-qadam. Eng kichik kvadratlar usuli orqali baholaymiz ya'ni $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ baholarni topamiz. Statistikadan ma'lumki, α,β larni eng kichik kvadratlar usuli bilan baholashda quyidagi sifatlariga e'tibor beriladi.

\# siljimaslik (ya'ni $M(\hat{\alpha}) = \alpha$, va $M(\hat{\beta}) = \beta$.

\# asoslanganlik ya'ni $VAR(\hat{\alpha}) = 0$ va $VAR(\hat{\beta}) = 0$ va $n \to \infty$ da.

5-qadam. Determinatsiya koeffitsienti orqali modelning adekvatligini baholash: $R^2 = 0.938$ yani Y X dan 94% chiziqli bog'langan va uning ko'rinishi $2.3 \le X \le 4;\ 10 \le Y \le 40$ oraliqda $Y = 63.5 - 12.1x$ bo'ladi.

6-qadam. hosil qilingan model orqali prognoz qilish:

Agar mol go'shtining lahm joyining 1kg ni 5 ming so'mdan sotiladigan bo'lsa, qancha go'sht sotib olish kerak?

Regressiya tenglamasidan:

$$Y = 63.5 - 12.1x = 63.5 - 12.1 * 5 = 3 \text{ ni hosil qilamiz.}$$

Bundan ko'rinib turibdiki, bu narx bilan 3 kg sotib olish mumkin bo'ladi. Demak, bu narx yuqori bo'lganligi uchun, sotib olinadigan go'shtning miqdori kam bo'layapdi.

8.6. Ko'p o'lchovli chiziqli regressiya modeli

Agar ekonometrik model bir nechta bog'liq bo'lmagan o'zgaruvchilardan $x_1, x_2, \ldots, x_m$ va bitta bog'liq bo'lgan Y o'zgaruvchidan iborat bo'lsa, yani

$$Y = f(x_1, \ldots, x_m) + \varepsilon$$

bo'lsa, bu yerda $f(x_1, \ldots, x_m)$ - doimiy qismi, ε- doimiy bo'lmagan qismi, u holda bir o'zgaruvchili regressiya modeliga o'xshab, bu modelni ham o'rganish mumkin. Regressiya modeliga misol sifatida quyidagi oddiy modelni qaraymiz:

$$Y = \sum_{i=1}^{m} \beta_i X_i + e_i$$

bu yerda $x_{i1}, \dots, x_{im}$ lar bog'liq bo'lmagan o'zgaruvchilar, $y_1, \dots, y_m$ lar bog'liq bo'lgan o'zgaruvchilar, $e_1, \dots, e_m$ - doimiy bo'lmagan qiymat.

Aytaylik $(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im})$, $i=1,2,\dots,p$- lar m - kuzatilayotgan miqdorlardan iborat bog'liq bo'lmagan o'zgaruvchilar vektori bo'lsin.

$(y_1, y_2, \dots, y_p)$- vektor p-tartibdagi Y o'zgaruvchilarning qiymatini aks ettirsin. U holda regressiya modelining standart holdagi umumiy ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$Y_i = \sum_{k=1}^{m} \beta_k Y_k + e_i, \quad i = \overline{1,p} \qquad (1)$$

Bu modelda

$$x_i = 1, \quad i = \overline{1,p}$$

deb faraz qilamiz, yani β_1-ozod had.

Eng kichik kvadratlar usulining parametrlari bahosi $(\beta_1, \dots, \beta_m)$ lardan iborat. Vektor $(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_m)$ lar shunday bo'lishi kerakki, kvadratlar yig'indisi minimum bo'lsin:

$$S = \sum_{i=1}^{p} e_i^2 = \sum_{i=1}^{p} (Y_i - \sum_{k=1}^{m} \beta_k Y_k)^2 \qquad (2)$$

(1) regressiya modeli matritsa ko'rinishida quyidagicha bo'ladi:

$$Y = XB + E \qquad (3)$$

bu yerda:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_p \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} X_{11} & \dots & X_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ X_{p1} & \dots & X_{pm} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_m \end{bmatrix}; \quad E = \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_p \end{bmatrix}$$

(2) tenglama matritsa ko'rinishida quyidagicha bo'ladi:

$$S = E'E = (Y - XB)'(Y - XB)$$

bu yerda E' - E ning transponirlangan matritsasidan iborat.

Minimallashtirish shartidan kelib chiqib, regressiya qoldiqlarining yig'indisi

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_i} = 0; \quad i = 1,2,\dots,m$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta} = -2(x'y - x'x\beta) = 0$$

normal tenglamalar sistemasini hosil qilamiz

bu yerdan $(x'x)\beta = x'y$ kelib chiqadi, ya'ni

$$\beta = (x'x)^{-1} x'y \qquad (4)$$

bo'lib, bu yerda $(x'x)^{-1}$ - $x'x$ ga teskari matritsa.

Regressiya modelining adekvatlik darajasini tekshirish uchun determinatsiya koeffitsienti ishlatiladi:

$$R^2 = \frac{(\beta' x' y - p\bar{y}^2)}{(y'y - p\bar{y}^2)} \qquad (5)$$

bu yerda $\quad \bar{y} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^{p} y_i$

Determinatsiya koeffitsientining o'zgartirilgan ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{p-1}{p(m+1)}(1 - R^2) \qquad (6)$$

Oxirgi ifodadan ko'rinib turibdiki, $\bar{R}^2 \le R^2$ yani $\bar{R}^2$ R^2 dan oshib ketmaydi.

Ko'p o'lchovli regressiya tahlilining asosiy muammolaridan biri bu multikollinearlikdir. Bu muammo shundan iboratki, X'X matritsaning aniqlovchisi nolga yaqin bo, bu esa β ning bahosi, eng kichik kvadratlar usuli orqali alohida elementlarning dispersiyasi katta bo'lishiga olib keladi. Buning natijasida β parametrlarning aniq baholanmasligi va modellar turlarining noaniqligi kelib chiqadi. Yana boshqa bir muammo shundan iboratki, regressiya tahlilida va qo'llanilishida avtokorrelyatsiyaning mavjudligi yani bitta dinamik qatorning hadlarining orasida korrelyatsiyaning mavjudligi, masalan

$x_1, x_2, x_3, \ldots$ ning korrelyatsiyasi $x_{2+1}, x_{2+2}, x_{2+3} \ldots$ qator bilan beriladi. L=1 bo'lsa, u holda $x_1, x_2, x_3, \ldots,$ yonma-yon turgan sonlarning korrelyatsiyasi yani birinchi darajali avtokorrelyatsiya mavjud bo'ladi. Avtokorrelyatsiya qatori darajasi avtokorrelyatsiya koeffitsienti darajasi bilan aniqlanadi. e_i $(i=1,p)$ avtokorrelyatsiyaning o'lchamining bahosi Durbin-Uotson koeffitsiyenti orqali amalga oshiriladi:

$$DW = \frac{\sum_{i=2}^{n}(e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^{n} e_i^2} \qquad (7)$$

DW=2 bo'lganda avtokorrelyatsiya mavjud bo'lmaydi (regressiyadan tasodifiy chetga chiqish). DW=0 bo'lganda yoki 4 bo'lganda, korrelyatsiya to'liq bo'ladi.

Ko'p o'lchamli chiziqli regressiyaga misol

Quyida paxta yetishtirishga ixtisoslashtirilgan tuman fermer xo'jaliklari uchun yalpi mahsulot narxi, yerning bal bonitetі(X_2) va solinadigan mineral o'g'itlar(X_3) to'g'risidagi statistik ma'lumotlar 8.2-jadvalda keltirilgan.

8.2-jadval

Xo'ja-liklar №	Yalpi mahsulot narxi(mln.so'm/ha) Y	Yerning bal boniteti X_2	Solinadigan mineral o'g'it, s X_3
1	375	60	3.6
2	350	53	3.1
3	360	54	3.2
4	600	61	4.0
5	420	55	3.5
6	280	46	2.5
7	390	58	3.7
8	410	52	3.6
9	350	51	3.3

Eng kichik kvadratlar usuli (EKKU)dan foydalanib ekonometrik model tuzilsin:

$$y = a_0 + a_1x_2 + a_2x_3$$

Yechish:

1-qadam. EKKU dan foydalanib regressiyaning tanlama modeli hosil qilingan:

$$y=-240+1{,}53x_2+163x_3$$

2-qadam. Modelning tahlili:

Yalpi mahsulot narxiga ta'sir qiluvchi faktorlar:

- yerning ball boniteti (X_2)
- solinadigan o'g'it miqdori (X_3)

Y ga eng ko'p ta'sir qiluvchi faktor X_3 dan iborat bo'lib, uning ta'siri X_2 ning ta'siridan deyarlik 100 barobar ko'pdir.

8.7 L.Kleynning ekonometrik modeli.

1950 yilda amerikalik ekonometrik Lorens Kleyn o'z vaqtida Kleyn va Goldberger tomonidan ishlab chiqilgan Amerika iqtisodining modelini modifikasiya qildi. AQSh iqtisodiyotining modelini makroiqtisodiy miqyosida uch strukturali tenglama va uchta matematik ayniyat ko'rinishida ifodalagan edi.

Regressiya modeli sifatida ko'p o'lchovli chiziqli model olingan edi. Bu modelning parametrlarini 1920-1940 davrlar uchun AQSh iqtisodiyotida iqtisodiy va ishlab chiqarish ko'rsatkichlarining statistik va hisobot ko'rinishidagi ma'lumotlari asosida eng kichik kvadratlar usuli (EKKU) bilan aniqlangan edi.

1. Kleyn modelining ko'rinishi.

L.Kleyn modelini tuzish oldidan quyidagi tushunchalar va belgilashlarni kiritamiz:

C_t - t vaqtidagi iste'molga sarf qilingan xarajatlar;
F_t - korxonaning t vaqtidagi foydasi;
F_{t-1}- korxonaning t-1 vaqtidagi foydasi;
W_t^1- xususiy sektordagi t vaqt ichida oylikdan kelgan foyda;
W_t^2- davlat sektorida t vaqt ichida oylikdan kelgan foyda;
I_t - iqtisodiyotga t vaqtda kiritilgan investitsiya;
K_{t-1}- t-1 davr oxiridagi asosiy mablag';
K_t - t -davrgi asosiy mablag';
Y_t - t-vaqtdagi milliy foyda;
T_t - t -vaqtdagi bilvosita soliq'lar;
G_t - t vaqt ichidagi davlat xarajatlari;
(t-1931) oraliq;
• - davr o'rtasi

Model strukturasining sxemasi

Kiradigan ma'lumotlar Chiqadigan ma'lumotlar

Modelning tuzilmali va sotfi tenglamalari.

Iqtisodiyot mavjud bo'lishining asosiy elementlari, bular:
talab (iste'mol) funksiyasi (C_t);
taklif (investitsiya) funksiyasi (I_t);
xususiy sektordagi ish haqi funksiyasi (W_t^1).

Bundan tashqari talab va taklif mos kelishlarini ifodalovchi balans munosabatlaridir:

$$\left.\begin{array}{c} Y_t + T_t = C_t + I_t + G_t \\ Y_t = W_t^1 + W_t^2 + F_t \\ K_t - K_{t-1} = I_t \end{array}\right\} \qquad (1)$$

t davr ichidagi iste'mol funksiyasi modelini quyidagi ko'rinishda qidiramiz:

$$C_t = \beta_{11} + \beta_{12}F_t + \beta_{13}F_{t-1} + \beta_{14}\left(W_t^1 + W_t^2\right) + E^1 \qquad (2)$$

bu yerda E^1 - regressiya qoldig'i (doimiy bo'lmagan qismi)
Investitsiya funksiyasi modelining ko'rinishini quyidagi ko'rinishda:

$$I_t = B_{21} + B_{22}F_t + \beta_{23}F_{t-1} + \beta_{24}K_{t-1} + E^2 \qquad (3)$$

bu yerda E^2 - regressiya qoldig'i (doimiy bo'lmagan qismi)
Nihoyat, xususiy sektordagi ish haqini quyidagi ko'rinishda qidiramiz:

$$w_t^1 = \beta_{31} + \beta_{32}(Y_t + T_t - w_t^2)_t + \beta_{33}(Y_t + T_t - w^2)_{t-1} + \beta_{34}(t - 1930) + E^3 \qquad (4)$$

bu yerda E^3 - regressiya qoldig'i (doimiy bo'lmagan qismi).
Shunday qilib (1) va (4) munosabatlarda berilgan strukturali model quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{cases} C_t = \beta_{11} + \beta_{12}F_t + \beta_{13}F_{t-1} + \beta_{14}(W^1 + W^2)_t + E^1 \\ I_t = \beta_{21} + \beta_{22}F_t + \beta_{23}F_{t-1} + \beta_{24} \cdot K_{t-1} + E^2 \\ W^1 = \beta_{31} + \beta_{32}(Y_t + T_t - W^2)_t + \beta_{33}(Y_t + T_t - W^2)_{t-1} + \beta_{34}(t - 1931) + E^3 \\ Y_t + T_t = C_t + I_t + G_t \\ Y_t = W_t^1 + W_t^2 + F_t \\ K_t - K_{t-1} = I_t \end{cases}$$

1921-1941 yillar statistik ma'lumotlaridan foydalanib Amerika iqtisodiyoti bo'yicha quyidagi sonli model hosil qilingan:

$$\begin{cases} C_t = 16{,}236 + 0{,}190F_t + 0{,}089F_{t-1} + 0{,}796(W_t^1 + W_t^2)_t \\ I_t = 10{,}127 + 0{,}479F_t + 0{,}333F_{t-1} - 0{,}111K_{t-1} \\ W_t^1 = 1{,}498 + 0{,}440(Y_t + T_t - W_t^2)_t + 0{,}439(Y_t + T_t - W_t^2)_{t-1} + 0{,}130(t - 1931) \\ Y_t + T_t = C_t + I_t + G_t \\ Y_t = W_t^1 + W_t^2 + F_t \\ K_t - K_{t-1} = I_t \end{cases}$$

Uchala tenglama uchun determinatsiya koeffitsiyenti:

$$R^c = 0{,}977$$

$$R^I = 0{,}919$$

$$R^{W}_{w_t} = 0{,}985$$

Avtokorrelyatsiya koeffitsienti:

$$Dw_c = 1{,}36$$

$$Dw_I = 1{,}81$$

$$Dw_w = 1{,}95$$

Natija: Eng kichik kvadratlar usuli bilan quyidagi natijalar olingan:

1. Har biri adekvat bo'lgan chiziqli modellar, ya'ni $R^2 \approx 1$
2. Avtokorrelyatsiya mavjud emas.
3. Model baholashning natijasi yaxshi, yani regressiya koeffitsiyentining muqobil xatosi qatori 5%.

Iste'molga qilingan xarajatlar modelining tahlili.

AQSh iqtisodining 1920-1940 yillarda iste'molga sarf qilingan modelining ko'rinishi quyidagicha:

$$C_t=16,236+0,193F_t+0,089F_{t-1}+0,896(W_t^1+W_t^2)_t$$

Iste'molga sarf qilingan modelidan ko'rinib turibdiki C_t ga eng ko'p foydani $(W_t^1+W_t^2)_t$ ish haqidan keladigan daromad faktori olib keladi. Ish haqidan keladigan daromad faktordan keyingi eng asosiy rol o'ynovchi ikkinchi faktor t vaqt ichidagi korxonaning foydasidir. C_t ga tasir qiluvchi uchinchi faktor - F_{t-1} oldingi yildagi korxonaning foydasidir.

$(W_t^1+W_t^2)_t$ - asosiy faktorning tasiri F_t- ish haqidan keladigan daromad faktorga nisbatan 4 marotaba ko'pdir. Boshqa tomondan ikkinchi faktorning tasiri uchinchi faktorga nisbatan ikki barovar ko'pdir.

Investitsiya funksiyasi va modelining tahlili.

AQSh iqtisodiyotiga kiritilgan investitsiya funksiyasi modelining ko'rinishi quyidagicha:

$$I_t=10,127+0,479F_t+0,333F_{t-1}-0,111K_{t-1}$$

Bu modeldan ko'rinib turibdiki, I_t ga tasir qiluvchi asosiy faktor F_t hisoblanadi. Ikkinchi faktor esa F_{t-1} faktori, uchinchi faktor esa K_{t-1} bo'lib, asosiy kapital t vaqt ichida I_t ni nafaqat ko'paytiradi, balki t vaqt ichida investitsiya hajmini kamaytiradi.

Bu faktorlarning koeffitsientlari shuni ko'rsatadiki, bitta faktorning tasiri t vaqt ichidagi investitsiya hajmiga katta ekan. Asosiy faktor F_t F_{t-1} ga nisbatan 1,7 barovar muhimroqdir.

Xususiy sektorlardagi ish haqidan keladigan daromadni tahlil qilish.

Xususiy sektorlardagi ish haqidan keladigan daromad modelining ko'rinishi quyidagi ko'rinishga ega:

$$W_t^1=1,496+0,146D_t+0,439D_{t-1}+0,130(t-1931)$$

bu yerda $D_t=(Y_t+T_t-W_t^2)_t$, $D_{t-1}=(Y_t+T_t-W_t^2)_{t-1}$ ga teng.

Bu modeldan ko'rinib turibdiki, ish haqidan keladigan daromadga tasir qiluvchi asosiy faktor D_{t-1} hisoblanadi. W_t^1 ga ta'sir qiluvchi ikkinchi faktor D_t hisoblanadi uchinchi faktor - (t-1931) hisoblanadi. Modelning koeffitsientlari shuni ko'rsatadiki, D_t va (t-1931) faktorlari deyarlik bir xil tasir qiladi. D_{t-1} faktor D_t ga nisbatan uch barobar ko'proq tasir qiladi.

VIII bobga doir topshiriqlar

1-topshiriq.

Quyida keltirilgan regressiya tahlili (x) erkli va (y) erksiz o'zgaruvchilarga nisbatan berilgan ma'lumotlar asosida keltirilgan.

$n=10$, $\Sigma x=55$, $\Sigma y=55$, $\Sigma x^2=385$, $\Sigma xy=220$

a) Regressiya tenglamasi parametrlari a va b larni aniqlang.
b) y ni $x=20$ bo'lgandagi bahosini toping.
d) Korrelyatsiya koeffitsiyentini aniqlang.
e) Determinatsiya koeffitsiyentini aniqlang.

2-topshiriq.

Aytaylik O'zbekistonning har bir shifoli oliy ma'lumotga ega bo'lsin. Aholining yillik ish haqi (U ming so'mda) va bilim olish muddati (X yil) orasidagi bog'lanish quyidagicha:

$$\hat{Y}_t=360.6+8X_t$$

a) Bilim olish muddati ish haqiga ta'siri qanday?
b) Doimiy koeffitsiyentni qanday interpretatsiya qilish mumkin?
v) 15-yil bilim olgan kishining ish haqi darajasini oldindan aytib bering.

3-topshiriq.

7.3-jadvalda 16 ta fermer xo'jaligi bo'yicha 1ha yerga solinadigan organik o'g'itlar va kartoshkaning hosildorligi to'g'risidagi ma'lumotlar keltirilgan. Bu ma'lumotlardan foydalanib kartoshkaning hosildorligining unga solinadigan o'g'itdan bog'liqligining korrelyatsiya regressiya modellarini tuzing.

8.3-jadval

Fermer xo'j. soni / Ko'rsatkichlar	1	2	3	4	5	6	7	8
Kartoshka hosildorligi 1ha, s	179	129	187	143	246	129	207	156
Solingan o'g'it 1ha er.,kg	5.8	4.1	9.4	6.6	12.6	3.4	9.9	7.1

Fermer xo'j. soni / Ko'rsatkichlar	9	10	11	12	13	14	15	16
Kartoshka hosildorligi 1ha., s	251	131	262	167	203	125	218	156
Solingan o'g'it 1ha er., kg	12.1	4.6	13.2	7.6	10.8	5.7	11.2	7.1

4-topshiriq.

Jadvalda don ekinlari yetishtirishga ixtisoslashtirilgan 20 ta fermer xo'jaligi bo'yicha bug'doy hosildorligi va unga sarf qilinadigan mehnat xarajatlari haqidagi ma'lumotlar keltirilgan. Bu ma'lumotlardan foydalanib bug'doy hosildorligining unga sarf qilinadigan mehnat xarajatlaridan bog'liqligining korrelyatsiya-regressiya modellarini tuzing.

8.4-jadval

Fermer xo'j.soni / Ko'rsatkichlar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Hosildorlik, 1ha, s	24.1	24.8	33.8	28.1	26.2	24.8	27.2	41.4	24.1	31.8
Mehnat xarajatlari, 1ha, odam-soat	21.5	26.1	36.2	32.5	16.8	23.5	30.1	29.5	20.6	25.3

Davomi

Fermer xo'j. soni / Ko'rsatkichlar	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Hosildorlik 1ga, s	24.1	36.8	38.1	23.4	36.3	26.2	28.5	24.2	23.3	43.5
Mehnat xarajatlari 1ga, odam-soat	20.5	26.7	27.2	21.5	26.8	24.6	21.9	23.1	22.4	26.4

5-topshiriq.

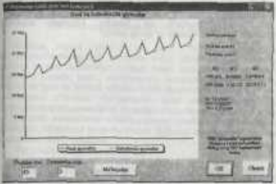
Paxta yetishtirishga ixtisoslashtirilgan tuman fermer xo'jaliklari uchun paxta hosildorligi, yerning ball boniteti(X_2) va solinadigan mineral o'g'itlar (X_3) to'g'risidagi ma'lumotlar 8.5-jadvalda keltirilgan.

Bu ma'lumotlardan foydalanib paxta hosildorligining yerning ball boniteti va solinadigan o'g'itlardan bog'liqligining korrelyatsiya-regressiya modellarini tuzing.

8.5-jadval

Xo'jaliklar №	Y hosildorlik s/ga	X_2 Erning ball boniteti	X_3 Solinadigan mineral o'g'it s.
1	35,5	60	3.4
2	25.5	53	3.1
3	25	54	3.2
4	40	61	4.0
5	30,5	55	3.5
6	20	46	2.5
7	35	58	3.7
8	32	52	3.6
9	24.5	51	3.3

IMM amaliy dastur paketidan foydalanib bir o'zgaruvchili va ko'p o'zgaruvchili regressiya tahlillarini o'tkazish mumkin. Buning uchun talab qilingan ma'lumotlarni kiritib bajarishga buyruq berish kifoya.



VIII bob uchun savollar

1. Qanday modellarga ekonometrik modellar deyiladi?
2. Ekonometrika fani nimani o'rganadi?
3. Ekonometrik modellarning boshqa modellardan farqi.
4. Korrelyatsiya modelida bog'lanish turi qanaqa bo'ladi, korrelyatsiya koeffitsientini formulasi va uning qabul qiladigan qiymatlari qanaqa?
5. Eng kichik kvadratlar usuli va uning iqtisodiy ma'nosi.
6. Eng kichik kvadratlar usulidagi standart kvadratlar tenglamasi ko'rinishi.
7. Regressiya modeli qaysi iqtisodiy jarayonlarni ifodalashda qo'llaniladi?
8. Regressiya modelidan foydalanib prognoz qilish usulini tushuntiring.
9. Bir faktorli va ko'p faktorli regressiya tahlillarini farqini va ma'nosini tushuntiring.
10. Multikollenarlik va avtokorrelyatsiya tushunchalari ma'nosi nima ular qachon mavjud bo'ladi?
11. L. Kleynning ekonometrik modelidagi belgilashlar.
12. L. Kleynning ekonometrik modelida qaysi faktorlar qaralgan?
13. Iste'molga qilingan xarajatlar modelining ko'rinishi qanday va uning tahlili?

14. Investitsiya funksiyasi modelining ko'rinishini ifodalab bering va uning tahlili.

15. Xususiy sektorlarda ish haqidan keladigan daromad modelining ko'rinishi qanday va uning tahlili?

IX bob. TARMOQLARARO BOG'LIQLIKNI TAHLIL QILISH.

9.1.Tarmoqlararo tahlilning asosiy elementlari.

Hozirgi vaqtda qishloq va suv xo'jaligi tarmoqlarini bo'lanishning murakkab zanjirlari orqali rivojlanmoqda. Masalan, qishloq xo'jalik texnikasiga bo'lgan talab, nafaqat avtomanosatga o'z ta'sirini o'tkazadi, balki, metallurgiya, avtoshina ishlab chiqarishga bog'liq bo'lgan va boshqa qismlar ishlab chiqaruvchi tarmoqlarga ham o'z ta'sirini o'tkazadi. Tarmoqlararo tahlil usuli makromiqyosdagi tarmoqlarning o'zgaruvchilari va mikro o'zgaruvchilar orasidagi o'zaro bo'lanishlar masalalarini echishga xizmat qiladi. Bu usul amerikalik iqtisodchi, iqtisodiyot bo'yicha Nobel mukofoti sovrindori V. Leontev tomonidan ishlab chiqilgan.

Tarmoqlararo bo'lanish jadvali.

Quyidagi o'zgaruvchilarni kiritamiz:

n- ishlab chiqarish tarmoqlari soni;

i- ishlab chiqarish tarmoqlari turi $(i=1,...,n)$;

x_{ij}- i- tarmoq mahsulotini bir yil davomida j- tarmoqqa sarf qilish.

Quyidagicha faraz qilinadi:

1) har bir tarmoqda bittadan texnologiya mavjud bo'lsin.

2) ishlab chiqarish xarajatlari normasi ishlab chiqariladigan mahsulot hajmiga bog'liq emas.

3) ishlab chiqarishda bir turdagi maqsulot boshqasi bilan almashtirilishiga yo'l qo'yilmaydi.

i- qator $x_{i1}, x_{i2},..., x_{in}$ lardan iborat boshqa tarmoqlar orqali ifodalanadigan jadvalni tuzamiz.

Agar j- ustunni qarasak, $x_{1j}, x_{2j},..., x_{nj}$ lar i- tarmoq $(i=1,...,n)$ resurslarining j- tarmoqda iste'mol qilinishini ifodalaydi.

Tarmoq-lar	1	2	...	N	Umumiy	Oxirgi mahsulot	Yalpi mahsulot
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1n}	Σx_{1j}	y_1	x_1
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2n}	Σx_{2j}	y_2	x_2
...	...	...	...	...	...	...	...
N	x_{n1}	x_{n2}	...	x_{nn}	Σx_{nj}	y_n	x_n
Umumiy	Σx_{i1}	Σx_{i2}	...	Σx_{in}	$\Sigma\Sigma x_{ij}$	Σy_i	Σx_i
Sof mah-sulot	v_1	v_2	...	v_n	Σv_j		
Jami	x_1	x_2	...	x_n	Σx_j		

Tarmoqlararo balansning birinchi bo'limi.

Bu bo'lim xalq xo'jaligi barcha tarmoqlarining xarajatlariga bag'ishlangan, bu yerda $(n+1)$ - qatorda $(\Sigma x_{ik},\ k=1,\dots,n)$- mos ustunlar yig'indisi turibdi. Tarmoqlararo jadvalning $(n+1,n+1)$ yacheykasida esa, $\Sigma\Sigma x_{ij}$ ishlab chiqarish xarajatlari yig'indisi turibdi va bu barcha tarmoqlarning ishlab chiqarish iste'molini bildiradi. Bu (bo'lim) oraliqda hosil qilingan hisoblar natijasini oraliq mahsulot deb ataymiz.

Tarmoqlararo balansning ikkinchi bo'limi.

Bu bo'lim xalq xo'jaligining oxirgi mahsulotiga bag'ishlangan. $(n+2)$- ustun tarmoqlar mahsulotlarining oxirgi iste'moli bo'lib, buni shaxsiy va ijtimoiy iste'mol deb tushuniladi, bu ishlab chiqarish iste'moliga kirmaydi. Bularga asosiy fondning chiqib ketishi, yig'ilishi va zaxiralar oshishi, kishilarning o'zining iste'moli, mudofaa xarajatlari, sog'liqni saqlash, talim va boshqalar kiradi.

i- tarmoq mahsulot hajmini y_i deb belgilaymiz. $(n+3)$- ustun i- tarmoqning yalpi mahsuloti, bu

$$x_i=\sum_{j=1}^{n}x_{ij}+y_i\ ;\quad (i=1,\dots,n) \qquad (1)$$

ga teng. Σy_i va Σx_i miqdorlar oxirgi va yalpi mahsulotlar yig'indisini ifodalaydi.

Tarmoqlararo balansning uchinchi bo'limi.

Bu bo'lim barcha tarmoqlarning yalpi mahsulotlarini hisoblashga bag'ishlangan.

$(n+2)$- qator sof mahsulot bo'lib, yalpi mahsulot bilan ishlab chiqarish xarajatlari Σx_{ij} orasidagi farqqa teng, yani

$$v_j=x_j-\Sigma x_{ij}$$

bundan

$$x_j=\Sigma x_{ij}+v_j \qquad (2)$$

(1) va (2) dan kelib chiqadiki

$$\sum_{i=1}^{n}x_i=\sum_{j=1}^{n}x_j\Rightarrow\sum_i\left(\sum_j x_{ij}+y_i\right)=\sum_j\left(\sum_i x_{ij}+v_j\right)\Rightarrow$$

$$\sum_i\sum_j x_{ij}+\sum_i y_i=\sum_j\sum_i x_{ij}+\sum_j v_j\Rightarrow\sum_i y_i=\sum_j v_j$$

ya'ni oxirgi mahsulotlar yig'indisi sof mahsulotlar yig'indisiga teng.

Demak, tarmoqlararo balans jadvali quyidagilarni o'rganishga yordam beradi:

mahsulotlar oqimining strukturasini;

tarqatilish samaradorligini (multiplikatsiya);

bevosita sarf xarajatlar koeffitsientlari bilan to'liq sarf xarajatlar koeffitsientlarini tarish;

$a_{ij}=x_{ij}/x_j$ miqdor bevosita sarf harajatlar koeffitsienti deb ataladi. a_{ij} koeffitsiyent i-tarmoqning qancha miqdordagi mahsulotini j-tarmoqning 1 birlik mahsulotini ishlab chiqarishga sarf qilinishini ko'rsatadi. a_{ij} koeffitsient tarmoqlararo modellarda o'zgarmas bo'lib, j-chi tarmoqning x_j- mahsulotini ishlab chiqarishdagi x_{ij} $(i=1,n)$ xarajatlarni hisoblashga yordam beradi.

Buning uchun agar quyidagi formulaga

$$x_i=\sum_j x_{ij}+y_i\ ;\quad (i=1,n)$$

$x_{ij}=a_{ij}x_j$ ni qo'ysak to'g'ridan to'g'ri sarf harajatlar koeffitsiyenti ta'rifiga muvofiq

$$x_i=\sum_j a_{ij}x_j+y_i\ ;\quad i=1,n \qquad (3)$$

ni hosil qilamiz va uni matritsa ko'rinishida yozsak

$$X=Ax+Y \qquad (4)$$

bu yerda

$$X=\begin{bmatrix}x_1\\ \cdot\\ \cdot\\ x_n\end{bmatrix};\quad A=\begin{bmatrix}a_{11}\dots a_{1n}\\ ---\\ a_{n1}\dots a_{nn}\end{bmatrix};\quad y=\begin{bmatrix}y_1\\ \cdot\\ \cdot\\ y_n\end{bmatrix}$$

lardan iborat.

(4) tenglamaga Leontyevning tarmoqlararo balansining matematik modeli deyiladi. Agar (4) tenglamada x lar aniq bo'lsa (4) tenglamani xalq xo'jaligini tahlil qilish va rejalashtirish uchun ishlatish mumkin. Haqiqatan ham, agar Y orqali tarmoqlar tizimida oxirgi mahsulotni belgilasak, u holda tarmoqlarning yalpi mahsuloti X ni hisoblash mumkin.

Haqiqatan (4) dan

$$X=Ax+y\ \Rightarrow$$

$$X-Ax=y\ \Rightarrow$$

$$X(E-A)=y\ \Rightarrow$$

$$X(E-A)(E-A)^{-1}=y(E-A)^{-1}\Rightarrow$$

$$XE = Y(E-A)^{-1} \Rightarrow$$
$$X = YB \qquad (5)$$

ni hosil qilish mumkin, bu yerda

$B = (E-A)^{-1}$, E - birlik matritsa.

Shunday qilib, to'g'ridan to'g'ri sarf harajatlar koeffitsiyenti matritsida tarmoqlar mahsulotlarini oxirgi mahsulot orqali aniqlash imkonini beradi. Tarmoqlararo modelning ishlab chiqarishni rejalashtirishga qo'llash uchun ishlatilishiga sabab ham shunda.

(5) formulada B matritsa (E - A) matritsaga teskari matritsadir. Biz bilamizki, barcha matritsaning ham teskarisi mavjud bo'lavermaydi. Matritsalar nazariyasidan ma'lumki, agar matritsalarning elementlari manfiy bo'lmasa va ustunlar elementlarining yig'indisi birdan kichik bo'lsa, bunday matritsaga teskari matritsa mavjud bo'ladi va uning elementlari manfiy bo'lmaydi.

Bizning (E - A) matritsa uchun barcha yuqoridagi talablar bajariladi. Misol uchun balanslar jadvalidan ma'lumki, $x_{ij} \geq 0, x_j > 0$ bo'lganligi uchun

$$a_{ij} = x_{ij} / x_j \geq 0$$

bajariladi. Boshqa tomondan, (2) tenglamadan

$$x_j = \sum_i x_{ij} + v_j \quad \Rightarrow$$

$$x_j = \sum_i x_{ij}$$

ni hosil qilamiz, chunki barcha tarmoqlar uchun $j = \overline{1,n}$ ga teng. Mushat X_j lar uchun quyidagi tengsizlikni hosil qilamiz:

$$\sum_i x_{ij} / x_j < 1 \Rightarrow \sum_i a_{ij} < 1$$

tengsizlik hamma vaqt to'g'ridir. Ushbu

$B = (E - A)^{-1}$

matritsa to'liq xarajatlar matritsasi, deb b_{ij} koeffitsiyentlar esa to'liq xarajatlar koeffitsienti deb aytiladi. b_{ij} koeffitsiyentlar j -tarmoqning 1 birlik oxirgi mahsulotini ishlab chiqarish uchun i- tarmoqning yalpi ishlab chiqarishi qanday bo'lishini ko'rsatadi.

Quyidagi tenglik o'rinli ekanligini tekshirish qiyin emas:

$$B = E + A + A^2 + A^3 + \ldots \qquad (5')$$

Haqiqatan ham, ikkala tomonini $(E-A)$ ga ko'paytirsak,

$$(E-A)B = (E-A)(E + A + A^2 + A^3 + \ldots) = E + A + A^2 + A^3 + \ldots - A - A^2 - \ldots = E$$

ni hosil qilamiz.

Bu yerdan

$$(E-A)B = E,$$

$$B = (E-A)^{-1}E = (E-A)^{-1}$$

ni hosil qilamiz. (5') dan

$$b_{ij} > a_{ij} \ ; \ (i, j = 1, n)$$

kelib chiqadi.Ya'ni b_{ij} to'liq xarajatlar koeffitsiyenti j -tarmoqning 1 birlik oxirgi mahsulotini ishlab chiqarish uchun i- tarmoqning yalpi ishlab chiqarishi qanaqa bo'lishini ko'rsatib, a_{ij} j-tarmoqning 1 birlik yalpi mahsulotini ishlab chiqarish uchun to'g'ridan to'g'ri sarf xarajatlar koeffitsiyentidan kichik bo'lmaydi.

Shunday qilib, B to'liq sarf xarajatlar matritsasining qiymatini (5) tenglama -oxirgi mahsulot orqali tarmoqlarning yalpi ishlab chiqarishini aniqlab, keyin tarmoqlarning yalpi ishlab chiqarishi va to'g'ridan to'g'ri sarf harajatlar matritsasidan foydalanib, quyidagi formula orqali rejadagi tarmoqlararo balans tuziladi:

$$x_{ij} = a_{ij} x_j \qquad \left(i, j = \overline{1, n}\right)$$

b_{ij} - multiplikasiya nuqtayi nazaridan, talabning tarqalish samaradorligini ko'rsatuvchi dastlabki manba oxirgi mahsulotga talab hisoblanadi.

(4) tenglamani teskari formula (9.1.5) orqali kompyuterda yechish amaliyotida qiyin, chunki satrlarni yasalishi ko'payib boradi. Shuning uchun (4) tenglamani iteratsion usul bilan yechish maqsadgа muvofiqdir.

Iteratsion formulani tuzamiz:

$$X^{(k+1)} = AX^{(k)} + Y, \qquad (6)$$

Bu yerda $k = 0, 1, 2, \ldots$, $X^0 = Y$, iteratsiya jarayoni (6)

$$\left\| X^{(k+1)} - X^{(k)} \right\| \leq \varepsilon$$

bajarilganda tugaydi, bu yerda $\| \ \|$ - matritsa normasi, $\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ M \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$,

$\varepsilon_i > 0$ - kichik miqdorlar. Bu usul *Yakobi iteratsion usuli* deb aytiladi.

Yakobi usulining Zeydel tomonidan modifikatsiya qilinganini Zeydel-Gauss usuli deb aytiladi. Bu shundan iboratki, A matritsani ikkita uchburchak matritsaga ajratiladi:

$$A = E_1 + E_2 \ ,$$

bu yerda:

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0 \ldots\ldots\ldots 0 \\ a_{21} 0 \ldots\ldots 0 \\ a_{31} a_{32} 0 \ldots 0 \\ \ldots\ldots\ldots \\ a_{n1} \ldots a_{n,n-1} 0 \end{bmatrix} \qquad E_2 = \begin{bmatrix} a_{11} a_{12} \ldots\ldots a_{1n} \\ 0 a_{22} \ldots\ldots a_{2n} \\ 0 0 a_{33} \ldots\ldots a_{3n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ 0 \ldots\ldots\ldots 0 a_{nn} \end{bmatrix}$$

Zeydel-Gaussning iteratsion formulasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$X^{(k+1)} = E_1 X^{(k+1)} E_2 X^{(k)} + Y \qquad (7)$$

bundan mikrobalans formulasini hosil qilish mumkin:

$$X^{(k+1)} = a^{(k)} X^{(k+1)} + Y, \qquad (8)$$

$$a^{(k)} = (\sum_i \sum_j a_{ij} x_j^{(k)}) / \sum_i x_i^{(k)},$$

$$Y = \sum_i Y_i,$$

$$k = 0, 1, 2, \ldots$$

Mikrobalans tengligini:

$$x_i^{(k+1)} = z^{(k+1)} \sum_j a_{ij} x_j^{(k)} + Y_i \qquad (9)$$

boladi, bu yerda

$$Z^{(k+1)} = X^{(k+1)} / X^{(k)} \qquad (10)$$

(8) dan kuyidagini hosil qilamiz:

$$X^{(k+1)} - a^{(k)} X^{(k+1)} = Y$$

$$X^{(k+1)} \left(1 - a^{(k)}\right) = Y$$

$$X^{(k+1)} = Y / \left(1 - a^{(k)}\right)$$

Buni (10) tenglikka qo'ysak quyidagi hosil bo'ladi:

$$z^{(k+1)} = \frac{Y}{(1-a^{(k)})X^{(k)}} = \frac{\sum_i Y_i}{(1-a^{(k)})X^{(k)}} = \frac{\sum_i Y_i}{\left[1 - \sum_i \sum_j a_{ij} x_j^{(k)} / \sum_i x_i^{(k)}\right] \cdot X^{(k)}} =$$

$$= \frac{\sum_i Y_i}{\sum_i x_i^{(k)} - \sum_i \sum_j a_{ij} x_j^{(k)}} \qquad (11)$$

(11) formula Z mikrobalansning muvozanat multiplikatorini hisoblashga yordam beradi.

9.2. Muvozanatdagi ishlab chiharishni aniqlash to'g'ridan-to'g'ri usul bilan

Tarmoqlararo balans jadvali mos kelgan ko'rinishga keltirilganda $(I - A)^{-1}$ teskari matritsani hisoblash interaktiv protsedura yordamisiz, balki yetakchi elementni tanlash orqali bevosita Gauss usulidan foydalanish orqali amalga oshirilgan bo'lib, ishlab chiqarish hajmi hisobining tezlik va aniqligi nuqtai nazaridan ma'lum imkoniyatlarga ega. Qiymatdagi tarmoqlararo balans uchun $0 \le a_{ij} \le 1 (i, j = 1, 2, \ldots, n)$ ni hisobga olganda $(I - A)$ matritsa ustunlari elementlari yig'indisi absolyut qiymati farqlaganda ular unchalik katta emasligini kurish mumkin, shuning uchun eng oddiy Gauss usulidan foydalanish mumkin. Yuqoridagilarni xisobga olganda aniq misollar asosida tarmoqlararo bog'lanish tahlilini amalga oshiramiz.

3. Muvozanat narxini aniqlash

Tarmoqlararo balansni hisoblar bo'yicha qaraganda, tarmoqlararo bog'lanishni tahlil qilish masalasi-tarmoqlar yalpi ishlab chiqarish hajmini aniqlash masalasi bilan tanishdik. Endi uni ustunlar bo'yicha qarab chiqsak, ta'minlash samaradorligi narx bo'yicha tekshiramiz va tarmoqlararo bog'lanishning narx bo'yicha modelini tuzamiz.

Muvozanat narxi modeli

Narx buyicha tarmoqlararo balans i –ustunini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$x_{1i} + x_{2i} + \ldots + x_{ni} + v_i = x_i$$

bo'ndan, $x_j = \sum_{j=1}^{n} a_{ji} x_i$, $v_i = v_i x_j$ ifodani bo'lish orqali

$$1 \cdot a_{1i} + 1 \cdot a_{2i} + \dots + 1 \cdot a_{ni} + v_i = 1, (i = 1,2,\dots,n)$$ ni

hosil bilamiz.

Bu yerda v_i — birlik mahsulotga mos keluvchi ustama narx miqdori bo'lib, ustama narx ulushi deb aytiladi. Agar barcha mahsulotlar v_i na v_i ga almashtirganda narxlari $R_1, R_2, \dots, R_n$ ni asosiy davr uchun bir deb olsak, u holda $R_1, R_2, \dots, R_n$ narxlar quyidagi formula orqali ifodalanadi:

$$P_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ji} x_j + v_j, \qquad (14)$$

(14) sistemani matritsa ko'rinishida quyidagicha baytadan yozish mumkin:

$$P = A'P + v \qquad (15)$$

bu yerda

$$P = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ P_n \end{bmatrix}, \quad A' = \begin{bmatrix} a_{11}\, a_{12} \dots a_{n1} \\ a_{12}\, a_{22} \dots a_{n2} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ a_{1n}\, a_{2n} \dots a_{nn} \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ v_n \end{bmatrix}$$

A' matritsa A matritsaning transponirlanganidir, ya'ni ustun va qatorlari o'rinlari almashgan matritsadan iboratdir. (15) ni P ga nisbatan yechish orqali quyidagini hosil qilamiz:

$$P = (I - A')^{-1} v = \left[(I - A)^{-1}\right]' v = B' v. \qquad (16)$$

(14) va (15) tenglamalar ***muvozanat narxi modeli*** deb aytiladi. Ishlab chiqarish hajmi modeli va narx bo'yicha modelning bir-biriga mos kelishini hisobga olganda ularni ikkilangan model deb atashadi. (14), (15) va (16) lar asosida, har bir tarmoq iste'mol qilinadigan resurslar tuzilmasi orqali ustama narx miqdorini o'zgartirganda narx tuzilmasi qanday o'zgarishini aniqlash mumkin. Tarqatilish samaradorligi ΔP Δv ustama narx ulushi o'lchami orqali quyidagicha aniqlanadi:

$$\Delta P = B' \Delta v$$

9.2. Tarmoqlararo balans modeliga doir topshiriqlar.

O_1, O_2, O_3 - sanoat, qishloq xo'jaligi va boshqa tarmoqlarning oxirgi mahsulotlari: $a_1=200$; $a_2=40$; $a_3=30$ lar va to'g'ridan-to'g'ri sarf-xarajatlar matritsasi berilgan

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}3 & 0{,}1 & 0 \\ 0{,}2 & 0{,}4 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0 & 0{,}2 \end{bmatrix}$$

Tarmoqlarning yalpi mahsulotlari x_1, x_2, x_3 ni topish kerak.
2-topshiriq. 1) To'liq sarf-xarajatlar matritsasini hisoblang.

1) X = YB
2) $B = (E - A)^{-1}$

Dastlabki ma'lumotlar:

$$A = \begin{pmatrix} 0.02 & 0.03 & 0.09 \\ 0.01 & 0.05 & 0.06 \\ 0.01 & 0.02 & 0.04 \end{pmatrix} \qquad Y = \begin{pmatrix} 235 \\ 194 \\ 167 \end{pmatrix}$$

E — birlik matritsa;
A — to'g'ridan to'g'ri sarf-xarajatlar matritsasi;
X — aniqlanishi kerak bo'lgan yalpi mahsulot vektori;
Y — ohirgi mahsulot vektori.

1-topshiriqni echish.

Bu masalada $y_1, y_2, \dots, y_n$ lar berilgan $x_1, x_2, \dots, x_n$ ni topish kerak.
1-qadam. (E-A) ni hisoblaymiz.

$$E - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}3 & 0{,}1 & 0 \\ 0{,}2 & 0{,}4 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0 & 0{,}2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}7 & -0{,}1 & 0 \\ -0{,}2 & 0{,}6 & -0{,}1 \\ -0{,}1 & 0 & 0{,}8 \end{bmatrix}$$

2-qadam. $[E - A]^{-1} = B$ ni topamiz, bu yerda

$$b_{ij} = \frac{A_{ij}}{\Delta} \qquad i, j = \overline{1,3}$$

bo'lib, A_{ij} - (E-A) matritsaning algebraik to'ldiruvchisidan iborat.
(E-A)

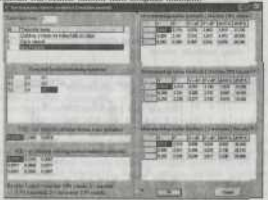
$A_{11}=0{,}48$ $\quad$ $A_{21}=0{,}08$ $\quad$ $A_{31}=0{,}01$
$A_{12}=0{,}17$ $\quad$ $A_{22}=0{,}56$ $\quad$ $A_{32}=0{,}07$
$A_{13}=0{,}06$ $\quad$ $A_{23}=0{,}91$ $\quad$ $A_{33}=0{,}4$

3-qadam. B matritsani to'ldiramiz:

$$B=\begin{bmatrix}1,6 & 0,27 & 0,03\\ 0,56 & 1,87 & 0,23\\ 0,2 & 0,03 & 1,33\end{bmatrix}$$

$$x=B\cdot y=\begin{bmatrix}1,6 & 0,27 & 0,03\\ 0,56 & 0,86 & 0,23\\ 0,2 & 0,03 & 1,33\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}200\\ 40\\ 30\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}332\\ 196\\ 81\end{bmatrix}$$

Shunday qilib, oxirgi mahsulotning miqdori
O_1, O_2, O_3 lar uchun: $x_1=332$
$x_2=196$
$x_3=81$
lardan iborat bo'ladi. IMM Amaliy dasturlar paketidan foydalanib, tarmoqlararo balans modelini yechish mumkin bo'lib, talab qilingan ma'lumotlarni kiritish orqali, quyidagicha hosil qilinadi. Uning natijasida muvozanat narxini ham aniqlash mumkin.



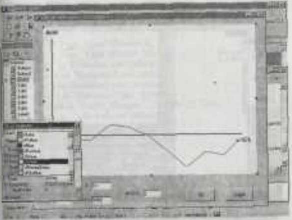
IX bobga doir savollar

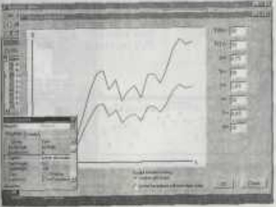
1. Tarmoqlararo tahlilning asosiy masalalarini ayting.

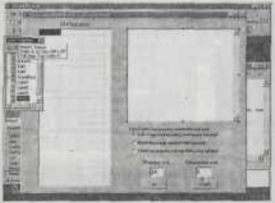
2. Tarmoqlararo balans jadvalini chizing va bo'limlarni tushuntiring.
3. V. Leontyevning tarmoqlararo balans modelini keltirib chiqarish yo'llarini tushuntiring.
4. To'g'ridan to'g'ri xarajatlarning matematik ifodasini tahlillang va ma'nosini tushuntiring.
5. To'liq sarf - xarajatlarning matematik ifodasini tahlillang va ma'nosini tushuntiring.
6. Narx bo'yicha tarmoqlararo balans modeli qanday ko'rinishda bo'ladi?

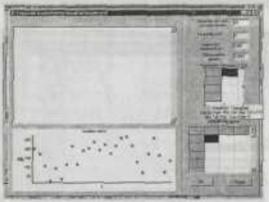
Muvozanat narxi modeli nima?


IMM










```
program MRE;

uses
  Forms,
  Page_1 in 'Page_1.pas' {Zastavka},
  Page_2 in 'Page_2.pas' {Osnov_Menu},
  Zadacha1 in 'Zadacha1.pas' {Macro1},
  Zadacha18 in 'Zadacha18.pas' {grfn},
  Zadacha2 in 'Zadacha2.pas' {Macro2},
  Zadacha15 in 'Zadacha15.pas' {grtate},
  Zad15_Dan in 'Zad15_Dan.pas' {Zadacha15_Dan},
  Zadacha9 in 'Zadacha9.pas' {Micro2},
  Zadacha8 in 'Zadacha8.pas' {Micro1},
  Zadacha10 in 'Zadacha10.pas' {Micro3},
  Zadacha12 in 'Zadacha12.pas' {Micro5},
  Zadacha3 in 'Zadacha3.pas' {Macro3},
  Zadacha4 in 'Zadacha4.pas' {Macro4},
  Zad4_Dan in 'Zad4_Dan.pas' {Zadacha4_Dan},
  Zadacha5 in 'Zadacha5.pas' {Macro5},
  Zadacha7 in 'Zadacha7.pas' {Macro7},
  Zadacha14 in 'Zadacha14.pas' {IO1J},
  Zadacha17 in 'Zadacha17.pas' {grnh},
  Zadacha13 in 'Zadacha13.pas' {Micro6},
  Zad13_D in 'Zad13_D.pas' {Zadacha13_dan},
  Zadacha6 in 'Zadacha6.pas' {Macro6},
  Zadacha11 in 'Zadacha11.pas' {Micro4},
  Zadacha19 in 'Zadacha19.pas' {io2},
  Zadacha16 in 'Zadacha16.pas' {LP};

{$R *.res}

begin
  Application.Initialize;
  Application.CreateForm(TZastavka, Zastavka);
  Application.Run;
end.

unit Page_1;

interface

uses
```

```
  Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Controls,
Forms,
  Dialogs, StdCtrls;

type
  TZastavka = class(TForm)
    Label1: TLabel;
    Label2: TLabel;
    Label3: TLabel;
    Label4: TLabel;
    Label5: TLabel;
    Label6: TLabel;
    Label7: TLabel;
    Label8: TLabel;
    procedure FormKeyPress(Sender: TObject; var Key: Char);
    procedure FormMouseDown(Sender: TObject; Button: TMouse-
Button;
      Shift: TShiftState; X, Y: Integer);

  private
    { Private declarations }
  public
    { Public declarations }
  end;

var
  Zastavka: TZastavka;

implementation
uses Page_2;
{$R *.dfm}

procedure TZastavka.FormKeyPress(Sender: TObject; var Key: Char);
begin
zastavka.hide;
Application.CreateForm(TOsnov_Menu, Osnov_Menu);
end;

procedure TZastavka.FormMouseDown(Sender: TObject; Button:
TMouseButton;
  Shift: TShiftState; X, Y: Integer);
begin
```



```
zastavka.hide;
Application.CreateForm(TOsnov_Menu, Osnov_Menu);
end;

end.

unit Page_2;

interface

uses
  Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Cont
Forms,
  Dialogs, StdCtrls;

type
  TOsnov_Menu = class(TForm)
    Button1: TButton;
    Button2: TButton;
    Button3: TButton;
    Button4: TButton;
    Button5: TButton;
    Button6: TButton;
    Button7: TButton;
    Button8: TButton;
    Button9: TButton;
    Button10: TButton;
    Button11: TButton;
    Button12: TButton;
    Button13: TButton;
    Button14: TButton;
    Button15: TButton;
    Button16: TButton;
    Button17: TButton;
    Button18: TButton;
    Button19: TButton;
    Button20: TButton;
    procedure Button1Click(Sender: TObject);
    procedure FormCloseQuery(Sender: TObject; var CanClose: Boo-
lean);
    procedure FormClose(Sender: TObject; var Action: TCloseAction);
    procedure Button2Click(Sender: TObject);
```

```
    procedure Button19Click(Sender: TObject);
    procedure Button3Click(Sender: TObject);
    procedure Button16Click(Sender: TObject);
    procedure Button5Click(Sender: TObject);
    procedure Button9Click(Sender: TObject);
    procedure Button10Click(Sender: TObject);
    procedure Button11Click(Sender: TObject);
    procedure Button13Click(Sender: TObject);
    procedure Button4Click(Sender: TObject);
    procedure Button6Click(Sender: TObject);
    procedure Button8Click(Sender: TObject);
    procedure Button15Click(Sender: TObject);
    procedure Button18Click(Sender: TObject);
    procedure Button14Click(Sender: TObject);
    procedure Button7Click(Sender: TObject);
    procedure Button12Click(Sender: TObject);
    procedure Button20Click(Sender: TObject);
    procedure FormActivate(Sender: TObject);
    procedure Button17Click(Sender: TObject);
  private
    { Private declarations }
  public
    { Public declarations }
  end;

var
  Osnov_Menu: TOsnov_Menu;

implementation
uses Page_1, Zadacha1, Zadacha2,
Zadacha4, Zadacha8, Zadacha9, Zadacha15, Zadacha18,
Zadacha10,Zadacha12,Zadacha3,Zadacha5,Zadacha7,Zadacha14,
Zadacha17,Zadacha13,Zadacha6,Zadacha11,Zadacha19,
Zadacha16;
{$R *.dfm}

procedure TOsnov_Menu.Button1Click(Sender: TObject);
begin
Osnov_Menu.Visible:=false;
application.CreateForm(Tio2,io2);
end;
```



```
procedure TOsnov_Menu.FormCloseQuery(Sender: TObject;
  var CanClose: Boolean);
begin
canclose:=messagedlg('Programmadan chiqmo-
qchimisiz?',mtconfirmation,[mbyes,mbno],0)=mryes;
end;

procedure TOsnov_Menu.FormClose(Sender: TObject; var Action:
TCloseAction);
begin
zastavka.close;
end;

procedure TOsnov_Menu.Button2Click(Sender: TObject);
begin
Osnov_Menu.Visible:=false;
application.CreateForm(TMacro1,Macro1);
end;

procedure TOsnov_Menu.Button19Click(Sender: TObject);
begin
Osnov_Menu.Visible:=false;
application.CreateForm(Tgrfn,grfn);
end;

procedure TOsnov_Menu.Button3Click(Sender: TObject);
begin
Osnov_Menu.Visible:=false;
application.CreateForm(TMacro2,macro2);
end;

procedure TOsnov_Menu.Button16Click(Sender: TObject);
begin
Osnov_Menu.Visible:=false;
application.CreateForm(Tgrtate,grtate);
end;

procedure TOsnov_Menu.Button5Click(Sender: TObject);
begin
Osnov_Menu.Visible:=false;
application.CreateForm(TMacro4,macro4);
end;
```

```
begin
Osnov_Menu.Visible:=false;
application.CreateForm(TMicro1,macro1);
end;

procedure TOsnov_Menu.Button10Click(Sender: TObject);
begin
Osnov_Menu.Visible:=false;
application.CreateForm(TMicro2,micro2);
end;

procedure TOsnov_Menu.Button11Click(Sender: TObject);
begin
Osnov_Menu.Visible:=false;
application.CreateForm(TMicro3,micro3);
end;

procedure TOsnov_Menu.Button13Click(Sender: TObject);
begin
Osnov_Menu.Visible:=false;
application.CreateForm(TMicro5,micro5);
end;

procedure TOsnov_Menu.Button4Click(Sender: TObject);
begin
Osnov_Menu.Visible:=false;
application.CreateForm(TMacro3,macro3);
end;

procedure TOsnov_Menu.Button6Click(Sender: TObject);
begin
Osnov_Menu.Visible:=false;
application.CreateForm(TMacro5,macro5);
end;

procedure TOsnov_Menu.Button8Click(Sender: TObject);
begin
Osnov_Menu.Visible:=false;
application.CreateForm(TMacro7,macro7);
end;
```



```
procedure TOsnov_Menu.Button15Click(Sender: TObject);
begin
Osnov_Menu.Visible:=false;
application.CreateForm(Tlo1j,lo1j);
end;

procedure TOsnov_Menu.Button18Click(Sender: TObject);
begin
Osnov_Menu.Visible:=false;
application.CreateForm(Tgrah,grah);
end;

procedure TOsnov_Menu.Button14Click(Sender: TObject);
begin
Osnov_Menu.Visible:=false;
application.CreateForm(TMicro6,micro6);
end;

procedure TOsnov_Menu.Button7Click(Sender: TObject);
begin
Osnov_Menu.Visible:=false;
application.CreateForm(TMacro6,macro6);
end;

procedure TOsnov_Menu.Button12Click(Sender: TObject);
begin
Osnov_Menu.Visible:=false;
application.CreateForm(TMicro4,micro4);
end;

procedure TOsnov_Menu.Button20Click(Sender: TObject);
begin
close;
end;

procedure TOsnov_Menu.Button17Click(Sender: TObject);
begin
Osnov_Menu.Visible:=false;
application.CreateForm(TLp,lp);
end;
```

```
end.


unit Zadacha1;

interface

uses
  Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Controls,
Forms,
  Dialogs, StdCtrls, TeEngine, Series, ExtCtrls, TeeProcs, Chart;

type
  TMacro1 = class(TForm)
    Chart1: TChart;
    Series1: TLineSeries;
    Series2: TLineSeries;
    Series3: TLineSeries;
    Button1: TButton;
    Button2: TButton;
    Label1: TLabel;
    Edit1: TEdit;
    Series4: TLineSeries;
    Label2: TLabel;
    Label3: TLabel;
    Label4: TLabel;
    Label5: TLabel;
    Label6: TLabel;
    Label7: TLabel;
    Label8: TLabel;
    Label9: TLabel;
    Label10: TLabel;
    Label11: TLabel;
    procedure Button2Click(Sender: TObject);
    procedure Button1Click(Sender: TObject);
    procedure FormClose(Sender: TObject; var Action: TCloseAction);

{    Function F1(x:real):real;
    Function F2(x:real):real;
    Function F3(x:real):real;}
  private
    { Private declarations }
```



```
  public
    { Public declarations }
  end;

  const a=8; i=10;
var
  Macro1: TMacro1;
  c,c1,yn:real;
  maxy2,maxy3:real;
  t,t1:array[0..100] of real;
  y:array[0..3,0..100] of real;
  jj:integer;
implementation
uses Page_2;
{$R *.dfm}

Function F1(x:real):real;
begin
f1:=x;
end;

Function F2(x:real):real;
var f22:real;
begin
f22:=c*x+a;
f2:=f22;
end;

Function F3(x:real):real;
var f33:real;
begin
f33:=c*x+a+i;
f3:=f33;
end;

procedure mac1;
const xx=100;
var sx,x:real;
j:integer;
begin
```

```
begin
ye:=1/(1-c)*(i+a);
xx:=1;
x:=0;
j:=0;
while x<=xx do
begin
jj:=j;
t[j]:=x;
y[0,j]:=f1(x);
y[1,j]:=f2(x);
y[2,j]:=f3(x);
x:=x+xx;
j:=j+1;
end;
y[3,0]:=0;
t1[0]:=ye;
y[3,1]:=ye;
t1[1]:=ye;
maxy2:=y[1,jj];
maxy3:=y[2,jj];
end;
end;

procedure TMacro1.Button2Click(Sender: TObject);
begin
close;
Osnov_Menu.Visible:=true;
end;

procedure TMacro1.Button1Click(Sender: TObject);
var j1,i1:integer;
begin
try
c:=strtofloat(Edit1.text);
except
showmessage('Boshlang`ich malumotlar noto`g`ri berilgan');
exit;
end;
if (c>=1) or (c<=0) then
begin
messagebeep(MB_OK);
```



```
messagedlg(' c ning qiymati 0<c<1 bo`lishi
kerak',mtInformation,[mbOk],0);
end
else
begin
try
mac1;
for i1:=0 to 3 do
chart1.Series[i1].clear;
for i1:=0 to 2 do
for j1:=0 to jj do
chart1.Series[i1].AddXY(t[j1],y[i1,j1],floattostr(t[j1]),);
for j1:=0 to 1 do
chart1.Series[3].AddXY(t1[j1],y[3,j1],floattostr(t1[j1]),);
label3.Visible:=true;
label4.Visible:=true;
label5.Visible:=true;
label6.Visible:=true;
label7.Visible:=true;
label8.Visible:=true;
label9.Visible:=true;
label10.Visible:=true;
label11.Visible:=true;
label7.Caption:='1/(1-c)='+floattostrf(1/(1-c),fffixed,6,4);
label9.Caption:='Ye='+floattostrf(Ye,fffixed,6,4);
label4.Top:=round(30+(1-c)*10*22);
label5.Top:=round(60+(1-c)*10*22);
label10.left:=round(20+Ye*5);
label11.left:=round(20+Ye*5);
label11.Visible:=false;
except
showmessage('Boshlang`ich malumotlar noto`g`ri berilgan');
exit;
end;
end;
end;

procedure TMacro1.FormClose(Sender: TObject; var Action:
TCloseAction);
begin
Osnov_Menu.Visible:=true;
end;
```

```
end.

unit Zadacha2;

interface

uses
  Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Controls, Forms,
  Dialogs, StdCtrls, TeEngine, Series, ExtCtrls, TeeProcs, Chart;

type
  TMacro2 = class(TForm)
    Button1: TButton;
    Button2: TButton;
    Chart1: TChart;
    Series1: TLineSeries;
    Label1: TLabel;
    Edit1: TEdit;
    Label2: TLabel;
    Edit2: TEdit;
    Label3: TLabel;
    Edit3: TEdit;
    Label4: TLabel;
    Edit4: TEdit;
    Label5: TLabel;
    Edit5: TEdit;
    Label6: TLabel;
    Label7: TLabel;
    Label8: TLabel;
    Label9: TLabel;
    Label10: TLabel;
    procedure Button2Click(Sender: TObject);
    procedure Button1Click(Sender: TObject);
    procedure FormClose(Sender: TObject; var Action: TCloseAction);
  private
    { Private declarations }
  public
    { Public declarations }
  end;
```



```
var
  Macro2: TMacro2;

implementation
uses page_2;
{$R *.dfm}

procedure TMacro2.Button2Click(Sender: TObject);
begin
close;
Osnov_Menu.Visible:=true;
end;


procedure TMacro2.Button1Click(Sender: TObject);
var s,n,h,eps,x,dx:real;
i,j:integer;
y,t:array[0..10000]of real;
begin
label6.Visible:=false;
if (edit1.Text<>'')and(edit2.Text<>'')and(edit3.Text<>'')
and(edit4.Text<>'')and(edit5.Text<>'') then
begin
try
s:=strtofloat(edit1.text);
n:=strtofloat(edit2.text);
h:=strtofloat(edit3.text);
eps:=strtofloat(edit4.text);
x:=strtofloat(edit5.text);
except
showmessage('Boshlang`ich ma`lumotlar noto`g`ri berilgan');
exit;
end;
j:=0;
try
repeat
dx:=s*sqrt(x)-n*x;
g:=j;
y[j]:=dx;
t[j]:=x;
j:=j+1;
x:=x+h*dx;
```

```
{memo1.Lines.Add(floattostr(dx));
x:=x+h*dx;}
until abs(dx)<eps;
except
showmessage('Boshlang`ich ma`lumotlar noto`g`ri berilgan');
exit;
end;
chart1.Series[0].clear;
for j:=0 to jj do
chart1.Series[0].AddXY(t[j],y[j],floattostr(t[j]),);
label6.Visible:=true;
label6.Caption:='Jarayon to`g`ri keldi! Muvozanatdagi qiymat
K/L='+floattostrf(x,fffixed,10,6)+#13+
'X ni o`zgartiring!';
edit5.SetFocus;
end
else
begin
messagebeep(MB_OK);
messagedlg('Barcha ma`lumotlarni kirit-
ing',mtInformation,[mbOk],0);
end;
end;

procedure TMacro2.FormClose(Sender: TObject; var Action:
TCloseAction);
begin
Osnov_Menu.Visible:=true;
end;

end.

unit Zadacha3;

interface

uses
  Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Controls,
Forms,
  Dialogs, TeEngine, Series, ExtCtrls, TeeProcs, Chart, StdCtrls;

type
```



```
TMacro3 = class(TForm)
  Chart1: TChart;
  Series1: TLineSeries;
  Button1: TButton;
  Button2: TButton;
  Label1: TLabel;
  Edit1: TEdit;
  Label2: TLabel;
  Edit2: TEdit;
  Label3: TLabel;
  Edit3: TEdit;
  Label4: TLabel;
  Edit4: TEdit;
  Label5: TLabel;
  Edit5: TEdit;
  Label6: TLabel;
  Label7: TLabel;
  Label8: TLabel;
  Label9: TLabel;
  Label10: TLabel;
  Edit6: TEdit;
  Label11: TLabel;
  Label12: TLabel;
  Label13: TLabel;
  Series2: TLineSeries;
  RadioButton1: TRadioButton;
  RadioButton2: TRadioButton;
  GroupBox1: TGroupBox;
  Label14: TLabel;
  Edit7: TEdit;
  Label15: TLabel;
  Edit8: TEdit;
  Label16: TLabel;
  procedure Button2Click(Sender: TObject);
  procedure FormClose(Sender: TObject; var Action: TCloseAction);
  procedure Button1Click(Sender: TObject);
  procedure RadioButton1Click(Sender: TObject);
  procedure RadioButton2Click(Sender: TObject);
private
  { Private declarations }
public
  { Public declarations }
```

```
end;

var
  Macro3: TMacro3;

implementation

uses Page_2;

{$R *.dfm}

procedure TMacro3.Button2Click(Sender: TObject);
begin
close;
Osnov_Menu.Visible:=true;
end;

procedure TMacro3.FormClose(Sender: TObject; var Action:
TCloseAction);
begin
Osnov_Menu.Visible:=true;
end;

procedure TMacro3.Button1Click(Sender: TObject);
var a,b,v,r,g:real;
t,t1,y,yy:array[0..100] of real;
i,tt:integer; y1,y2:real;
begin
label8.Visible:=true;
label9.Visible:=true;
label11.Visible:=true;
label12.Visible:=true;
label13.Visible:=true;
try
y1:=strtofloat(edit1.Text);
y2:=strtofloat(edit2.Text);
a:=strtofloat(edit3.Text);
b:=strtofloat(edit4.Text);
v:=strtofloat(edit5.Text);
tt:=strtoint(edit6.Text);
if radiobutton2.Checked then begin r:=strtofloat(edit7.Text);
g:=strtofloat(edit8.Text); end;
```



```
except
showmessage('Boshlang`ich malumotlar noto`g`ri berilgan');
exit
end;
try
y[0]:=y1;
y[1]:=y2;
t1[0]:=0;
t1[1]:=tt;
yy[0]:=b/(1-a);
yy[1]:=b/(1-a);
for i:=0 to tt do t[i]:=i;
if radiobutton1.Checked then
for i:=2 to tt do begin
y[i]:=(a+v)*y2-v*y1+b;
y1:=y2;
y2:=y[i];
end
else
for i:=2 to tt do begin
g:=(1+r)*g;
y[i]:=(a+v)*y2-v*y1+b+g;
y1:=y2;
y2:=y[i];
end;
if radiobutton1.Checked then begin
label8.Caption:='Y(t)=(a+v)*Y(t-1)-v*Y(t-2)+b';
label9.Caption:='Y(t)=('+floattostrf(a,fffixed,4,2)+
'+'+floattostrf(v,ffFixed,10,2)+')*Y(t-1)-
'+floattostrf(v,ffFixed,4,2)+'*Y(t-2)+'
+floattostrf(b,ffFixed,10,2);
label11.Caption:='Y(t)=C(t)+I(t)';
label12.Caption:='C(t)=a*Y(t-1)+b';
label13.Caption:='I(t)=v*(Y(t-1)-Y(t-2))';
end
else
begin
label8.Caption:='Y(t)=(a+v)*Y(t-1)-v*Y(t-2)+b+G(t)';
label9.Caption:='Y(t)=('+floattostrf(a,ffFixed,4,2)+
'+'+floattostrf(v,ffFixed,10,2)+')*Y(t-1)-
'+floattostrf(v,ffFixed,4,2)+'*Y(t-2)+'
+floattostrf(b,ffFixed,10,2)+'+G(t)';
```

```
label11.Caption:='Y(t)=C(t)+I(t)';
label12.Caption:='C(t)=a*Y(t-1)+b+G(t)';
label13.Caption:='I(t)=v*(Y(t-1)-Y(t-2))';
end;
chart1.Series[0].Clear;
for i:=0 to tt do
chart1.Series[0].AddXY(t[i],y[i],floattostr(t[i]),);
chart1.Series[1].Clear;
for i:=0 to 1 do
chart1.Series[1].AddXY(t1[i],yy[i],floattostr(t[i]),)
except
showmessage('Boshlang`ich malumotlar noto`g`ri berilgan');
exit
end;

end;

procedure TMacro3.RadioButton1Click(Sender: TObject);
begin
label14.Visible:=false;
label15.Visible:=false;
edit7.Visible:=false;
edit8.Visible:=false;
edit5.Text:='1,05';
label8.Visible:=false;
label9.Visible:=false;
label11.Visible:=false;
label12.Visible:=false;
label13.Visible:=false;
chart1.Series[0].Clear;
end;

procedure TMacro3.RadioButton2Click(Sender: TObject);
begin
label14.Visible:=true;
label15.Visible:=true;
edit7.Visible:=true;
edit8.Visible:=true;
edit5.Text:='0,8';
label8.Visible:=false;
label9.Visible:=false;
label11.Visible:=false;
```



```
label12.Visible:=false;
label13.Visible:=false;
chart1.Series[0].Clear;
end;

end.

unit Zadacha4;

interface

uses
  Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Controls, Forms,
  Dialogs, StdCtrls, TeEngine, Series, ExtCtrls, TeeProcs, Chart;

type
  TMacro4 = class(TForm)
    Chart1: TChart;
    Series1: TLineSeries;
    Series2: TLineSeries;
    Label1: TLabel;
    Label2: TLabel;
    Edit1: TEdit;
    Label3: TLabel;
    Edit2: TEdit;
    Button1: TButton;
    Button2: TButton;
    Button3: TButton;
    Label4: TLabel;
    Label5: TLabel;
    Label6: TLabel;
    Label7: TLabel;
    Label8: TLabel;
    Label9: TLabel;
    Label10: TLabel;
    Label11: TLabel;
    procedure Button3Click(Sender: TObject);
    procedure Button1Click(Sender: TObject);
    procedure FormClose(Sender: TObject; var Action: TCloseAction);
    procedure Button2Click(Sender: TObject);
  private
```

```
    { Private declarations }
  public
    { Public declarations }
  end;

var
  Macro4: TMacro4;

implementation
uses page_2, Zad4_Dan;
{$R *.dfm}

procedure TMacro4.Button3Click(Sender: TObject);
begin
close;
Osnov_Menu.Visible:=true;
end;

procedure TMacro4.Button1Click(Sender: TObject);
var i:integer;
begin
application.CreateForm(TZadacha4_Dan,Zadacha4_Dan);
Zadacha4_Dan.StringGrid1.ColCount:=strtoint(edit2.Text)+1;
Zadacha4_Dan.StringGrid1.RowCount:=strtoint(edit1.Text)+1;
for i:=0 to strtoint(edit1.Text)+1 do
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[0,i]:=inttostr(i);
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,0]:='14566,9';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,0]:='8913,5';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,0]:='58,2';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,1]:='15071,4';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,1]:='10594,7';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,1]:='59,1';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,2]:='15970,3';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,2]:='11506,7';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,2]:='59,4';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,3]:='18029,9';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,3]:='15247,2';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,3]:='60,7';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,4]:='15472,6';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,4]:='10511,8';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,4]:='61,9';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,5]:='16038,4';
```



```
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,5]:='11949,2';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,5]:='62,9';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,6]:='16714,4';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,6]:='13000,2';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,6]:='63,5';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,7]:='19137,5';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,7]:='16592,9';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,7]:='64,3';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,8]:='16667,9';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,8]:='11538,5';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,8]:='65,0';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,9]:='17435,5';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,9]:='13880,4';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,9]:='66,4';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,10]:='18482,0';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,10]:='14860,0';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,10]:='67,0';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,11]:='21212,6';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,11]:='20049,1';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,11]:='67,7';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,12]:='18667,3';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,12]:='13856,8';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,12]:='69,5';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,13]:='18938,4';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,13]:='16695,2';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,13]:='72,4';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,14]:='20126,4';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,14]:='19202,7';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,14]:='74,2';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,15]:='22972,5';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,15]:='25737,8';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,15]:='77,6';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,16]:='18478,2';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,16]:='16741,1';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,16]:='83,7';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,17]:='19091,9';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,17]:='22435,9';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,17]:='87,7';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,18]:='20311,7';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,18]:='24276,7';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,18]:='90,5';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,19]:='22321,4';
```

```
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,19]:='31200,6';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,19]:='95,3';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,20]:='19530,8';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,20]:='20484,4';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,20]:='96,9';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,21]:='19919,6';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,21]:='25619,7';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,21]:='99,3';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,22]:='20889,1';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,22]:='26791,2';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,22]:='100,4';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,23]:='23286,3';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,23]:='34874,4';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,23]:='102,7';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,24]:='20117,4';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,24]:='23380,8';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,24]:='104,8';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,25]:='20488,2';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,25]:='29391,9';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,25]:='108,4';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,26]:='21703,5';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,26]:='29601,6';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,26]:='109,7';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,27]:='24131,4';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,27]:='39377,8';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,27]:='111,7';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,28]:='20970,9';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,28]:='35299,2';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,28]:='114,2';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,29]:='21451,5';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,29]:='32249,6';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,29]:='116,6';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,30]:='22389,5';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,30]:='32554,8';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,30]:='117,4';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,31]:='24756,0';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,31]:='42802,5';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,31]:='118,0';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,32]:='21715,4';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,32]:='28351,1';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,32]:='120,5';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,33]:='22111,2';
```



```
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,33]:='122,4';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,34]:='23369,1';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,34]:='34526,1';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,34]:='123,1';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,35]:='26323,4';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,35]:='45865,4';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,35]:='123,0';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,36]:='23203,5';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,36]:='29607,3';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,36]:='123,8';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,37]:='23793,1';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,37]:='39212,7';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,37]:='126,1';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,38]:='24746,9';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,38]:='37610,6';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,38]:='127,1';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,39]:='27273,3';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,39]:='48640,7';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,39]:='128,4';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,40]:='23741,9';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,40]:='32307,8';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,40]:='131,4';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,41]:='25954,7';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,41]:='42860,4';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,41]:='135,0';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,42]:='24816,6';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,42]:='40473,9';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,42]:='136,3';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,43]:='27288,5';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[2,43]:='32755,6';
Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[3,43]:='137,0';
button2.Enabled:=true;
end;

procedure TMacro4.FormClose(Sender: TObject; var Action:
TCloseAction);
begin
Osnov_Menu.Visible:=true;
end;

procedure TMacro4.Button2Click(Sender: TObject);
```

```
var r,q,k,i,j,p,m,m1,l:integer;
x:array[0..100,1..3]of real;
w,y:array[0..100]of real;
a:array[1..3,1..4]of real;
z:array[1..4]of real;
b,dd:array[1..3]of real;
u,v:array[1..3]of integer;
a1,au,ym,h,s1,xm,max:real;

begin

try
p:=strtoint(edit1.Text);
m:=strtoint(edit2.Text);
m1:=m+1;
for i:=0 to p do begin
y[i]:=strtofloat(Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[1,i]);
for j:=1 to m-1 do
x[i,j]:=strtofloat(Zadacha4_Dan.StringGrid1.Cells[j+1,i]);
end;
except
showmessage('Boshlang`ich malumotlar noto`g`ri berilgan');
exit;
end;
try
for i:=1 to p do begin
x[i,3]:=y[i-1];
x[i,2]:=x[i,1]/x[i,2];
x[i,1]:=1;
end;

for i:=1 to m do
for j:=1 to m do begin
s1:=0;
for k:=1 to p do s1:=s1+x[k,i]*x[k,j];
a[i,j]:=s1;
a[j,i]:=s1;
end;

for i:=1 to m do begin
s1:=0;
for k:=1 to p do s1:=s1+x[k,i]*y[k];
```



```
a[i,m1]:=s1;
end;

for i:=1 to m do begin
u[i]:=0;
v[i]:=0;
end;

for k:=1 to m do begin
xm:=0;
for j:=1 to m do
if u[j]=0 then
for i:=1 to m do
if (v[i]=0) or (abs(a[i,j])>=xm) then begin
xm:=abs(a[i,j]); q:=j; r:=i;
end;
u[q]:=r;
v[r]:=q;
for j:=1 to m do
if j<>q then begin
a[r,j]:=a[r,j]/a[r,q];
for i:=1 to m do
if i<>r then a[i,j]:=a[i,j]-a[r,j]*a[i,q];
end;
a[r,q]:=1/a[r,q];
for i:=1 to m do
if i<>r then a[i,q]:=-a[r,q]*a[i,q];
end;

for k:=1 to m do
if k<>u[k] then begin
for j:=1 to m do begin h:=a[k,j];
                       a[k,j]:=a[u[k],j];
                       a[u[k],j]:=h;
                end;
for i:=1 to m do begin h:=a[i,k];
                       a[i,k]:=a[i,v[k]];
                       a[i,v[k]]:=h;
                end;
u[v[k]]:=u[k];
v[u[k]]:=v[k];
u[k]:=k;
```

```
v[k]:=k;
end;

for i:=1 to m do begin
s1:=0;
for j:=1 to m do s1:=s1+a[i,j]*a[i,m1];
b[i]:=s1;
end;

s1:=0;
for i:=1 to p do s1:=s1+y[i];
ym:=s1/p;
aa:=0;
s1:=0;
for i:=1 to p do begin
a1:=0;
s1:=s1+sqr(y[i]-ym);
for j:=1 to m do a1:=a1+x[i,j]*b[j];
w[i]:=y[i]-a1;
aa:=aa+sqr(y[i]-a1);
end;
s[1]:=aa;
s[3]:=aa/(p-m);
s[2]:=1-s[3]*(p-1)/s1;
s1:=0;
for i:=2 to p do s1:=s1+sqr(w[i]-w[i-1]);
s[4]:=s1/aa;
for i:=1 to m do begin
dd[i]:=sqrt(s[3]*a[i,i]);
end;

label4.Caption:='Iste'mol funksiyasi';
label5.Caption:='Nuqtalar soni='+inttostr(p);
label6.Caption:='Parametlar soni='+inttostr(m);
label7.Caption:='      a(0)          a(1)          a(2)';
label8.Caption:=floattostrf(b[1],fffixed,8,3)+'   '
+floattostrf(b[2],fffixed,8,5)+'   '
+floattostrf(b[3],fffixed,8,7);
label9.Caption:='('+floattostrf(dd[1],fffixed,8,4)+')   '
+'('+floattostrf(dd[2],fffixed,8,5)+')'
+'('+floattostrf(dd[3],fffixed,8,7)+')';
label10.Caption:='R= '+floattostrf(s[1],fffixed,6,8)+
```



```
#13+'DW= '+floattostrf(s[4],fffixed,7,6)+#13+'R2= '+
floattostrf(s[2],fffixed,8,7);
l:=P-3;
max:=0;
for j:=1 to L do begin
x[j,1]:=y[j+3];
if x[j,1]>max then max:=x[j,1];
x[j,2]:=y[j+3]-w[j+3];
if x[j,2]>max then max:=x[j,2];
end;
chart1.LeftAxis.Minimum:=0;
chart1.LeftAxis.Maximum:=trunc(max);
chart1.LeftAxis.Increment:=trunc(max/5);
for i:=0 to 1 do
chart1.Series[i].Clear;
for i:=0 to 1 do
for j:=1 to l do
chart1.Series[i].AddXY(j,x[j,i+1],inttostr(j),);
except
showmessage('Boshlang`ich malumotlar noto`g`ri berilgan');
exit;
end;
end;

end.

unit Zadacha5;

interface

uses
  Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Controls,
Forms,
  Dialogs, StdCtrls, Grids;

type
  TMacro5 = class(TForm)
    StringGrid1: TStringGrid;
    Label1: TLabel;
    Button1: TButton;
    Button2: TButton;
    Edit1: TEdit;
```

```
    Label2: TLabel;
    Edit2: TEdit;
    Label3: TLabel;
    Memo1: TMemo;
    GroupBox1: TGroupBox;
    RadioButton1: TRadioButton;
    RadioButton2: TRadioButton;
    RadioButton3: TRadioButton;
    procedure Button2Click(Sender: TObject);
    procedure FormClose(Sender: TObject; var Action: TCloseAction);
    procedure Edit1Change(Sender: TObject);
    procedure Edit2Change(Sender: TObject);
    procedure FormCreate(Sender: TObject);
    procedure Button1Click(Sender: TObject);
    procedure RadioButton1Click(Sender: TObject);
    procedure RadioButton2Click(Sender: TObject);
    procedure RadioButton3Click(Sender: TObject);
  private
    { Private declarations }
  public
    { Public declarations }
  end;

var
  Macro5: TMacro5;

implementation

uses Page_2;

{$R *.dfm}

procedure TMacro5.Button2Click(Sender: TObject);
begin
close;
Osnov_Menu.Visible:=true;
end;
procedure TMacro5.FormClose(Sender: TObject; var Action:
TCloseAction);
begin
Osnov_Menu.Visible:=true;
end;
```



```
procedure TMacro5.Edit1Change(Sender: TObject);
begin
try
if edit1.Text='' then stringgrid1.RowCount:=1 else
stringgrid1.RowCount:=strtoint(edit1.Text);
except
showmessage('Boshlang`ich malumotlar noto`g`ri berilgan');
exit;
end;
end;
procedure TMacro5.Edit2Change(Sender: TObject);
begin
try
if edit2.Text='' then stringgrid1.ColCount:=1 else
stringgrid1.ColCount:=strtoint(edit2.Text);
except
showmessage('Boshlang`ich malumotlar noto`g`ri berilgan');
exit;
end;
end;
procedure TMacro5.FormCreate(Sender: TObject);
begin

stringgrid1.Cells[0,0]:='100,0';
stringgrid1.Cells[1,0]:='100,0';
stringgrid1.Cells[2,0]:='100,0';
stringgrid1.Cells[0,1]:='101,0';
stringgrid1.Cells[1,1]:='107,0';
stringgrid1.Cells[2,1]:='104,8';
stringgrid1.Cells[0,2]:='112,0';
stringgrid1.Cells[1,2]:='114,0';
stringgrid1.Cells[2,2]:='110,0';
stringgrid1.Cells[0,3]:='122,0';
stringgrid1.Cells[1,3]:='122,0';
stringgrid1.Cells[2,3]:='117,2';
stringgrid1.Cells[0,4]:='124,0';
stringgrid1.Cells[1,4]:='131,0';
stringgrid1.Cells[2,4]:='121,9';
stringgrid1.Cells[0,5]:='122,0';
stringgrid1.Cells[1,5]:='138,0';
stringgrid1.Cells[2,5]:='115,6';
stringgrid1.Cells[0,6]:='143,0';
```

```
stringgrid1.Cells[1,6]:='149,0';
stringgrid1.Cells[2,6]:='125,0';
stringgrid1.Cells[0,7]:='152,0';
stringgrid1.Cells[1,7]:='163,0';
stringgrid1.Cells[2,7]:='134,2';
stringgrid1.Cells[0,8]:='151,0';
stringgrid1.Cells[1,8]:='176,0';
stringgrid1.Cells[2,8]:='139,9';
stringgrid1.Cells[0,9]:='126,0';
stringgrid1.Cells[1,9]:='185,0';
stringgrid1.Cells[2,9]:='123,2';
stringgrid1.Cells[0,10]:='155,0';
stringgrid1.Cells[1,10]:='198,0';
stringgrid1.Cells[2,10]:='142,7';
stringgrid1.Cells[0,11]:='159,0';
stringgrid1.Cells[1,11]:='208,0';
stringgrid1.Cells[2,11]:='147,0';
stringgrid1.Cells[0,12]:='153,0';
stringgrid1.Cells[1,12]:='216,0';
stringgrid1.Cells[2,12]:='148,1';
stringgrid1.Cells[0,13]:='177,0';
stringgrid1.Cells[1,13]:='226,0';
stringgrid1.Cells[2,13]:='155,0';
stringgrid1.Cells[0,14]:='184,0';
stringgrid1.Cells[1,14]:='236,0';
stringgrid1.Cells[2,14]:='156,2';
stringgrid1.Cells[0,15]:='169,0';
stringgrid1.Cells[1,15]:='244,0';
stringgrid1.Cells[2,15]:='152,2';
stringgrid1.Cells[0,16]:='189,0';
stringgrid1.Cells[1,16]:='266,0';
stringgrid1.Cells[2,16]:='155,8';
stringgrid1.Cells[0,17]:='225,0';
stringgrid1.Cells[1,17]:='298,0';
stringgrid1.Cells[2,17]:='183,0';
stringgrid1.Cells[0,18]:='227,0';
stringgrid1.Cells[1,18]:='335,0';
stringgrid1.Cells[2,18]:='197,5';
stringgrid1.Cells[0,19]:='223,0';
stringgrid1.Cells[1,19]:='366,0';
stringgrid1.Cells[2,19]:='201,1';
stringgrid1.Cells[0,20]:='218,0';
```



```
stringgrid1.Cells[1,20]:='387,0';
stringgrid1.Cells[2,20]:='195,9';
stringgrid1.Cells[0,21]:='231,0';
stringgrid1.Cells[1,21]:='407,0';
stringgrid1.Cells[2,21]:='194,4';
stringgrid1.Cells[0,22]:='179,0';
stringgrid1.Cells[1,22]:='417,0';
stringgrid1.Cells[2,22]:='146,4';
stringgrid1.Cells[0,23]:='240,0';
stringgrid1.Cells[1,23]:='431,0';
stringgrid1.Cells[2,23]:='160,5';
end;

procedure TMacro5.Button1Click(Sender: TObject);
var r,q,k,i,j,p,m,m1,l:integer;
x:array[1..100,1..3]of real;
w,y:array[1..100]of real;
a:array[1..3,1..4]of real;
z:array[1..4]of real;
b,sd:array[1..3]of real;
u,v:array[1..3]of integer;
a1,aa,ym,h,s1,xm:real;

begin
try
p:=strtoint(edit1.Text);
m:=strtoint(edit2.Text);
except
showmessage('Boshlang`ich malumotlar noto`g`ri berilgan');
exit;
end;

if radiobutton2.Checked then
if m<>2 then begin
showmessage('Ikkinchi masala uchun parametrlar soni 2 bo`lishi kerak');
exit;
end;
if (radiobutton1.Checked)or(radiobutton3.Checked) then
if m<>3 then begin
```

```
showmessage('Birinchi va uchinchi masala uchun parametlar soni 3
bo`lishi kerak');
exit;
end;
try
m1:=m+1;
for i:=1 to p do begin
y[i]:=strtofloat(StringGrid1.Cells[0,i-1]);
if radiobutton2.checked then for j:=1 to m do
x[i,j]:=strtofloat(StringGrid1.Cells[j,i-1]) else
for j:=1 to m-1 do
x[i,j]:=strtofloat(StringGrid1.Cells[j,i-1]);
end;
except
showmessage('Boshlang`ich malumotlar noto`g`ri berilgan');
exit;
end;
try
if radiobutton1.Checked then for i:=1 to p do begin
y[i]:=ln(y[i]);
x[i,3]:=ln(x[i,2]);
x[i,2]:=ln(x[i,1]);
x[i,1]:=1;
end
else
if radiobutton2.Checked then for i:=1 to p do begin
y[i]:=ln(y[i]/x[i,2]);
x[i,2]:=ln(x[i,2]/x[i,1]);
x[i,1]:=1;
end
else
if radiobutton3.Checked then for i:=1 to p do begin
y[i]:=ln(y[i]/x[i,2]);
x[i,2]:=ln(x[i,1]/x[i,2]);
x[i,3]:=i-1;
x[i,1]:=1;
end;
for i:=1 to m do
```



```
for j:=1 to m do begin
s1:=0;
for k:=1 to p do s1:=s1+x[k,i]*x[k,j];
a[i,j]:=s1;
a[j,i]:=s1;
end;
for i:=1 to m do begin
s1:=0;
for k:=1 to p do
s1:=s1+x[k,i]*y[k];
a[i,m1]:=s1;
end;
for i:=1 to m do begin u[i]:=0; v[i]:=0; end;
for k:=1 to m do begin
xm:=0;
for j:=1 to m do
if u[j]=0 then
for i:=1 to m do
if (v[i]=0) or (abs(a[i,j])>=xm) then begin
xm:=abs(a[i,j]);
q:=j;
r:=i;
end;
u[q]:=r;
v[r]:=q;
for j:=1 to m do
if j<>q then begin
a[r,j]:=a[r,j]/a[r,q];
for i:=1 to m do
if i<>r then a[i,j]:=a[i,j]-a[r,j]*a[i,q];
end;
a[r,q]:=1/a[r,q];
for i:=1 to m do
if i<>r then a[i,q]:=-a[i,q]*a[r,q];
end;
for k:=1 to m do begin
r:=u[k];
if r<>k then begin
```

```
for j:=1 to m do begin
                    h:=a[k,j];
                    a[k,j]:=a[r,j];
                    a[r,j]:=h;
            end;
for i:=1 to m do begin
                    h:=a[i,k];
                    a[i,k]:=a[i,v[k]];
                    a[i,v[k]]:=h;
            end;
u[v[k]]:=r;
v[r]:=v[k];
u[k]:=k;
v[k]:=k;
end;
end;
for i:=1 to m do begin
s1:=0;
for j:=1 to m do s1:=s1+a[i,j]*a[j,m1];
b[i]:=s1;
end;
s1:=0;
for i:=1 to p do s1:=s1+y[i];
ym:=s1/p;
aa:=0;
s1:=0;
for i:=1 to p do begin
a1:=0;
s1:=s1+sqr(y[i]-ym);
for j:=1 to m do a1:=a1+x[i,j]*b[j];
w[i]:=y[i]-a1;
aa:=aa+sqr(y[i]-a1);
end;
s[1]:=aa;
s[3]:=aa/(p-m);
s[2]:=1-s[3]*(p-1)/s1;
s1:=0;
for i:=2 to p do s1:=s1+sqr(w[i]-w[i-1]);
```



```
for i:=1 to m do begin
sd[i]:=sqrt(abs(s[3]*a[i,i]));
end;

if radiobutton1.Checked then memo1.Lines.Add('Kobb-Duglas funksiyasi') else
if radiobutton2.Checked then memo1.Lines.Add('Kobb-Duglas funksiyasi masshtabni doimiy qaytarishi bilan')
else memo1.Lines.Add('Kobb-Duglas funksiyasi texnikaviy jarayonni e'tiborga olgan holda');
memo1.Lines.Add('');
memo1.Lines.Add('Nuqtalar soni (yillar) = '+inttostr(p));
memo1.Lines.Add('Parametrlar soni = '+inttostr(m));
memo1.Lines.Add('');
if radiobutton2.checked then memo1.Lines.Add('  ln a(0)
a(1)')
else memo1.Lines.Add('  ln a(0)                    a(1)
a(2)');
if radiobutton2.checked then begin
memo1.Lines.Add(floattostrf(b[1],ffixed,8,7)+'        '
+floattostrf(b[2],ffixed,8,7));
memo1.Lines.Add('('+floattostrf(sd[1],ffixed,8,7)+')   '
+'('+floattostrf(sd[2],ffixed,8,7)+')')
end
else begin
memo1.Lines.Add('  '+floattostrf(b[1],ffixed,8,7)+'        '
+floattostrf(b[2],ffixed,8,7)+'        '
+floattostrf(b[3],ffixed,8,7));
memo1.Lines.Add('('+floattostrf(sd[1],ffixed,8,7)+')   '
+'('+floattostrf(sd[2],ffixed,8,7)+')   '
+'('+floattostrf(sd[3],ffixed,8,7)+')');
end;
memo1.Lines.Add('a(0) = '+floattostrf(exp(b[1]),ffixed,8,7));
memo1.Lines.Add('R = '+floattostrf(s[1],ffixed,8,7)+
'    DW = '+floattostrf(s[4],ffixed,8,7)+
'    R2 = '+floattostrf(s[2],ffixed,8,7));
```

```
except
showmessage('Boshlang`ich malumotlar noto`g`ri berilgan');
exit;
end;
end;

procedure TMacro5.RadioButton1Click(Sender: TObject);
begin
memo1.Lines.Clear;
end;

procedure TMacro5.RadioButton2Click(Sender: TObject);
begin
memo1.lines.clear;
end;

procedure TMacro5.RadioButton3Click(Sender: TObject);
begin
memo1.lines.clear;
end;
end.
```

MUNDARIJA

GULCHEHRA SHODMONOVA

IQTISODIY MATEMATIK USULLAR VA MODELLAR

Muharrir	M. Po'latov
Texnik muharrir	A. Moydinov
Kompyuterda sahifalovchi	A. Shaxamedov
Rassom	I.Sagdullayev

ABN №59
"Musiqa" nashriyoti, Toshkent, B.Zokirov ko'chasi, 1.

Bosishga ruxsat etildi: *25.08.07.* Qog'oz bichimi 60x84 $^1/_{16}$
«TimesUZ» garniturasi. Ofset usulida bosildi. Ofset qog'oz.
Shartli bosma tabog'i 11,3. Nashr tabog'i 11,5.
Adadi 1350 dona. Buyurtma №95.

«Fan va texnologiyalar Markazining bosmaxonasi»da chop etildi.
700003, Toshkent sh., Olmazor ko'chasi, 171-uy.

```
for j:=1 to m do begin
                h:=a[k,j];
                a[k,j]:=a[r,j];
                a[r,j]:=h;
          end;
for i:=1 to m do begin
                h:=a[i,k];
                a[i,k]:=a[i,v[k]];
                a[i,v[k]]:=h;
          end;
u[v[k]]:=r;
v[r]:=v[k];
u[k]:=k;
v[k]:=k;
end;
end;
for i:=1 to m do begin
s1:=0;
for j:=1 to m do s1:=s1+a[i,j]*a[j,m1];
b[i]:=s1;
end;
s1:=0;
for i:=1 to p do s1:=s1+y[i];
ym:=s1/p;
aa:=0;
s1:=0;
for i:=1 to p do begin
a1:=0;
s1:=s1+sqr(y[i]-ym);
for j:=1 to m do a1:=a1+x[i,j]*b[j];
w[i]:=y[i]-a1;
aa:=aa+sqr(y[i]-a1);
end;
s[1]:=aa;
s[3]:=aa/(p-m);
s[2]:=1-s[3]*(p-1)/s1;
s1:=0;
for i:=2 to p do s1:=s1+sqr(w[i]-w[i-1]);
```



```
s[4]:=s1/aa;
for i:=1 to m do begin
sd[i]:=sqrt(abs(s[3]*a[i,i]));
end;


if radiobutton1.Checked then memo1.Lines.Add('Kobb-Duglas funksi-
yasi') else
if radiobutton2.Checked then memo1.Lines.Add('Kobb-Duglas funksi-
yasi masshtabni doimiy qaytarishi bilan')
else memo1.Lines.Add('Kobb-Duglas funksiyasi texnikaviy jarayonni
e`tiborga olgan holda');
memo1.Lines.Add('');
memo1.Lines.Add('Nuqtalar soni (yillar) = '+inttostr(p));
memo1.Lines.Add('Parametrlar soni = '+inttostr(m));
memo1.Lines.Add('');
if radiobutton2.checked then memo1.Lines.Add(' ln a(0)
a(1)')
else memo1.Lines.Add(' ln a(0)                a(1)
a(2)');
if radiobutton2.checked then begin
memo1.Lines.Add(floattostrf(b[1],ffFixed,8,7)+'     '
+floattostrf(b[2],ffFixed,8,7));
memo1.Lines.Add('('+floattostrf(sd[1],ffFixed,8,7)+')    '
+'('+floattostrf(sd[2],ffFixed,8,7)+')')
end
else begin
memo1.Lines.Add(' '+floattostrf(b[1],ffFixed,8,7)+'     '
+floattostrf(b[2],ffFixed,8,7)+'     '
+floattostrf(b[3],ffFixed,8,7));
memo1.Lines.Add('('+floattostrf(sd[1],ffFixed,8,7)+')    '
+'('+floattostrf(sd[2],ffFixed,8,7)+')    '
+'('+floattostrf(sd[3],ffFixed,8,7)+')');
end;
memo1.Lines.Add('a(0) = '+floattostrf(exp(b[1]),ffFixed,8,7));
memo1.Lines.Add('R = '+floattostrf(s[1],ffFixed,8,7)+
'     DW = '+floattostrf(s[4],ffFixed,8,7)+
'     R2 = '+floattostrf(s[2],ffFixed,8,7));
```

```
except
showmessage('Boshlang`ich malumotlar noto`g`ri berilgan');
exit;
end;
end;

procedure TMacro5.RadioButton1Click(Sender: TObject);
begin
memo1.Lines.Clear;
end;

procedure TMacro5.RadioButton2Click(Sender: TObject);
begin
memo1.lines.clear;
end;

procedure TMacro5.RadioButton3Click(Sender: TObject);
begin
memo1.lines.clear;
end;
end.
```


MUNDARIJA

GULCHEHRA SHODMONOVA

IQTISODIY MATEMATIK USULLAR VA MODELLAR

Muharrir	M. Po'latov
Texnik muharrir	A. Moydinov
Kompyuterda sahifalovchi	A. Shatamedov
Rassom	I.Sagdullayev

ABN №59
"Musiqa" nashriyoti, Toshkent, B.Zokirov ko'chasi, 1.

Bosishga ruxsat etildi: 25.08.07. Qog'oz bichimi 60x84 1/16.
«TimesUZ» garniturasi. Ofset usulida bosildi. Ofset qog'ozi.
Shartli bosma tabog'i 11,3. Nashr tabog'i 11,5.
Adadi 1350 dona. Buyurtma №95.

«Fan va texnologiyalar Markazining bosmaxonasi»da chop etildi.
700003, Toshkent sh., Olmazor ko'chasi, 171-uy.

ISBN 978-9943-307-21-6
9 789943 307216